

Grupo 1B

Gómez Tejedor, José Antonio

jogomez@fis.upv.es



Centro: Facultad de Informática
Departamento: Dpto. Física Aplicada
Web: personales.upv.es/jogomez/ffi.html

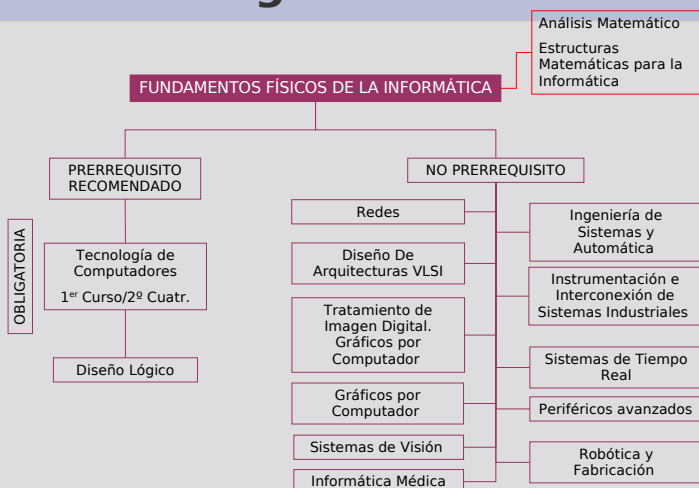
Despacho: primer piso, edificio 1H

Horario de tutorías (en la web):

Lunes 12:30 - 14:00, 15:30 - 16:30, 17:30 - 18:30
 Jueves 15:00 - 16:00, 17:00 - 18:30

Relación con otras asignaturas

FUNDAMENTOS FÍSICOS DE LA INFORMÁTICA



Prerrequisitos recomendados

- Cálculo vectorial
- Cálculo diferencial e integral
- Trigonometría y geometría básica

Apéndices: Fundamentos Físicos de la Informática, J.A. Gómez et al.

Libros de texto de bachillerato

Web

Fundamentos Físicos de la Informática

FUNDAMENTOS FÍSICOS DE LA INFORMÁTICA

Asignatura obligatoria

1^{er} Curso/Anual

9 Créditos

2 horas/semana aula (1+1)

2 horas/semana prácticas de laboratorio (2º cuatrimestre)

Formación en física

- Base científica para comprender una tecnología en continua evolución.
- Potenciar la capacidad de razonamiento e ingenio.
- Fundamentos físicos del funcionamiento de los ordenadores y periféricos.

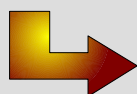
(A. Giró y otros, *Física per a estudiants d'informàtica*)

Objetivos generales de la asignatura

- Conocimientos básicos sobre:
 1. Electrostática.
 2. Corriente continua y análisis de redes.
 3. Electromagnetismo.
 4. Corriente alterna.
 5. Introducción a la física de semiconductores.
 6. Ondas electromagnéticas. Aplicaciones ópticas.
- Habilidades en la utilización de equipos de medida de magnitudes electromagnéticas, así como sentido práctico sobre las cantidades de estas magnitudes en procesos reales.

Temario

- | | |
|---|------------------------------------|
| 1. Electrostática | 7. El transistor |
| 2. Electrocínética | 8. Magnetismo |
| 3. Análisis de redes | 9. Inducción electromagnética |
| 4. Propiedades eléctricas de los materiales: conductores y dieléctricos | 10. Circuitos de corriente alterna |
| 5. Propiedades eléctricas de los materiales: semiconductores | 11. Ondas electromagnéticas |
| 6. El diodo | 12. Aplicaciones ópticas |



Examen parcial: 1 febrero 2008

Prácticas

- Introducción: elaboración de memorias de laboratorio. Representaciones gráficas. Hoja de cálculo Excel.
- Equipos y aparatos de medida. Montaje de circuitos. Evaluación de sistemas de medida de resistencias.
- El osciloscopio.
- Fenómenos transitorios. La carga y descarga de condensadores.
- El diodo de unión. Caracterización y aplicaciones.
- Resonancia. Resonancia en corriente alterna. Filtros.

Bibliografía básica

J.A. Gómez Tejedor, et al., "Fundamentos Físicos de la Informática" (libro de apuntes), editorial UPV, Ref.: 2004.904

P.A. Tipler, "Física para la Ciencia y la Tecnología", cuarta edición, Volumen 2, Editorial Reverté, S.A., Barcelona, 1999. (ediciones anteriores)

J.A. Gómez Tejedor y J.J. Olmos Sanchis, "Cuestiones y problemas de electromagnetismo y semiconductores", Castellano: SPUPV-99.4157, Valenciano: SPUPV-99.3517, cd-rom: ISBN 84-9705-3389

J.A. Gómez Tejedor et al., "Prácticas de Fundamentos Físicos de la Informática", SPUPV 2003.526

- web : <http://personales.upv.es/jogomez/ffi.html>

Bibliografía de ampliación

J. Llinares, y A. Page, "Electromagnetismo y Semiconductores". (SPUV 331).

R.A. Serway, "Física" (McGraw-Hill, Madrid, 1992).

W.E. Gettys, F.J. Keller, "Física Clásica y Moderna" (McGraw-Hill, 1991)

V. Martínez Sancho "Fonaments de Física" Vol. 1, (Enciclopèdia Catalana, 1991).

F.W. Sears et al. "Física Universitaria" (Addison Wesley Longman de México, 1999).

Evaluación

50% Examen prácticas

50% Memorias de laboratorio

25 %

+

50% 1^{er} parcial
1 febrero 2008

50% 2^o parcial
23 de junio de 2008

75 %

100 % Examen final: teoría + problemas
23 de junio de 2008

Parciales: eliminatorios
Compensar parciales: nota > 4
Guardar prácticas curso próximo: nota > 3

ECTS

- ECTS: Sistema Europeo de Transferencia de Créditos (European Credit Transfer System).
- el ECTS se basa en el **volumen total de trabajo del estudiante** y no se limita exclusivamente a las horas de asistencia.
- Real Decreto 1125/2003, de 5 de septiembre:
 - 1 crédito ECTS = 25-30 horas
- 6 créditos actuales $\approx$ 5 créditos ECTS = 150 horas
- 30 semanas $\Rightarrow$ 5 h/semana = 2h clase + **3h estudio**

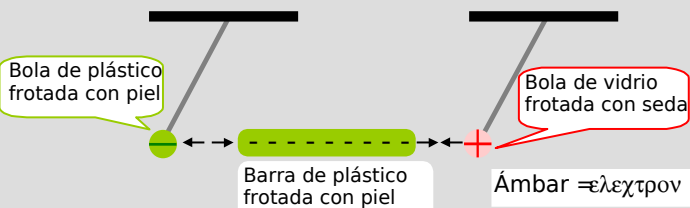
Tema 1. Electroestática

Objetivos:

- Saber calcular el campo eléctrico y el potencial eléctrico creados por distintas distribuciones de carga.
- Adquirir los conceptos de diferencia de energía potencial electrostática y de diferencia de potencial eléctrico.



Carga eléctrica



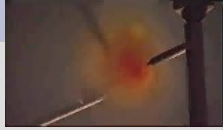
- Dos tipos:** positivas y negativas.
- Cargas iguales se **repelen**; cargas opuestas se **atraen**.
- .

Cuantización y conservación de la carga

- La carga no se crea ni se destruye, puede fluir, cambiar de posición, pero no puede desaparecer. Este hecho constituye el **principio de conservación de la carga**: la carga total en un sistema aislado permanece constante.
- La carga eléctrica que posee un cuerpo siempre es un múltiplo entero de la carga elemental e , es decir, la carga está **cuantizada**, no pudiendo obtenerse partes más pequeñas de esta cantidad.
La carga elemental, vale: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- La unidad de la carga en el S.I. es el **culombio** (C),
 $1 \text{ C} = 1 \text{ A s}$, $[Q] = I T$

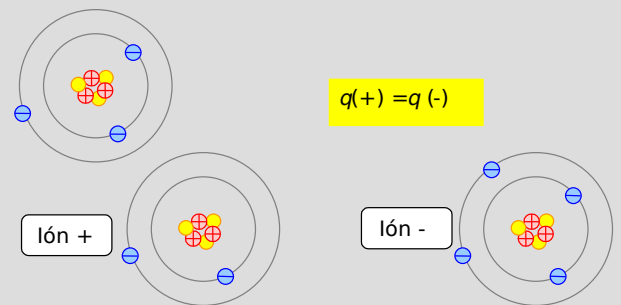
Tema 1. Electroestática

- Carga eléctrica
- Fuerzas electrostáticas. Ley de Coulomb
Principio de superposición en sistemas lineales
- Campo eléctrico
Campo eléctrico creado por cargas puntuales
Líneas de campo eléctrico
Dipolo eléctrico
- Energía potencial electrostática
- Potencial electrostático
Potencial electrostático producido por cargas puntuales
Superficies equipotenciales
- Distribuciones continuas de carga
- Flujo del campo eléctrico. Teorema de Gauss. Aplicaciones del Teorema de Gauss al cálculo del campo eléctrico

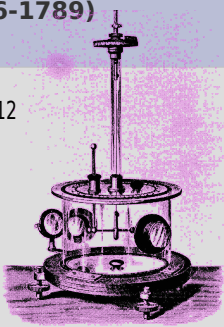
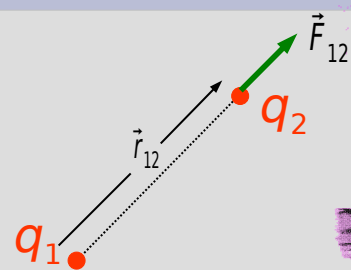


Carga eléctrica: modelo atómico

La materia está formada por átomos, y éstos por un núcleo (protones y neutrones) rodeado de electrones



Ley de Coulomb (1786-1789)



La fuerza que se ejercen entre dos cuerpos pequeños cargados y separados una gran distancia en comparación a sus dimensiones:

- Varía en razón directa a cada una de las cargas.
- Varía en razón inversa con el cuadrado de la distancia.
- Se dirige a lo largo de la línea de unión de las cargas.
- Es atractiva si las cargas son opuestas, y repulsiva si las cargas son iguales.

Ley de Coulomb (1786-1789)

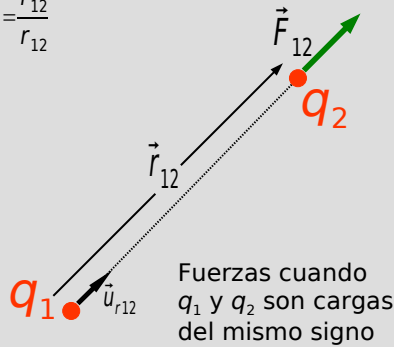
- Cuantifica las fuerzas entre cargas eléctricas puntuales.

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{r12} \quad \vec{u}_{r12} = \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

$$k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} = 9,0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

ϵ_0 : permitividad del vacío



Ley de Coulomb (1786-1789)

- Cuantifica las fuerzas entre cargas eléctricas puntuales.

$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_2 q_1}{r_{21}^2} \vec{u}_{r21} \quad \vec{u}_{r21} = \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$$

$$k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} = 9,0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

$$\vec{u}_{r21} = \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$$

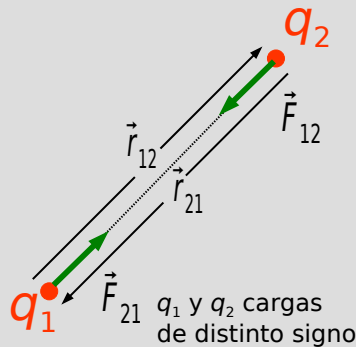
Fuerzas cuando q_1 y q_2 son cargas del mismo signo

Ley de Coulomb (1786-1789)

- Si q_1 y q_2 son cargas de signos distintos, la fuerza es atractiva.

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{r12}$$

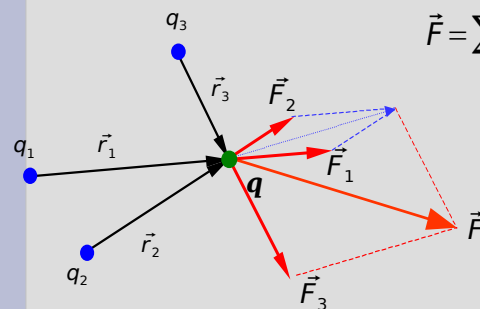
$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_2 q_1}{r_{21}^2} \vec{u}_{r21}$$



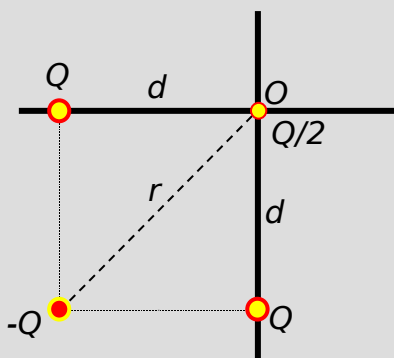
Fuerza ejercida por varias cargas

- Principio de superposición:** La fuerza total sobre una carga q es la suma vectorial de las fuerzas debidas a cada una de las cargas individuales del sistema (i).

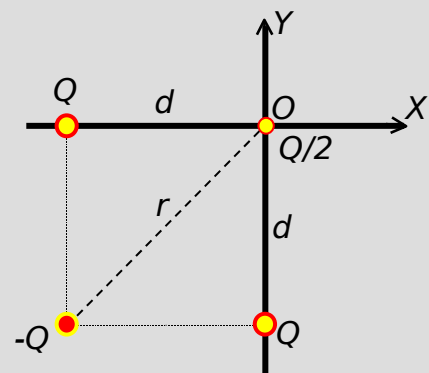
$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r_i}$$



Problema 1



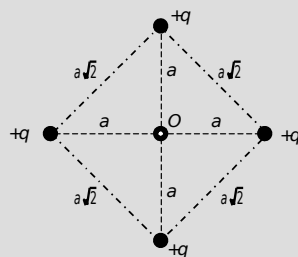
Problema 1



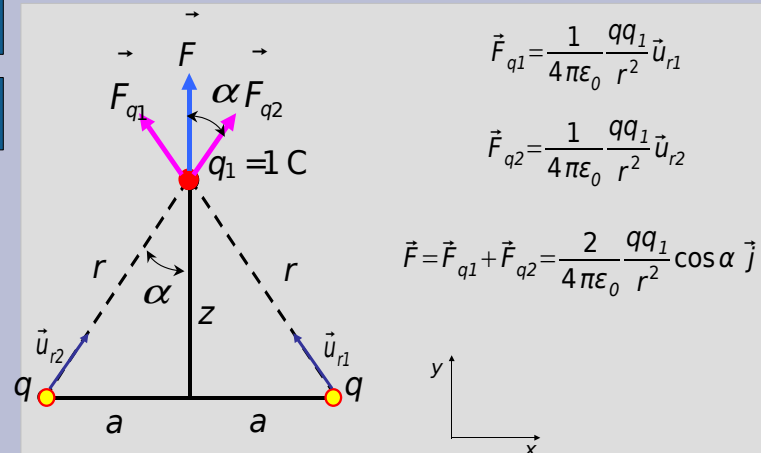
Problema 2

2. Dadas cuatro cargas puntuales iguales $+q$, situadas en los vértices de un cuadrado de lado $a\sqrt{2}$ y en reposo, hallar la fuerza eléctrica total que las cuatro cargas ejercerían sobre una carga q' situada en O y la energía potencial electrostática de q' en O .

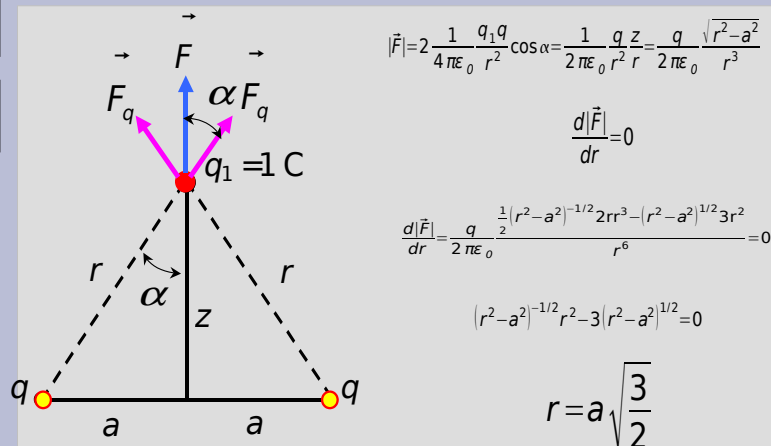
$$\vec{F}=0$$



Problema 5

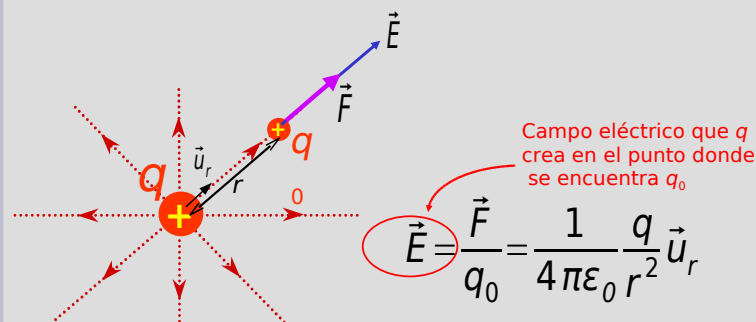


Problema 5



Campo eléctrico

- Se **define** como la fuerza eléctrica por unidad de carga positiva que actuaría sobre q_0 debido a q .



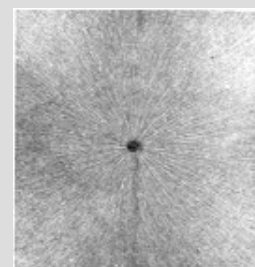
Campo eléctrico

Algunos campos eléctricos en la naturaleza

	E (N/C)
En los cables domésticos	10^{-2}
En las ondas de radio	10^{-1}
En la atmósfera	10^2
En la luz solar	10^3
Bajo una nube tormentosa	10^4
En la descarga de un relámpago	10^4
En un tubo de rayos X	10^6
En el electrón de un átomo de hidrógeno	$6 \cdot 10^{11}$
En la superficie de un núcleo de uranio	$2 \cdot 10^{21}$

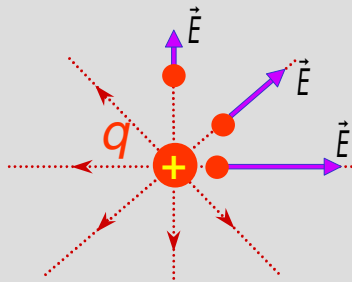
Campo eléctrico

- El **campo eléctrico** $\vec{E}$ () modeliza el efecto que crea una carga eléctrica de valor q en el espacio que la rodea, independientemente de otra carga, de valor q_0 y positiva, colocada en un punto de este espacio.



Campo eléctrico

- El valor así calculado es independiente de q_0 , y tan **sólo depende de la carga** q y de la distancia entre el punto considerado y la carga.



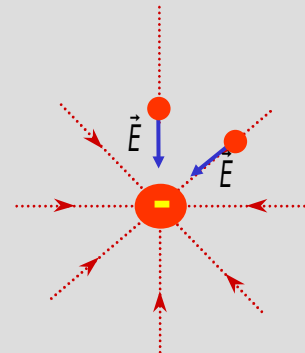
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$[E] = M L T^{-3} I^{-1}$$

Se mide en N/C

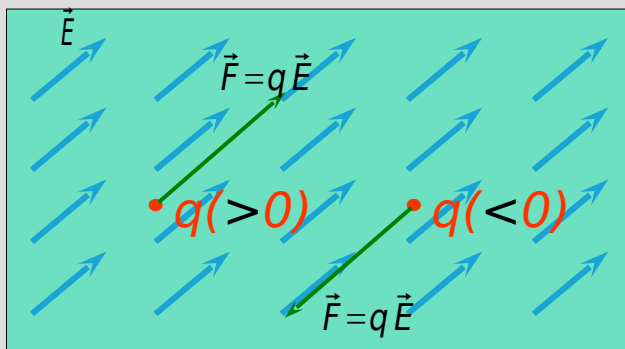
Campo eléctrico

- Si la carga creadora del campo es **negativa**, el campo eléctrico va dirigido hacia la propia carga.



Campo eléctrico

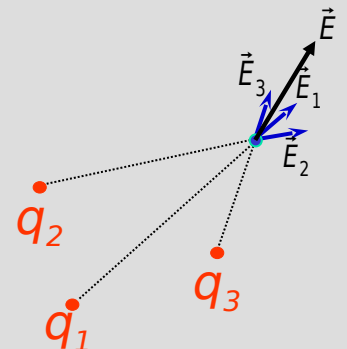
- Cuando una carga se sitúa dentro de un campo eléctrico, sobre ella aparece una fuerza de valor $q\vec{E}$



Campo eléctrico

- Campo eléctrico creado por n cargas puntuales: es la suma del creado por cada una de las n cargas

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r_i}$$

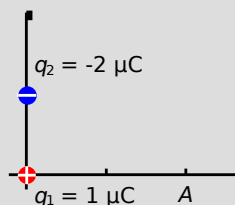


Problema 6

Ejemplo 3-1 del libro de teoría

Dadas las cargas puntuales de la figura, calcula:

- El campo eléctrico resultante en el punto A(2,0) m. Aplica el principio de superposición dibujando en el gráfico los campos que ejerce cada carga por separado.
- La fuerza que actuaría sobre una carga puntual negativa de -3 nC en A.

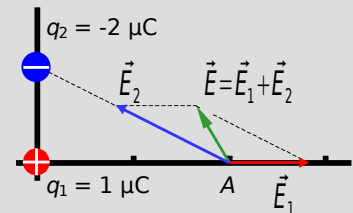


Problema 6

$$a) \quad \vec{E}_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} \vec{u}_{r_1} = k \frac{q_1}{r_1^2} \vec{i} = \frac{9000}{4} \vec{i} \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} \vec{u}_{r_2} = \frac{-18000}{5} \left(\frac{2\vec{i} - \vec{j}}{\sqrt{5}} \right) = \frac{3600}{\sqrt{5}} (-2\vec{i} + \vec{j}) \frac{N}{C}$$

$$\vec{E} = -970\vec{i} + 1610\vec{j} \text{ N/C}$$

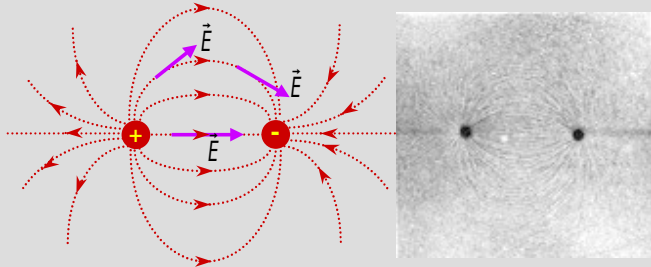


b)

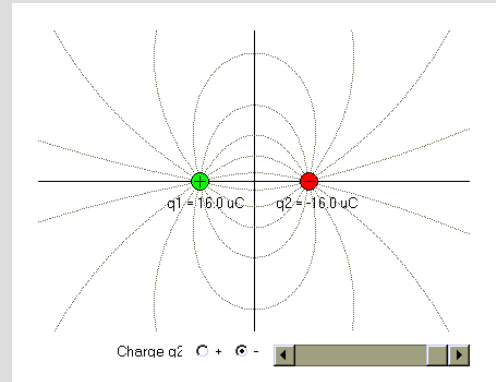
$$\vec{F} = q\vec{E} = -3(-970\vec{i} + 1610\vec{j}) = 2910\vec{i} - 4830\vec{j} \text{ nN}$$

Líneas de campo eléctrico

- Se llama así a las líneas que, en cada punto del espacio, son **tangentes al vector campo** eléctrico en dicho punto.



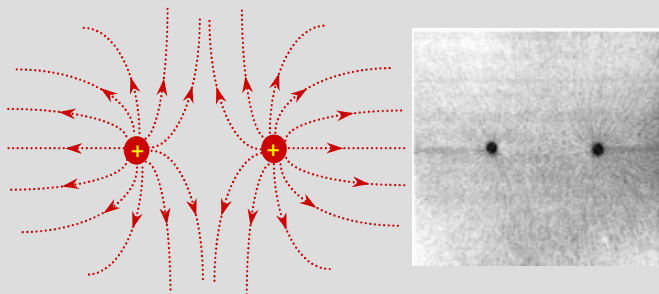
Líneas de campo eléctrico



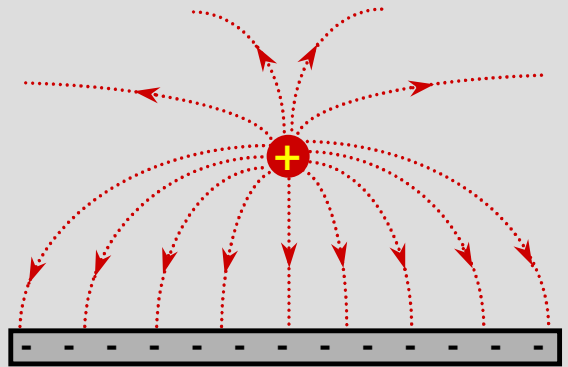
http://personales.upv.es/jogomez/simula/Tema03/elefi_z.htm

Líneas de campo eléctrico

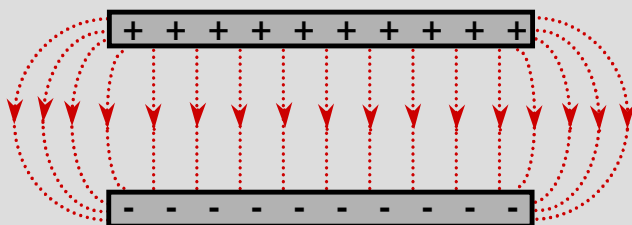
- Son **líneas** que comienzan en las cargas positivas (o en el infinito), y terminan en las cargas negativas (o en el infinito).



Líneas de campo eléctrico

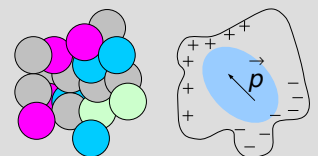
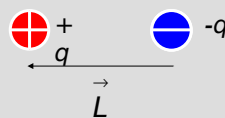


Líneas de campo eléctrico



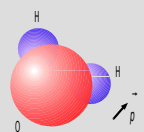
Dipolo eléctrico

- Se denomina dipolo eléctrico a un sistema de dos cargas iguales y de signo contrario, separadas entre sí por una pequeña distancia.



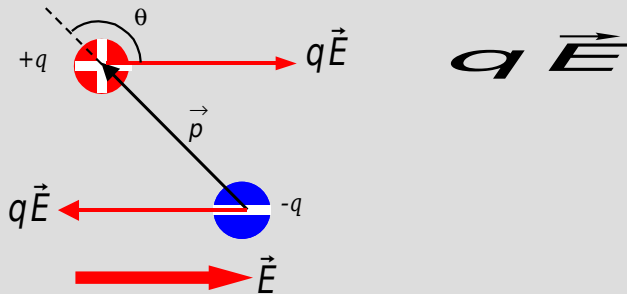
- Momento dipolar:**

$$\vec{p} = q\vec{L}$$



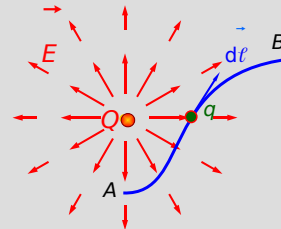
Momento del par de fuerzas

- Momento** del par de fuerzas:



Energía potencial electrostática

Campo electrostático es un campo conservativo

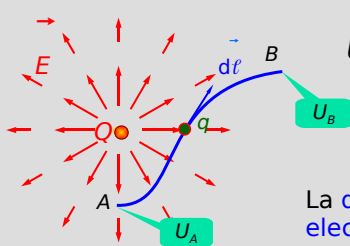


Una fuerza es **conservativa** si el trabajo total que realiza sobre una partícula que sigue una trayectoria cerrada y vuelve a su posición inicial es cero, o si el trabajo total que realiza sobre una partícula para ir desde un punto A a otro punto B es independiente del camino seguido de A a B.

En estos casos el trabajo se puede expresar como la diferencia de valores que toma una **función escalar U** entre los puntos final e inicial. La fuerza eléctrica y la fuerza gravitatoria son dos ejemplos de fuerzas conservativas y la función escalar **U es la energía potencial electrostática** en el primer caso y gravitatoria en el segundo.

Energía potencial electrostática

Campo electrostático es un campo conservativo



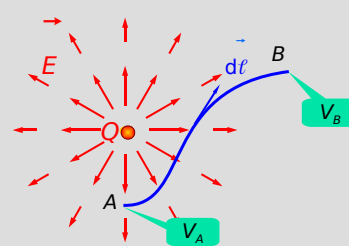
$$U_A - U_B = W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Julio J

La **diferencia de energía potencial electrostática U** de una carga **q** entre dos puntos A y B **se define** como el trabajo realizado por la fuerza eléctrica para trasladar dicha carga de A a B.

Diferencia de potencial electrostático

Campo electrostático es un campo conservativo



$$U_A - U_B = W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

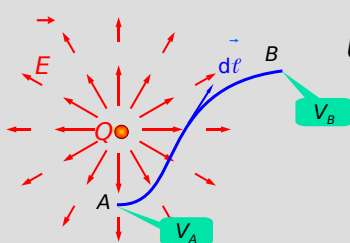
$$V_A - V_B = \frac{U_A - U_B}{q} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Voltio V

La **variación de energía potencial por unidad de carga se denomina diferencia de potencial eléctrico V (ddp)**

Potencial electrostático

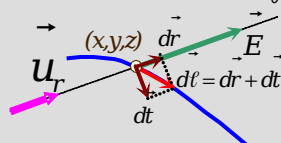
Campo electrostático es un campo conservativo



$$U_A - U_B = W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

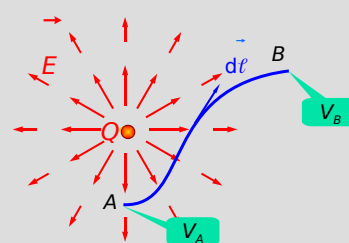
$$V_A - V_B = \frac{U_A - U_B}{q} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \cdot d\vec{l}$$



Potencial electrostático

Campo electrostático es un campo conservativo



$$U_A - U_B = W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

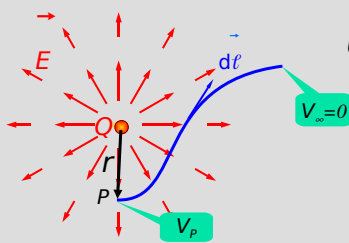
$$V_A - V_B = \frac{U_A - U_B}{q} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_{r_A}^{r_B} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_A}^{r_B} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

Potencial electrostático

Campo electrostático es un campo conservativo



$$U_A - U_B = W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

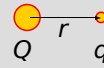
$$V_A - V_B = \frac{U_A - U_B}{q} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

$$V_P = V_P - V_\infty = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Si consideramos que el potencial eléctrico en los puntos situados a distancia infinita de la carga Q es cero, entonces el potencial eléctrico en un punto P es:

Potencial electrostático



$$U = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r}$$

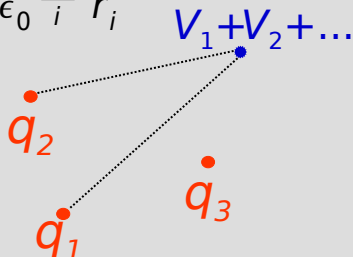
$$V = \frac{U}{q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Potencial electrostático

- Potencial creado por n cargas puntuales:

$$V = \sum_i V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

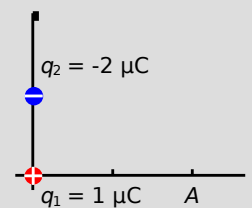


Problema 6

Ejemplo 3-3 del libro de teoría

Dadas las cargas puntuales de la figura, calcula:

- El potencial eléctrico resultante en el punto $A(2,0)$ m y en el punto $B(4,2)$ m
- La diferencia de potencial entre los puntos A y B , $V_A - V_B$.

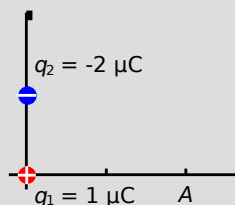


Problema 6

$$c) \quad V_A = k \frac{q_1}{r_{1A}} + k \frac{q_2}{r_{2A}} = 9000 \left(\frac{1}{2} + \frac{-2}{\sqrt{5}} \right) V = -3550 \text{ V}$$

$$V_B = k \frac{q_1}{r_{1B}} + k \frac{q_2}{r_{2B}} = 9000 \left(\frac{1}{\sqrt{20}} + \frac{-2}{\sqrt{17}} \right) V = -2353 \text{ V}$$

$$d) \quad V_A - V_B = -1197 \text{ V}$$

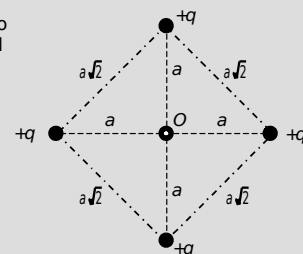


Problema 2

- Dadas cuatro cargas puntuales iguales $+q$, situadas en los vértices de un cuadrado de lado $a\sqrt{2}$ y en reposo, hallar la fuerza eléctrica total que las cuatro cargas ejercerían sobre una carga q' situada en O y la energía potencial electrostática de q' en O .

$$\vec{F} = 0$$

$$U = q'V = q'4 \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{q'q}{\pi\epsilon_0 a}$$

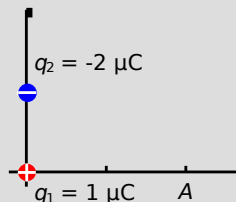


Problema 6

Ejemplo 3-5 del libro de teoría

Dadas las cargas puntuales de la figura, calcula:

e) El trabajo que debe realizar una fuerza externa para trasladar una carga puntual negativa de -3 nC desde A hasta B.

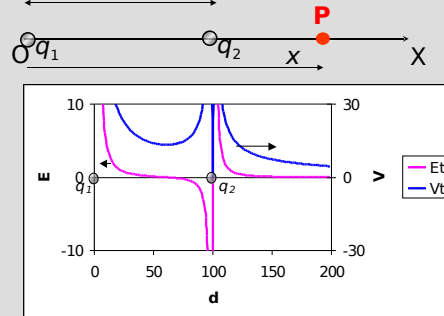


$$W_{AB} = -q(V_B - V_A)$$

$$W_{AB \text{ Fext}} = q(V_B - V_A) = -3 (1197) = -3,59 \mu\text{J}$$

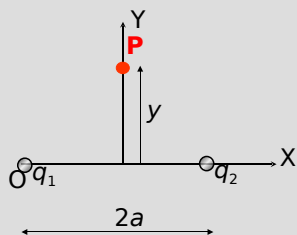
Problema 7

Dadas dos cargas puntuales q_1 y q_2 , separadas una distancia d , calcula el potencial electrostático y el campo eléctrico en el punto P. Considera el punto P a la izquierda de q_1 , entre q_1 y q_2 y a la derecha de q_2 . Representa gráficamente el resultado.



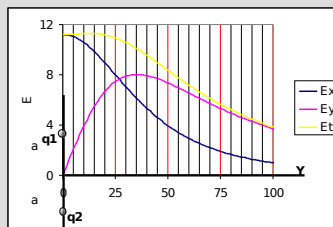
EXCEL: <http://personales.upv.es/jogomez/Labvir/tratamiento.htm>

Problema 8

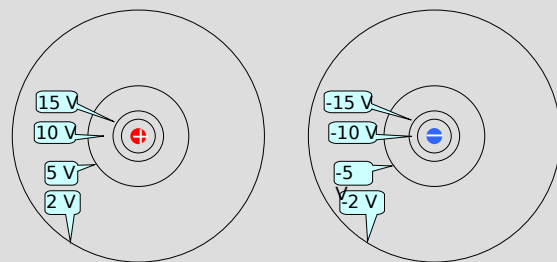


$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i = \sum \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r_i}$$

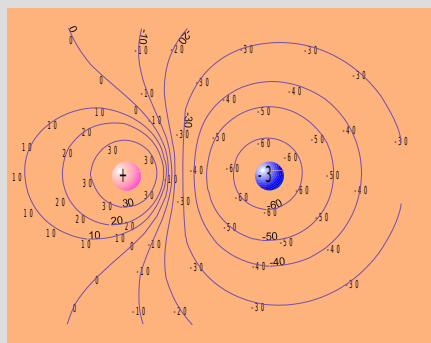
$$V = \sum V_i = \sum \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i}$$



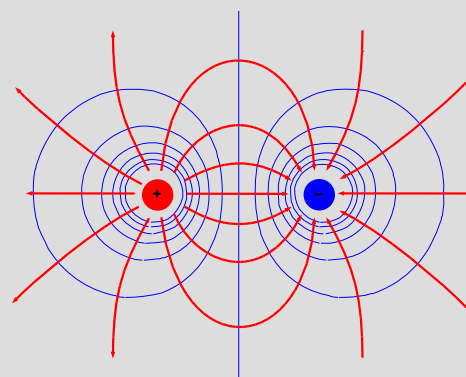
Superficies equipotenciales



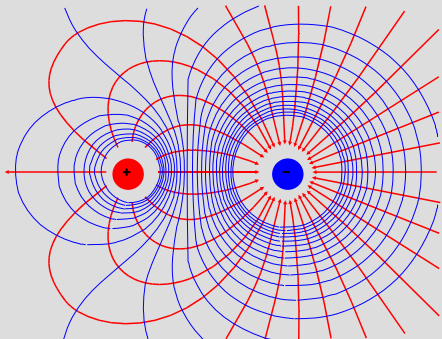
Superficies equipotenciales



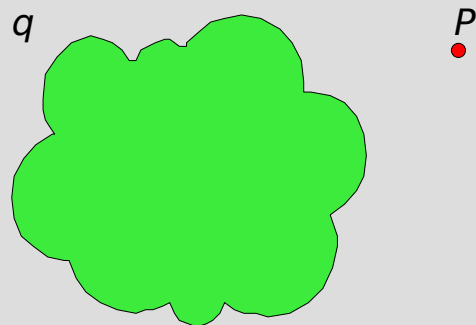
Líneas de campo y superficies equipotenciales



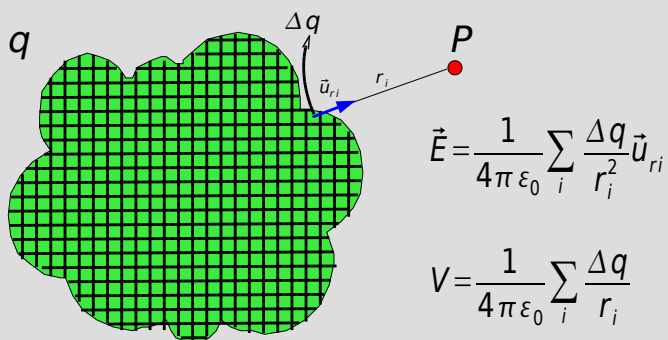
Líneas de campo y superficies equipotenciales



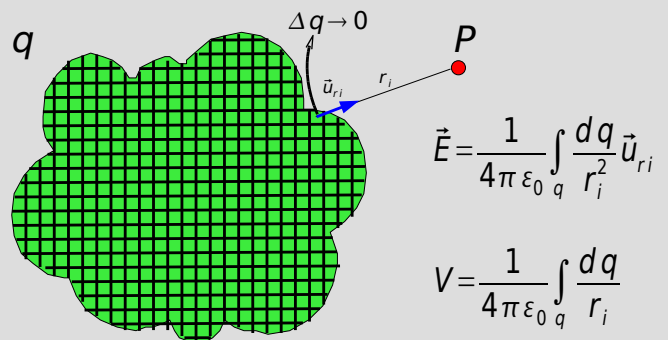
Distribuciones continuas de carga



Distribuciones continuas de carga

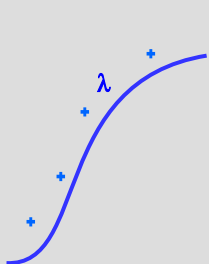


Distribuciones continuas de carga



Distribuciones continuas de carga

■ Carga distribuida sobre una **línea**:



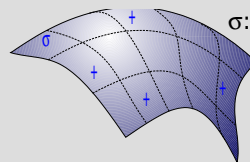
λ : densidad lineal de carga $\lambda = \frac{dq}{dl}$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\lambda dl}{r}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\lambda dl}{r^2} \vec{u}_r$$

Distribuciones continuas de carga

■ Carga distribuida sobre una **superficie**:



σ : densidad superficial de carga $\sigma = \frac{dq}{dS}$

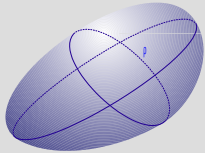
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma dS}{r}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma dS}{r^2} \vec{u}_r$$

Distribuciones continuas de carga

- Carga distribuida sobre un **volumen**:

ρ : densidad volumétrica de carga $\frac{dq}{dV}$



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho dV}{r^2} \vec{u}_r$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho dV}{r}$$

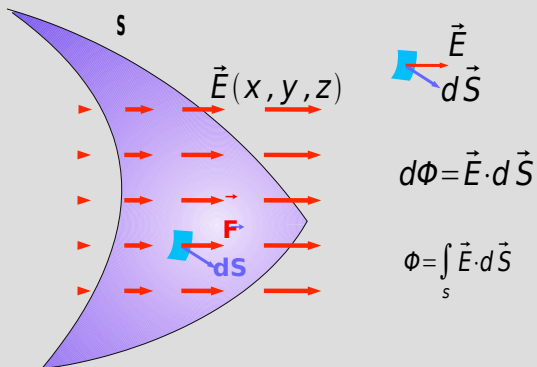
Distribución lineal de carga

Campo eléctrico creado por una distribución lineal de carga



<http://www.fis.upv.es/~jmmesegu/proyecto%20excel/densidad%20lineal%20de%20carga.xls>

Flujo del campo eléctrico

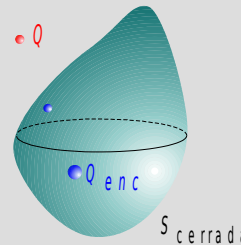


Teorema de Gauss

- El **flujo** del campo eléctrico a través de una **superficie cerrada** S cualquiera es igual a la carga total encerrada en la superficie dividida por ϵ_0 .

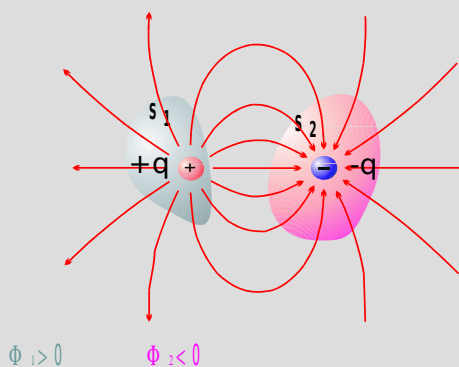
$$\Phi_{\text{sup cerrada}} = \frac{Q_{\text{encerrada}}}{\epsilon_0}$$

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q}{\epsilon_0}$$

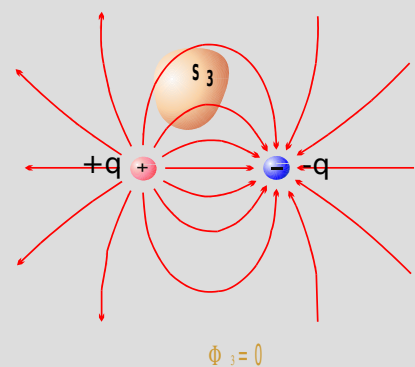


$$Q_{\text{encerrada}} = \sum Q \quad \text{Carga encerrada}$$

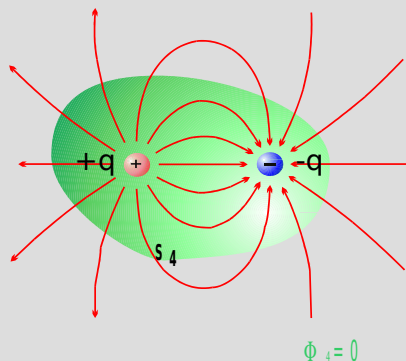
Teorema de Gauss



Teorema de Gauss



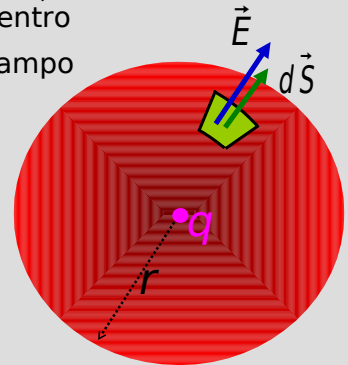
Teorema de Gauss



Teorema de Gauss

- Sea una **superficie esférica**, con una carga q en su centro
- El **flujo elemental** del campo eléctrico creado por q a través de un dS será:

$$d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



Teorema de Gauss

- Pero el **campo eléctrico** creado por q en cualquier punto de la superficie es:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}_r \quad \text{y} \quad d\vec{S} \parallel \vec{u}_r$$

- Por tanto:

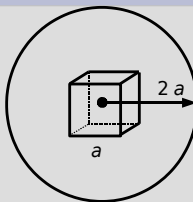
$$\phi = \int_S d\phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S k \frac{q}{r^2} dS = k \frac{q}{r^2} \int_S dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$4\pi r^2$

- Este resultado es **generalizable** para cualquier **superficie cerrada**.

Problema 10

10. Sea un cubo de arista a y densidad volumétrica de carga ρ uniforme, situado en el vacío. Se le rodea de una superficie esférica de radio $2a$. Determina el flujo del campo eléctrico a través de la esfera.



$$\phi = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$\rho = \frac{\text{carga}}{\text{volumen}} \Rightarrow \text{carga} = \rho \times \text{volumen} = \rho a^3$$

$$\phi = \frac{\rho a^3}{\epsilon_0}$$

Cálculo de E mediante el teorema de Gauss

- Para que el cálculo del **flujo** de E sea **sencillo**, es necesario que la superficie cerrada elegida cumpla dos condiciones:

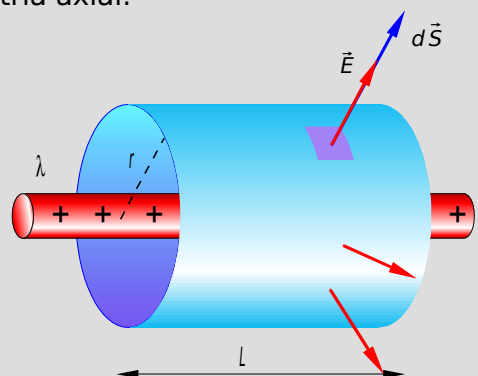
- a) El **módulo** del **campo eléctrico** tenga el **mismo valor** en todos sus puntos
- b) El **vector campo eléctrico** sea **paralelo** al **vector superficie** en cualquiera de sus puntos

- De este modo:

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E dS = E \int_S dS = ES = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

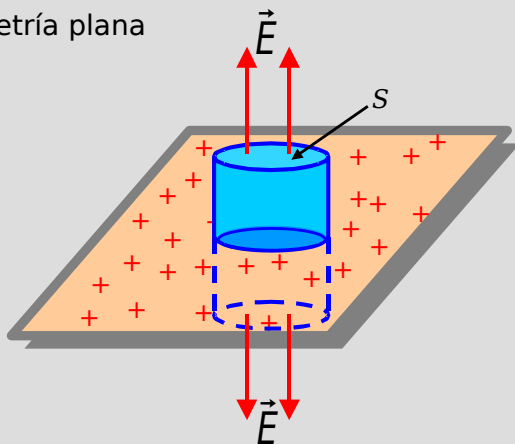
Teorema de Gauss

- Simetría axial:



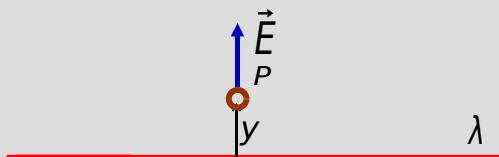
Teorema de Gauss

- Simetría plana



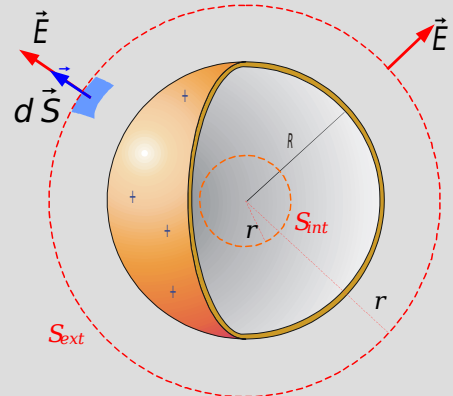
Problema 12

La figura muestra una porción de una línea infinita de carga cuya densidad lineal de carga λ es constante. Calcula la intensidad de campo eléctrico creado por la línea infinita en el punto P a una distancia y de la línea.



Teorema de Gauss

- Simetría esférica

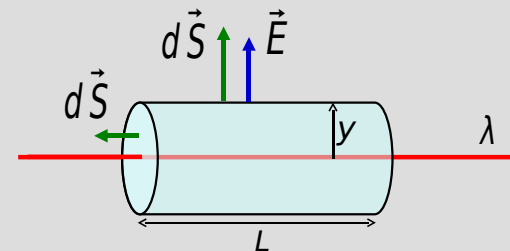


Problema 12

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{Lat} E dS = E S_{Lat}$$

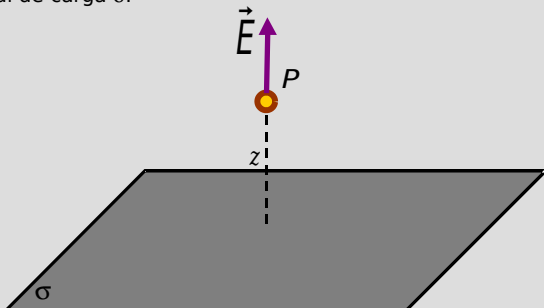
$$\Phi = \frac{Q_{encerrada}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y}$$

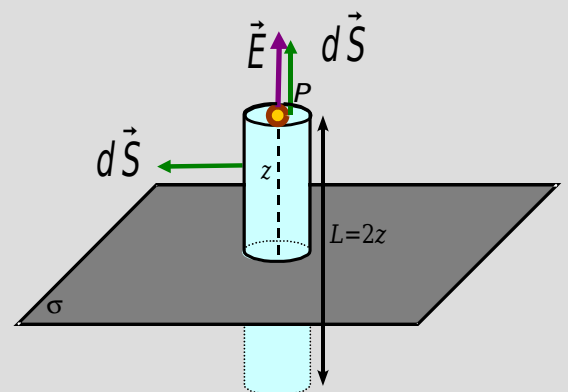


Problema 11

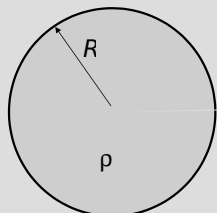
Aplica el teorema de Gauss para deducir la expresión del campo eléctrico creado por un plano infinito cargado con densidad superficial de carga σ .



Problema 11



Carga puntual Distribución esférica



Qo



Problema 14

14. La figura muestra una porción de un cilindro de longitud infinita y radio R , cargado uniformemente con una densidad volumétrica de carga ρ .

Calcula:

- Campo eléctrico en el interior y en el exterior del cilindro.
- Diferencia de potencial entre el eje del cilindro y su superficie.



Problema 14

$r < R$:

$$\Phi = \int_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

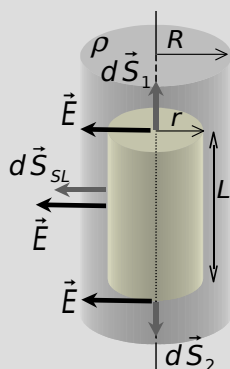
$$\Phi = \int_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{B_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{B_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{SL} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{SL} E dS$$

$$\Phi = \int_{SL} E dS = E \int_{SL} dS = E S_{SL} = E 2\pi r L$$

$$\Phi = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi = E 2\pi r L \Rightarrow E 2\pi r L = \frac{\rho \pi r^2 L}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \text{ (N/C)}$$

$$\Phi = \frac{\rho \pi r^2 L}{\epsilon_0}$$



Problema 14

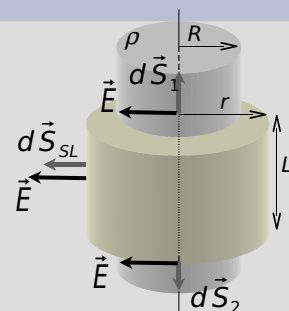
$r > R$:

$$\Phi = E 2\pi r L$$

$$\Phi = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{\rho V}{\epsilon_0} = \frac{\rho \pi R^2 L}{\epsilon_0}$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= E 2\pi r L \\ \Phi &= \frac{\rho \pi R^2 L}{\epsilon_0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E 2\pi r L = \frac{\rho \pi R^2 L}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r} \text{ (N/C)}$$



Problema 14

$$V_R - V_0 = - \int_0^R \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$V_R - V_0 = - \int_0^R \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_0^R E dr$$

$$V_R - V_0 = - \int_0^R E dr = - \int_0^R \frac{\rho r}{2\epsilon_0} dr = - \frac{\rho}{2\epsilon_0} \int_0^R r dr = - \frac{\rho}{2\epsilon_0} \frac{r^2}{2} \Big|_0^R = - \frac{\rho R^2}{4\epsilon_0} \text{ (V)}$$

Problema 15



La figura muestra una porción de un cilindro de longitud infinita y radio R , cargado uniformemente con una **densidad superficial de carga** σ .

Calcula:

- Campo eléctrico en el interior y en el exterior del cilindro.
- Diferencia de potencial entre el eje del cilindro y su superficie.

Compara los resultados con los resultados obtenidos en el problema 3-15 realizando una gráfica en la que se observe la variación del campo eléctrico con la distancia al eje del cilindro. Idem con el potencial electrostático.

c) ¿qué ocurre si intentas calcular el potencial electrostático creado por la distribución dada en un punto concreto, si supones que el potencial en el infinito es nulo?

Problema 15

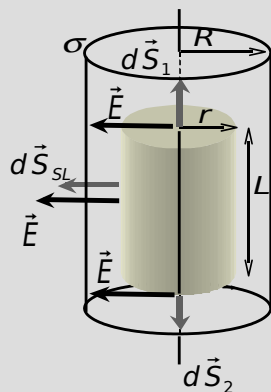
$$r < R: \quad \Phi = \int_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi = \int_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{B_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{B_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{SL} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{SL} E \, dS$$

$$\Phi = \int_{SL} E \, dS = E \int_{SL} dS = ES_{SL} = E2\pi rL$$

$$\Phi = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi = E2\pi rL = 0 \Rightarrow E = 0$$



Problema 15

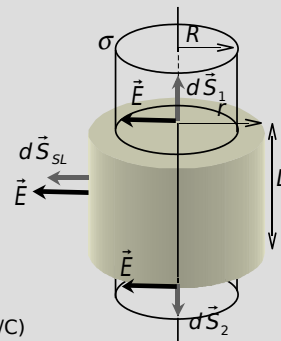
$$r > R:$$

$$\Phi = E2\pi rL$$

$$\Phi = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} = \frac{\sigma 2\pi RL}{\epsilon_0}$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= E2\pi rL \\ \Phi &= \frac{\sigma 2\pi RL}{\epsilon_0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E2\pi rL = \frac{\sigma 2\pi RL}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r} \quad (\text{N/C})$$



Problema 15

$$r < R:$$

$$E = 0$$

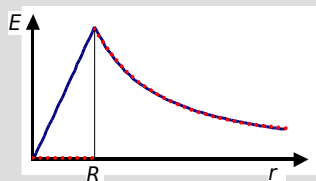
$$E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$$

$$r > R:$$

$$E = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r}$$

$$E = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r}$$

$$Q = \rho \pi R^2 L = \sigma 2\pi RL \Rightarrow \sigma = \rho R/2$$



Problema 15

$$V_R - V_0 = - \int_0^R \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$

$$r < R:$$

$$V(r) = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = K_1$$

$$r > R:$$

$$V(r) = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r} dr = - \frac{\sigma R}{\epsilon_0} \ln r + K_1'$$

$$- \frac{\sigma R}{\epsilon_0} \ln R + K_1' = K_1 \Rightarrow K_1' = K_1 + \frac{\sigma R}{\epsilon_0} \ln R$$

$$V(r) = \frac{\sigma R}{\epsilon_0} \ln \left(\frac{R}{r} \right) + K_1$$

Problema 15

$$r < R:$$

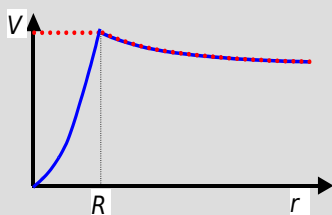
$$V(r) = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int \frac{\rho r}{2\epsilon_0} dr = - \frac{\rho r^2}{4\epsilon_0} + K_2$$

$$r > R:$$

$$V(r) = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r} dr = - \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \ln r + K_2'$$

$$- \frac{\rho R^2}{4\epsilon_0} + K_2 = - \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \ln R + K_2' \Rightarrow K_2' = - \frac{\rho R^2}{4\epsilon_0} + \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} + K_2$$

$$V(r) = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \ln \left(\frac{R}{r} \right) - \frac{\rho R^2}{4\epsilon_0} + K$$



Problema 15

- c) No se puede establecer el criterio de potencial nulo para $r \rightarrow \infty$ puesto que

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{R}{r} \right) = -\infty$$

Tema 2. Electrocínética

Objetivos:

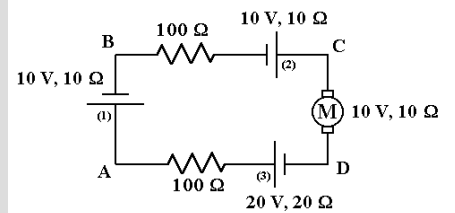
- Definir los conceptos intensidad de corriente eléctrica, velocidad de arrastre, densidad de corriente y resistencia.
- Establecer la ley de Ohm.
- Definir la resistividad, y conocer su dependencia con la temperatura.
- Calcular la resistencia equivalente de asociaciones de resistencias.
- Conocer los efectos energéticos de la corriente eléctrica y el efecto Joule.
- Conocer el generador de fuerza electromotriz y el receptor de fuerza contraelectromotriz.
- Realizar balances energéticos en circuitos.
- Calcular diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito.
- Resolver circuitos simples.



Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

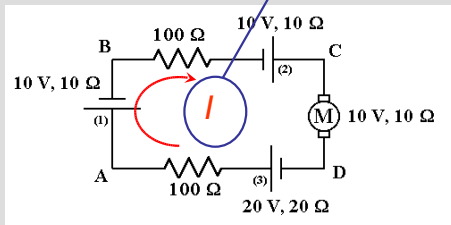
- Calcula el valor y sentido de la intensidad que circula por el circuito.
- Diferencia de potencial entre el punto A y el C ($V_A - V_C$). Desarrolla el cálculo por el camino ABC y por el camino ADC.
- ¿Qué elementos suministran energía al circuito? Calcula el valor de la potencia suministrada por cada elemento.
- ¿Qué elementos consumen energía en el circuito? Calcula el valor de la potencia consumida por cada elemento.
- ¿Cuál es el rendimiento del motor? ¿Y el de la fuente (2)?
- Si modificamos la fuerza electromotriz de la fuente (1), ¿cuál debe ser su nuevo valor para que la diferencia de potencial entre los puntos A y C tenga valor cero? ¿Cuál es la intensidad del circuito en este caso?



Resolver circuitos simples

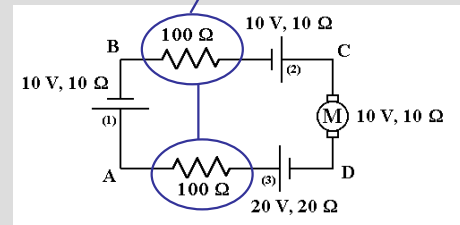
Ejemplo 6-3

I , intensidad de corriente eléctrica



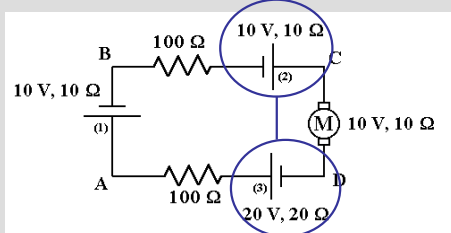
Ejemplo 6-3

Resistencias
Ley de Ohm:
 $V = IR$



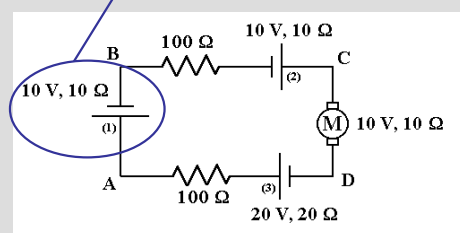
Ejemplo 6-3

Generadores

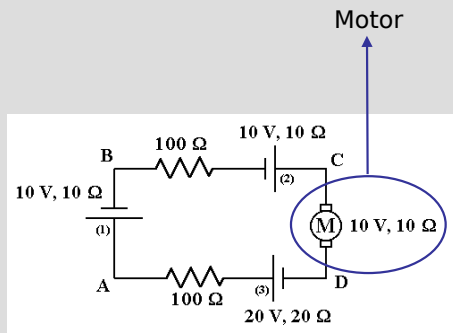


Ejemplo 6-3

Receptor



Ejemplo 6-3



2. Electrocinética

2.1 Corriente y movimiento de cargas

Velocidad de arrastre

2.2 Intensidad y densidad de corriente

2.3 Ley de Ohm. Resistencia

Resistencia de un conductor de sección constante y homogéneo

Variación de la resistividad con la temperatura

2.4 Ley de Joule

2.5 Combinaciones de resistencias

Asociaciones en serie y en paralelo

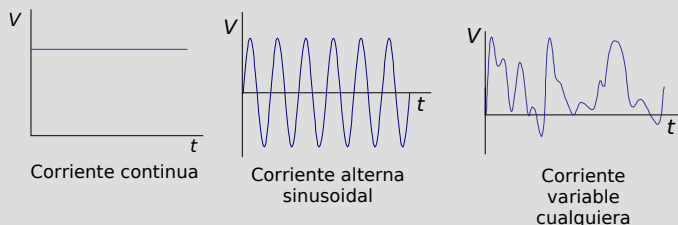
2.6 Generador y receptor lineales

2.7 Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

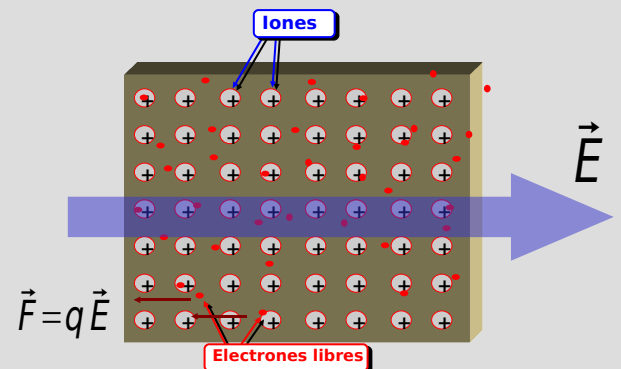
2.8 Ecuación del circuito

Corriente continua y corriente alterna

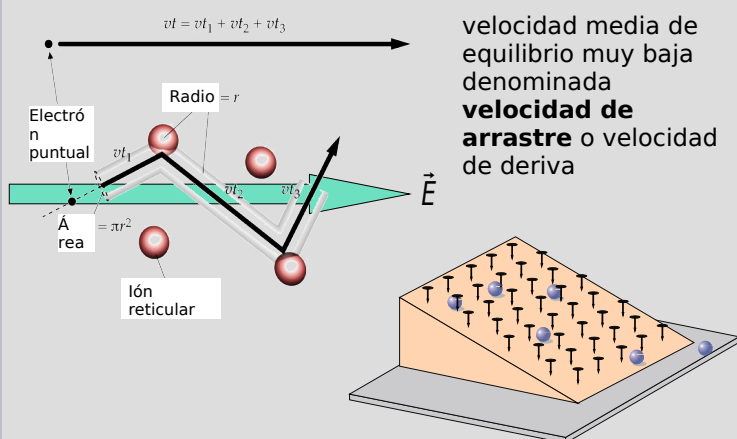
- **Continua**, si las distintas magnitudes relacionadas con la corriente -tensión, intensidad..., permanecen invariables en el tiempo.
- **Alterna**, si las distintas magnitudes relacionadas con la corriente evolucionan periódicamente con el tiempo.



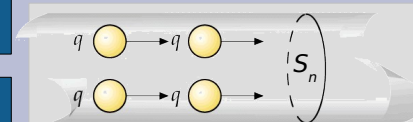
Corriente y movimiento de cargas



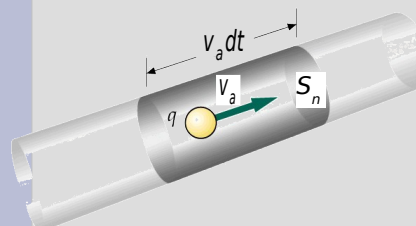
Velocidad de arrastre o velocidad de deriva



Intensidad de corriente



$$I = \frac{dQ}{dt}$$



$$I = n|q|S_n v_a$$

$$1 \text{ C} = 1 \text{ A s}$$

Problema 8

8. La carga que pasa por la sección de un hilo metálico está definida por $Q(t) = 6,5 t^2 + 3,5 C$, para t desde 0,0 s a 8,0 s.

- a) ¿Qué expresión tiene la corriente $I(t)$ en este intervalo de tiempo?
b) ¿Cuánto vale la corriente en $t = 3$ s?

a)
$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = 13t \text{ (A)}$$

b)
$$I(t=3s) = 13 \cdot 3 = 39 \text{ A}$$

Ejemplo 5-2, página 5-7

Un hilo de cobre de 2,5 mm de diámetro, transporta una corriente de 15 A. Suponiendo que cada átomo de cobre cede en promedio 1,2 electrones a la conducción, calcula la velocidad de arrastre de los electrones.

Nota: Son datos conocidos: la carga del electrón ($q = 1,6 \cdot 10^{-19} C$); la masa molar del cobre ($M = 63,5 \text{ g/mol}$), su densidad ($\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$) y la constante de Avogadro ($N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos/mol}$).

$$v_a = \frac{I}{nqS}$$

$$\frac{\text{átomos}}{g} = \frac{N_A (\text{át./mol})}{M (\text{g/mol})}$$

$$\frac{\text{átomos}}{m^3} = \frac{N_A (\text{átomos/g}) \cdot \rho (\text{g/m}^3)}{M}$$

$$n = 1,2 \frac{\text{átomos}}{m^3} = 1,2 \frac{N_A}{M} \rho \frac{\text{electrones}}{m^3}$$

$$n = 1,2 \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{63,5 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,9 \cdot 10^3 \approx 1,01 \cdot 10^{29} \text{ (electrones/m}^3\text{)}$$

$$v_a = \frac{I}{nqS} \approx \frac{15}{1,01 \cdot 10^{29} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \pi \left(\frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2} \approx 1,89 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

Ejemplo 5-2, página 5-7

Un hilo de cobre de 2,5 mm de diámetro, transporta una corriente de 15 A. Suponiendo que cada átomo de cobre cede en promedio 1,2 electrones a la conducción, calcula la velocidad de arrastre de los electrones.

Nota: Son datos conocidos: la carga del electrón ($q = 1,6 \cdot 10^{-19} C$); la masa molar del cobre ($M = 63,5 \text{ g/mol}$), su densidad ($\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$) y la constante de Avogadro ($N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos/mol}$).

$$L = v_a t = 1,89 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,189 \text{ mm}$$

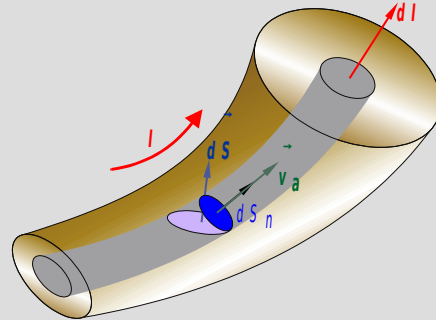
$$v_a = \frac{I}{nqS} \approx \frac{15}{1,01 \cdot 10^{29} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \pi \left(\frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2} \approx 1,89 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$x = 1 \text{ m} \Rightarrow t = x/v_a = 1/1,89 \cdot 10^{-4} = 5291 \text{ s} = 1,5 \text{ h}$$

Densidad de corriente eléctrica

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_n} \vec{u}$$

$$\vec{j} = nq\vec{v}_a$$



Densidad de corriente eléctrica

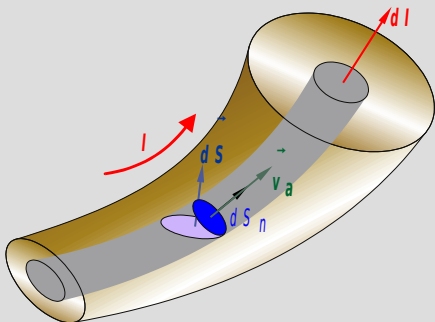
$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_n} \vec{u}$$

$$\vec{j} = nq\vec{v}_a$$

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

Si en S, $\vec{j}$ es uniforme

$$I = j S_n$$

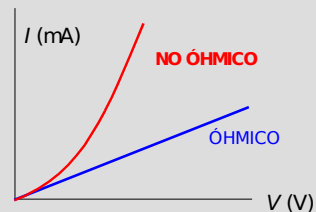
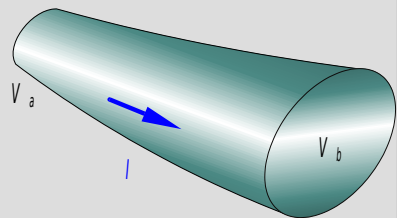
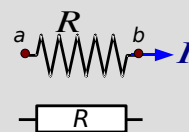


Ley de Ohm

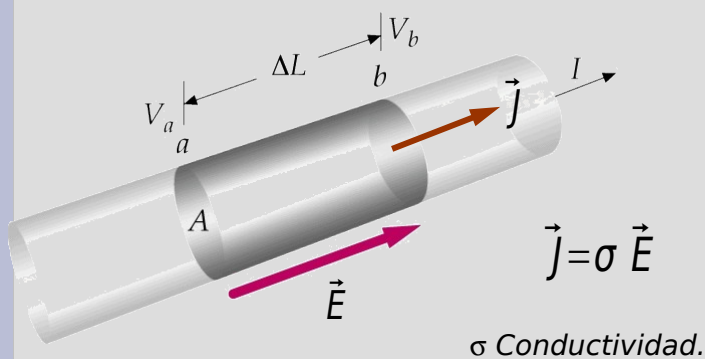
La diferencia de potencial en los extremos de un conductor es directamente proporcional a la intensidad que circula por éste.

$$V_a - V_b = \Delta V = IR$$

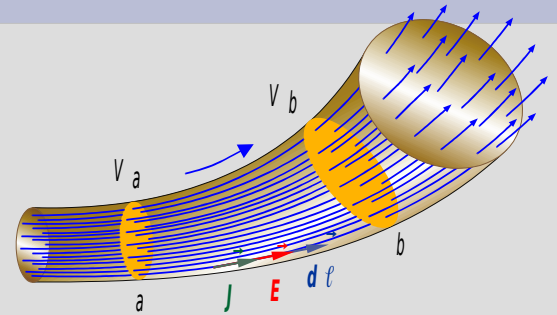
$$[R] = ML^2 T^{-3} I^{-2} \quad \text{ohmio } (\Omega),$$



Ley de Ohm microscópica



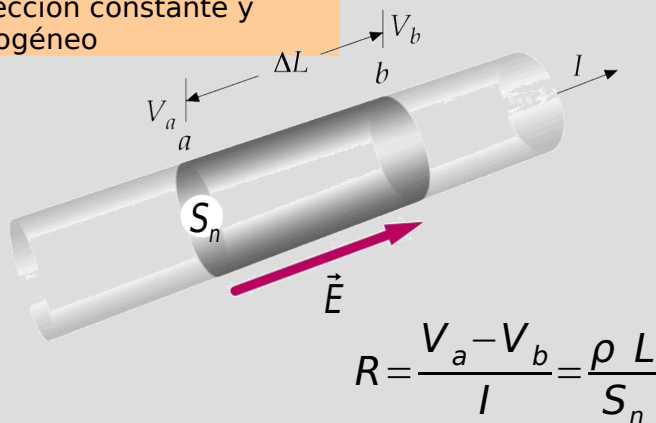
Resistencia eléctrica



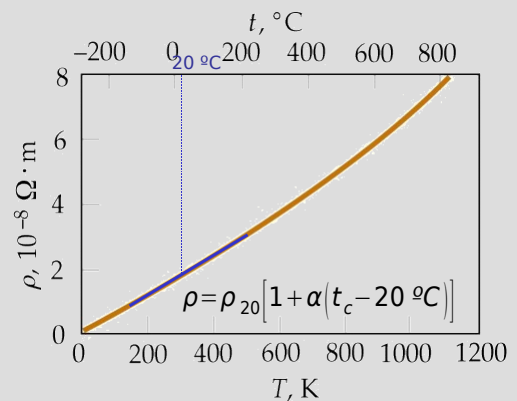
$$V_a - V_b = I \left(\int_a^b \frac{dl}{\sigma S_n} \right) \quad R = \frac{V_a - V_b}{I} = \int_a^b \frac{dl}{\sigma S_n} = \int_a^b \frac{\rho}{S_n} dl$$

Resistencia eléctrica

Resistencia de un conductor de sección constante y homogéneo



Variación de la resistividad con la temperatura



Movilidad

■ Coeficiente de proporcionalidad entre la velocidad de arrastre y el campo eléctrico.

$$\mu = \frac{v_a}{E}$$

■ En los materiales óhmicos:

$$\mu = \frac{\sigma}{n q}$$

Problema 13

¿A qué temperatura será la resistencia de un conductor de cobre el 10% mayor que cuando está a 20 °C?

$$\rho = \rho_{20}(1 + \alpha(t - 20))$$

$$\rho_{20} = 1,67 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

$$\alpha = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$\rho = \rho_{20}(1 + \alpha(20 - 20)) = \rho_{20}$$

$$\rho(t=t_x) = \rho_{20}(1 + \alpha(t_x - 20)) = 1,10\rho_{20}$$

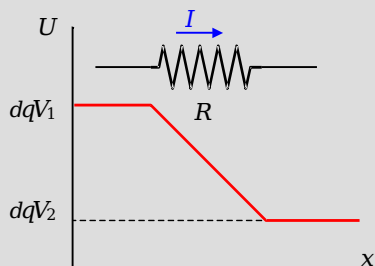
$$1 + \alpha(t_x - 20) = 1,10$$

$$\alpha(t_x - 20) = 0,10$$

$$t_x - 20 = 0,10/\alpha$$

$$t_x = 20 + 0,10/\alpha = 20 + 0,10/3,9 \cdot 10^{-3} = 45,6^\circ\text{C}$$

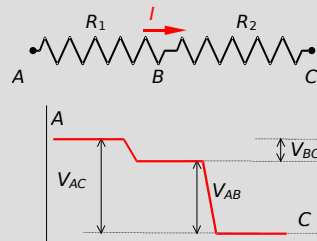
Energía de la corriente eléctrica. Ley de Joule



$$P = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

Combinación de resistencias

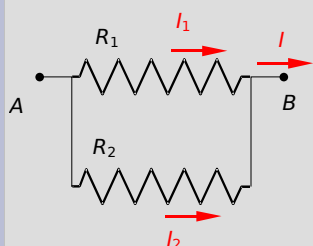
Resistencias en serie.



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i$$

Combinación de resistencias

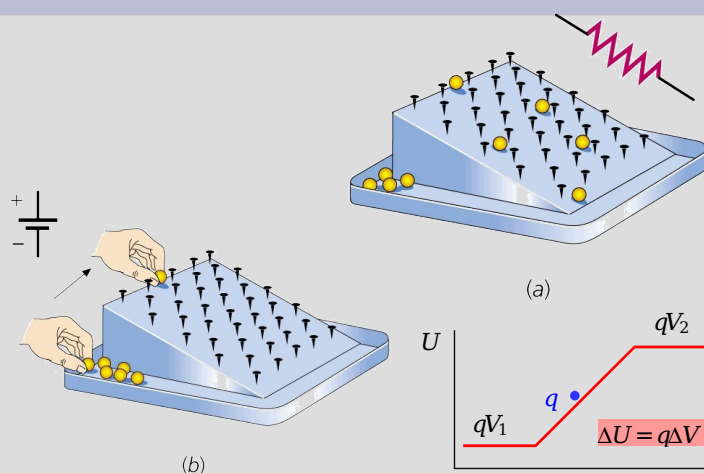
Resistencias en paralelo.



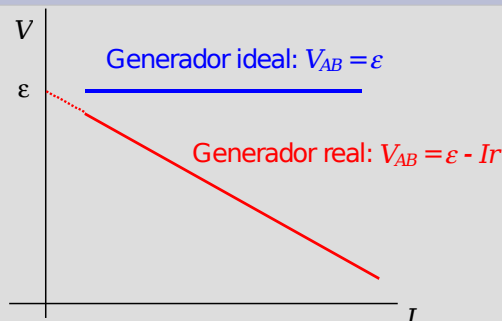
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

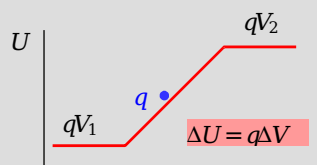
Generadores



Generador lineal



Característica tensión-corriente del generador: Tensión en los bornes V en función de I para un generador real (línea roja) y para un generador ideal (línea azul)



$$\varepsilon = \frac{\text{energía eléctrica}}{\text{unidad de carga}}$$

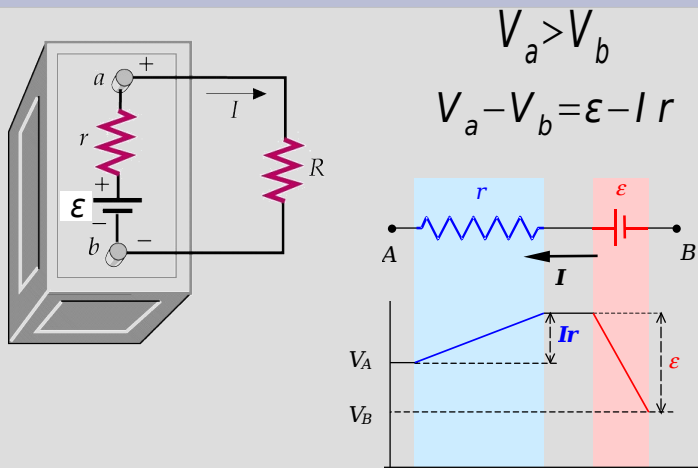
$$\varepsilon = \frac{dU}{dq}$$

$$P_{generada} = \varepsilon I$$

$$\Delta U = q(V_2 - V_1)$$

$$[\varepsilon] = [V] \quad (\text{Voltio})$$

Generador lineal



Generador lineal

En generador real, parte de la potencia generada se consume en la resistencia interna del generador, y el resto se “suministra” al circuito. La diferencia entre la potencia generada y la potencia disipada por la resistencia interna (por efecto joule) es la **potencia suministrada** al circuito, $P_{\text{suministrada}}$:

$$P_{\text{suministrada}} = P_{\text{generada}} - P_{\text{disipada}} = \mathcal{E}I - I^2r = I(\mathcal{E} - Ir) = I(V_a - V_b)$$

Generador lineal: rendimiento

- Se define el rendimiento de un generador, η , como el cociente entre la potencia suministrada y la potencia generada:

$$\eta = \frac{P_{\text{sum}}}{P_{\text{gen}}} = \frac{(V_a - V_b)I}{\mathcal{E}I} = \frac{V_a - V_b}{\mathcal{E}} \leq 1$$

- En esta expresión se ve que el rendimiento aumenta al disminuir la resistencia interna. En un generador ideal el rendimiento es la unidad, y para cualquier generador real, el rendimiento es siempre menor que uno.

Receptor lineal

- Receptores:** elementos que disipan energía por causas diferentes al efecto Joule. (motores, acumuladores,...)

- fuerza contraelectromotriz $\mathcal{E}'$:**

$$\frac{\text{Energía eléctrica consumida}}{\text{unidad de carga}}$$

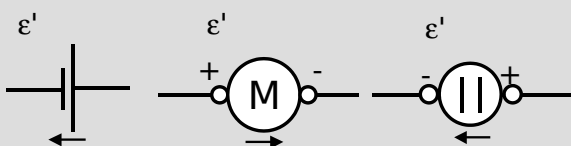
$$\mathcal{E}' = \frac{dU}{dq}$$

unidad en el S.I. es el voltio (V)

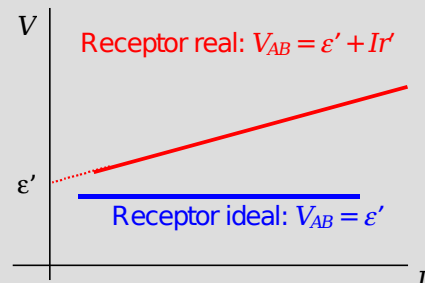
Receptor lineal

- Potencia transformada** por un receptor:

$$P_{\text{transf}} = \frac{dU}{dt} = \mathcal{E}'I$$

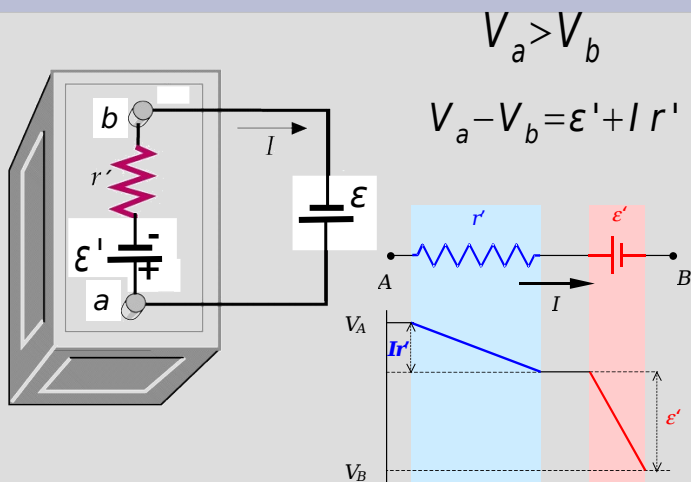


Receptor lineal



- Característica tensión-corriente del receptor: Tensión en los bornes V en función de I **para un receptor real** (línea roja) y **para un receptor ideal** (línea azul)

Receptor lineal



Receptor lineal

la potencia que el receptor transforma en otro tipo de energía, **potencia transformada**; la pérdidas por efecto Joule en la resistencia interna, **potencia disipada** y la **potencia consumida** por el receptor, que es la suma de las dos anteriores

$$P_{\text{cons}} = P_{\text{transf}} + P_{\text{calor}} = \mathcal{E}' I + I^2 r' = I(\mathcal{E}' + I r') = I(V_a - V_b)$$

Receptor lineal: rendimiento

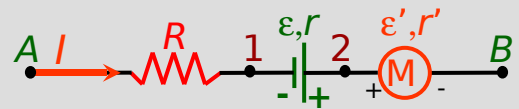
- Se define el rendimiento de un receptor, η , como el cociente entre la potencia transformada y la potencia total consumida:

$$\eta' = \frac{P_{\text{transf}}}{P_{\text{cons}}} = \frac{I \mathcal{E}'}{I(V_a - V_b)} = \frac{\mathcal{E}'}{V_a - V_b} = \frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}' + I r'} \leq 1$$

- el rendimiento aumenta cuando disminuye la resistencia interna. El rendimiento es la unidad para el caso de un receptor ideal, y menor que uno para el caso de un receptor real.

Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

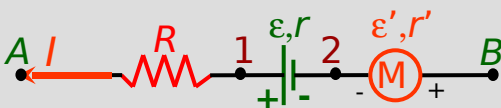
- La diferencia de potencial entre los extremos será la suma de las ddp en cada elemento



$$V_A - V_B = I(R + r + r') - (\mathcal{E} - \mathcal{E}')$$

Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

- La diferencia de potencial entre los extremos será la suma de las ddp en cada elemento



$$V_A - V_B = -I(R + r + r') - (-\mathcal{E} + \mathcal{E}')$$

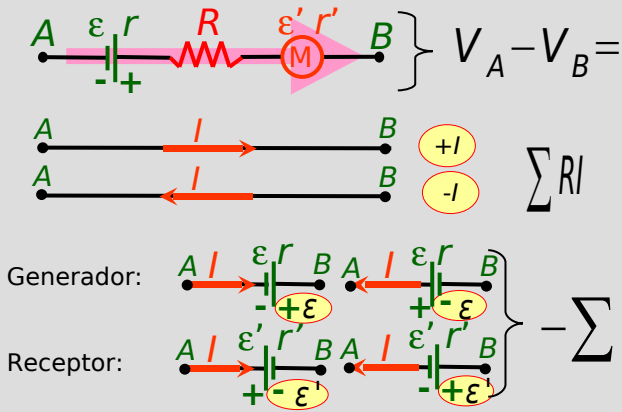
Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

$$V_A - V_B = \sum R I - \sum \mathcal{E}$$

- A la hora de interpretar esta expresión, debes utilizar el criterio de signos que se detalla en la transparencia siguiente.

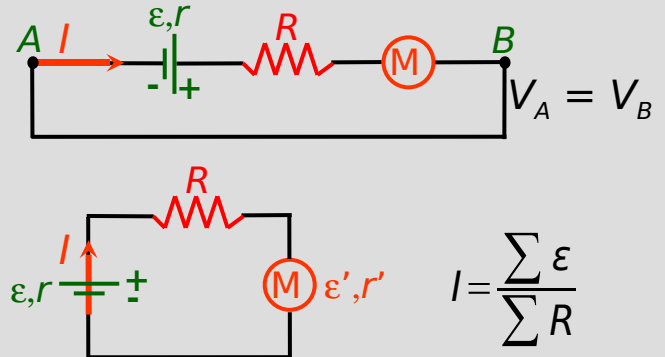
Criterio de signos

FFI 2.7



Ecuación del circuito

FFI 2.8

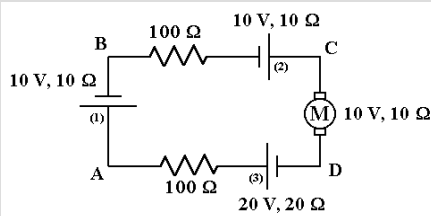


Ejemplo 6-3

FFI

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

- Calcula el valor y sentido de la intensidad que circula por el circuito.
- Diferencia de potencial entre el punto A y el C ($V_A - V_C$). Desarrolla el cálculo por el camino ABC y por el camino ADC.
- ¿Qué elementos suministran energía al circuito? Calcula el valor de la potencia suministrada por cada elemento.
- ¿Qué elementos consumen energía en el circuito? Calcula el valor de la potencia consumida por cada elemento.
- ¿Cuál es el rendimiento del motor? ¿Y el de la fuente (2)?
- Si modificamos la fuerza electromotriz de la fuente (1), ¿cuál debe ser su nuevo valor para que la diferencia de potencial entre los puntos A y C tenga valor cero? ¿Cuál es la intensidad del circuito en este caso?



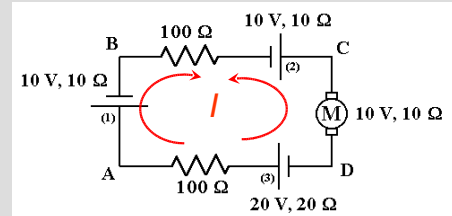
Ejemplo 6-3

FFI

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

- Calcula el valor y sentido de la intensidad que circula por el circuito.

$$I = \frac{\sum \epsilon_i}{\sum R_i} = \frac{-20 - 10 - 10 + 10}{100 + 20 + 10 + 10 + 100 + 10 - 250} = -0,12 \text{ A}$$



Ejemplo 6-3

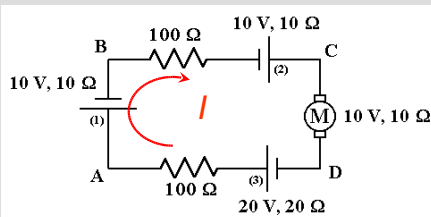
FFI

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

- Calcula el valor y sentido de la intensidad que circula por el circuito.

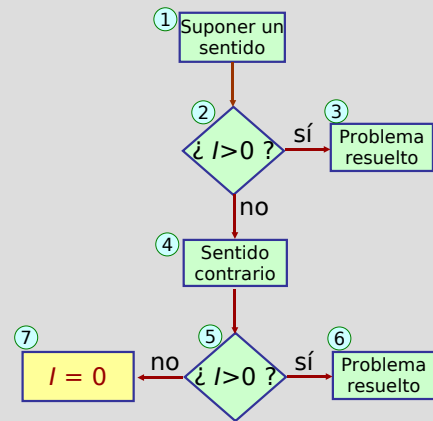
$$I = \frac{\sum \epsilon_i}{\sum R_i} = \frac{-20 - 10 - 10 + 10}{100 + 20 + 10 + 10 + 100 + 10 - 250} = -0,12 \text{ A}$$

$$I = \frac{\sum \epsilon_i}{\sum R_i} = \frac{-10 + 10 - 10 + 20}{100 + 20 + 10 + 10 + 100 + 10} = \frac{10}{250} = 0,04 \text{ A}$$



Sentido de la intensidad

FFI



Ejemplo 6-3

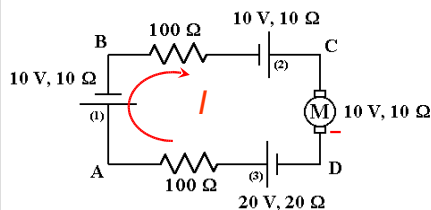
Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

b) Diferencia de potencial entre el punto A y el C ($V_A - V_C$). Desarrolla el cálculo por el camino ABC y por el camino ADC.

$$V_A - V_C = I \sum R_i - \sum \varepsilon_i$$

$$ABC \rightarrow V_A - V_C = 0,04(10+100+10) - (-10 + 10) = 4,8 \text{ V}$$

$$ADC \rightarrow V_C - V_A = 0,04(20+100+10) - (20 - 10) = -4,8 \text{ V}$$



Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

c) ¿Qué elementos suministran energía al circuito? Calcula el valor de la potencia suministrada por cada elemento.

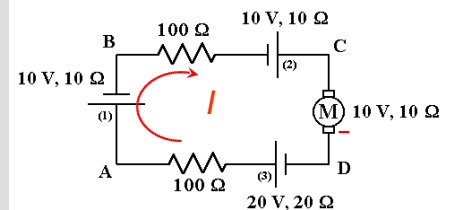
$$\text{Generadores (2) y (3). } P_S = P_g - P_j = \varepsilon I - r I^2$$

Generador (2):

$$P_S = 10 \cdot 0,04 - 10 \cdot 0,04^2 = 0,384 \text{ W}$$

Generador (3):

$$P_S = 20 \cdot 0,04 - 20 \cdot 0,04^2 = 0,768 \text{ W}$$



Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

d) ¿Qué elementos consumen energía en el circuito? Calcula el valor de la potencia consumida por cada elemento.

En las resistencias

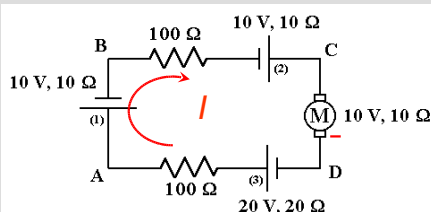
$$P_{JR} = R I^2 = 100 \cdot 0,04^2 = 0,16 \text{ W}$$

En el motor

$$P_{CM} = P_T + P_j = \varepsilon' I + r I^2 = 10 \cdot 0,04 + 10 \cdot 0,04^2 = 0,416 \text{ W}$$

Receptor (1):

$$\begin{aligned} P_{Ce} &= P_e + P_j = \\ &= \varepsilon I + r I^2 = \\ &= 10 \cdot 0,04 + 10 \cdot 0,04^2 = \\ &= 0,416 \text{ W} \end{aligned}$$



Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

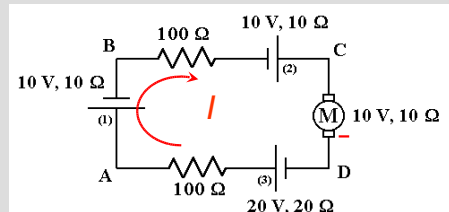
c) y d) Balance de potencias:

Potencia total suministrada:

$$0,384 + 0,768 = 1,152 \text{ W}$$

Potencia consumida en el circuito:

$$P_C = 2P_{JR} + P_{CM} + P_{Ce} = 2 \cdot 0,16 + 0,416 + 0,416 = 1,152 \text{ W}$$



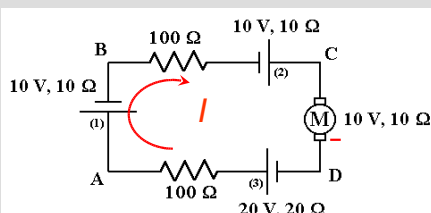
Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

e) ¿Cuál es el rendimiento del motor? ¿Y el de la fuente (2)?

$$\eta = \frac{P_T}{P_{Ce}} = \frac{\varepsilon' I}{\varepsilon I + r I^2} = \frac{0,4}{0,416} = 0,962 \quad \eta = 96,2 \%$$

$$\eta = \frac{P_S}{P_g} = \frac{\varepsilon I - r I^2}{\varepsilon I} = \frac{0,384}{0,4} = 0,96 \quad \eta = 96 \%$$



Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

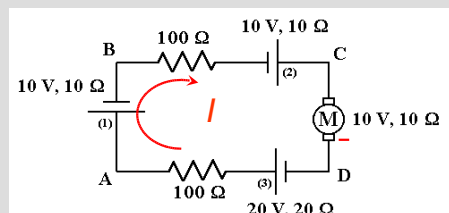
f) Si modificamos la fuerza electromotriz de la fuente (1), ¿cuál debe ser su nuevo valor para que la diferencia de potencial entre los puntos A y C tenga valor cero? ¿Cuál es la intensidad del circuito en este caso?

$$V_C - V_A = 130 I - (20 - 10) = 0$$

$$I = \frac{1}{13} \text{ A}$$

$$V_C - V_A = 120 \left(-\frac{1}{13} \right) - (\varepsilon - 10) = 0$$

$$\varepsilon = 10 - \frac{120}{13} = -\frac{10}{13} \text{ V}$$



Problema 25

Si a un generador de fuerza electromotriz ε y resistencia interna r se conecta una resistencia R , determina cuál debe ser su valor para que la potencia disipada en R sea máxima.

$$P = I^2 R$$

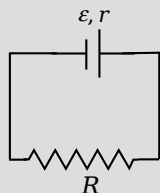
$$I = \frac{\varepsilon}{r+R}$$

$$P = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(r+R)^2}$$

$$\frac{dP}{dR} = 0 = \frac{\varepsilon^2 (r+R)^2 - 2\varepsilon^2 R(r+R)}{(r+R)^4}$$

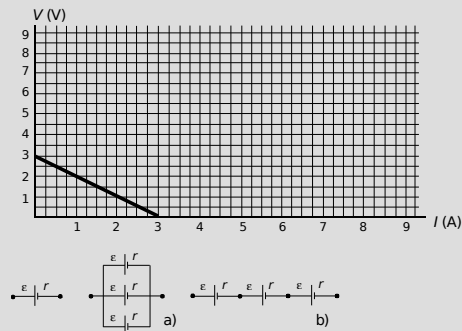
$$\varepsilon^2 (r+R)^2 - 2\varepsilon^2 R(r+R) = 0$$

$$r+R = 2R \Rightarrow R = r$$



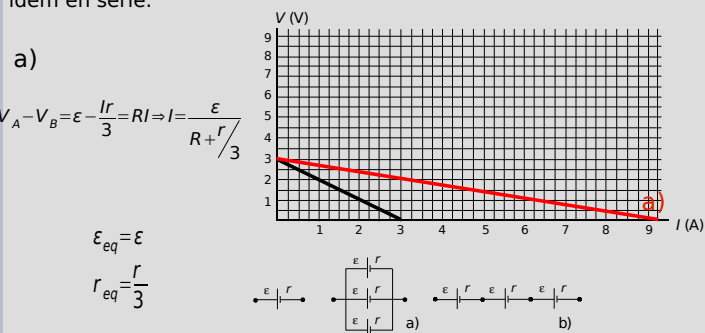
Problema 27

En la figura se representa la característica tensión corriente de un generador. Representa en la misma figura la gráfica correspondiente a: a) tres generadores idénticos al anterior dispuestos en paralelo, b) ídem en serie.



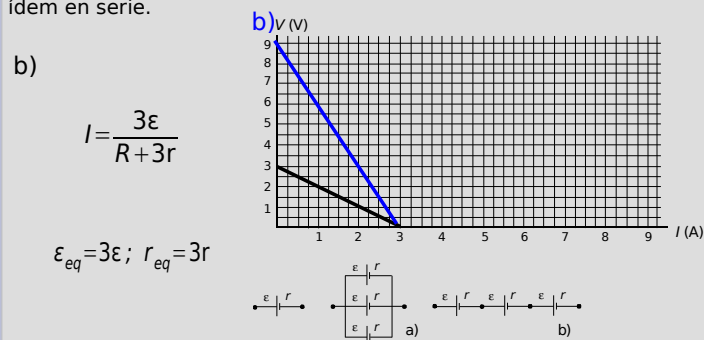
Problema 27

En la figura se representa la característica tensión corriente de un generador. Representa en la misma figura la gráfica correspondiente a: a) tres generadores idénticos al anterior dispuestos en paralelo, b) ídem en serie.



Problema 27

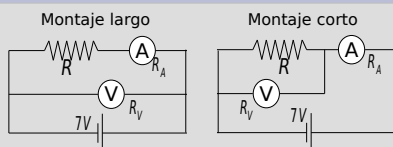
En la figura se representa la característica tensión corriente de un generador. Representa en la misma figura la gráfica correspondiente a: a) tres generadores idénticos al anterior dispuestos en paralelo, b) ídem en serie.



Problema 35

En los circuitos de la figura, la resistencia interna del voltímetro es de $R_V = 15 \text{ k}\Omega$, y la resistencia del amperímetro de $R_A = 0,005 \Omega$.

Calcula la intensidad medida en el amperímetro, y la diferencia de potencial medida en el voltímetro para los valores de la resistencia R indicados en la tabla. Completa la tabla:



R	Montaje largo		Montaje corto	
	V	I	V	I
500 Ω				
6000 Ω				
12000 Ω				
20000 Ω				

Repite el cálculo para un voltímetro con una resistencia interna de 1 M Ω . ¿Qué diferencias observas en ambos casos? ¿A qué se debe dicha diferencia? Razona la respuesta.

Tema 3. Análisis de redes

Objetivos:

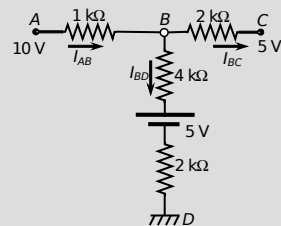
- Conocer las leyes de Kirchhoff y saber utilizarlas para analizar circuitos sencillos de corriente continua.
- Conocer los conceptos de fuente de tensión y de intensidad.
- Resolver circuitos de corriente continua.
- Calcular circuitos equivalentes de otros, aplicando los teoremas de superposición, de Thevenin y Norton.



Tema 3. Análisis de redes

Problema: Dado el circuito de la figura:

- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante las **leyes de Kirchhoff**.
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante el **método de las mallas**.
- Calcula el potencial en el punto B .
- Calcula la **resistencia equivalente** entre los puntos B y C .
- Dibuja el **equivalente de Thevenin** entre los puntos B y C , indicando claramente su polaridad.
- Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 \text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.



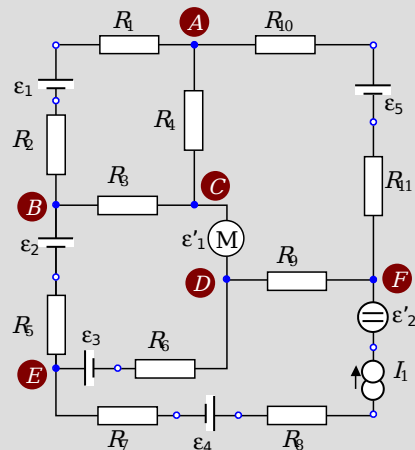
Tema 3. Análisis de redes

- Introducción. Definiciones.
- 3.1 Generadores de tensión y generadores de intensidad.
- 3.2 Leyes de Kirchhoff.
- 3.3 Método matricial de las corrientes de malla.
- 3.4 Resistencia equivalente de una red pasiva.
- 3.5 Principio de superposición.
- 3.6 Teorema de Thevenin.



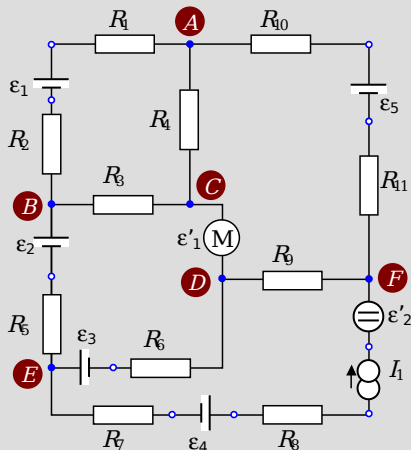
Introducción. Definiciones

- **Red eléctrica:** conjunto de dipolos asociados entre sí y formando circuitos cerrados interconectados.
- Una red se considera **lineal** cuando está constituida por dipolos lineales.



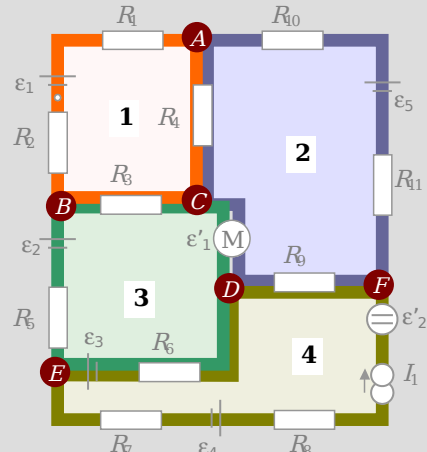
Introducción. Definiciones

- **Nudo:** punto de una red donde concurren tres o más dipolos. La red de la figura presenta 6 nudos, marcados por letras de la A a la F.



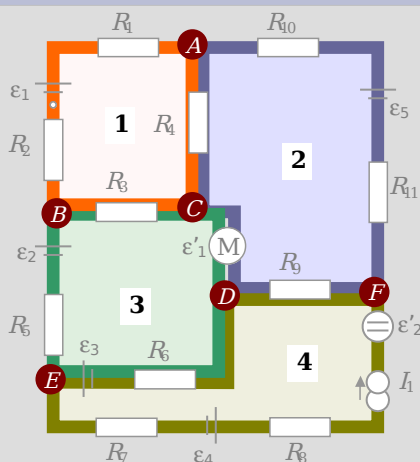
Introducción. Definiciones

- **Rama** es un tramo de circuito entre dos nudos consecutivos. Así nos referiremos a la intensidad que circula por la rama AB o diremos que la rama EF contiene un receptor. Por una rama circula una única intensidad.



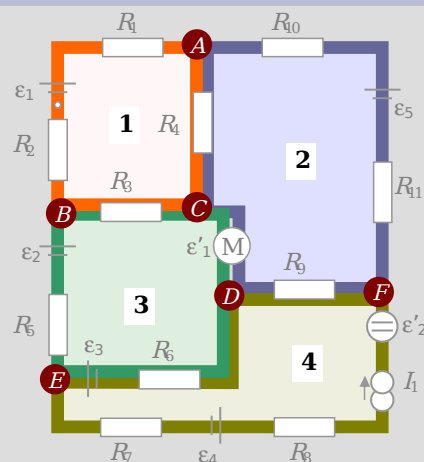
Introducción. Definiciones

- **Malla** es un circuito cerrado formado por ramas, de tal modo que partiendo de un punto y siguiendo un sentido, se pueda volver a él pasando sólo una vez por cada rama, y que no contiene ninguna rama en su interior. En el ejemplo de la Figura hay 4 mallas numeradas de la 1 a la 4.



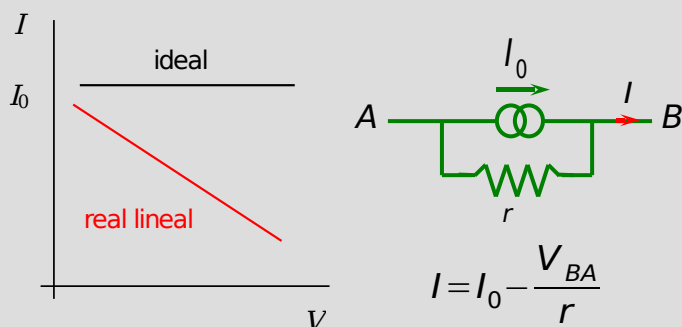
Introducción. Definiciones

- Una red se denomina **plana** si cada rama es común como máximo a dos mallas.

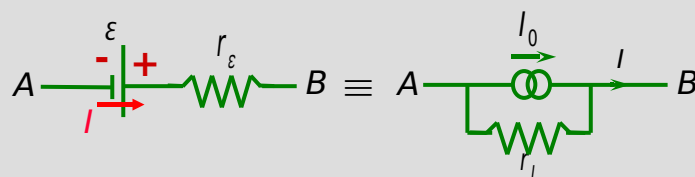


Generadores de intensidad

- Un **generador de intensidad** es un dipolo que es capaz de hacer circular una intensidad de corriente entre sus bornes.



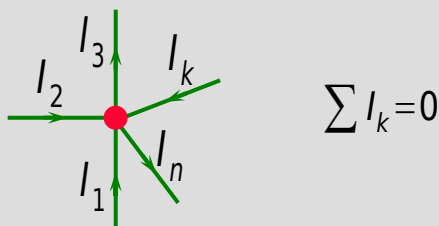
Generador de tensión y generador de intensidad



$$V_{BA} = \varepsilon - r_{\varepsilon} I \quad \longrightarrow \quad I_0 = \frac{\varepsilon}{r_{\varepsilon}} \quad r_I = r_{\varepsilon}$$

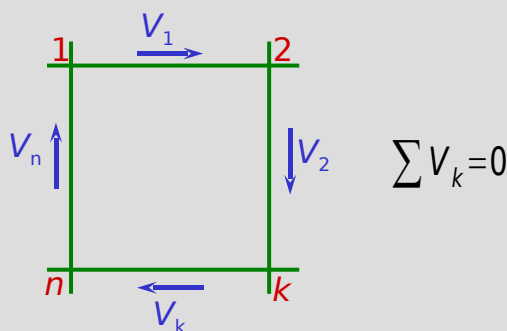
Leyes de Kirchhoff

- **Ley de los nudos:** La suma de las intensidades que entran en un nudo es igual a la suma de las intensidades que salen del nudo.



Leyes de Kirchhoff

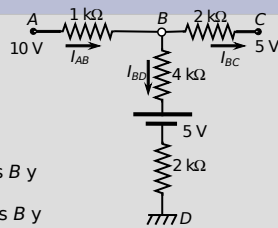
- **Ley de las mallas:** La suma de las caídas de tensión en todas las ramas de una malla es cero.



Problema 30

30. Dado el circuito de la figura:

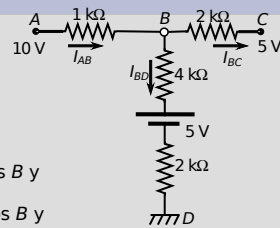
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante las leyes de Kirchhoff.
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante el método de las mallas.
- Calcula el potencial en el punto B.
- Calcula la resistencia equivalente entre los puntos B y C.
- Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y C, indicando claramente su polaridad.
- Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 \text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.



Problema 30

30. Dado el circuito de la figura:

- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante las leyes de Kirchhoff.
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante el método de las mallas.
- Calcula el potencial en el punto B.
- Calcula la resistencia equivalente entre los puntos B y C.
- Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y C, indicando claramente su polaridad.
- Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 \text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.

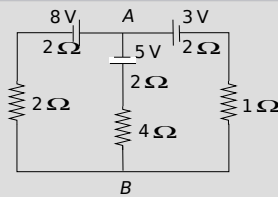


$$\begin{aligned} \text{a) } I_{AB} &= I_{BD} + I_{BC} \\ V_A - V_C &= 5 = I_{AB} + 2I_{BC} \\ V_A - V_D &= 10 = I_{AB} + 4I_{BD} + 5 + 2I_{BD} \Rightarrow I_{AB} + 6I_{BD} = 5 \\ I_{AB} &= 2 \text{ mA} \quad I_{BC} = 3/2 \text{ mA} \quad I_{BD} = 1/2 \text{ mA} \end{aligned}$$

Ejemplo 7.1

7.1 Utilizando las leyes de Kirchhoff determina las corrientes que circulan por la distintas ramas de la red de la figura.

Determina la diferencia de potencial entre A y B.

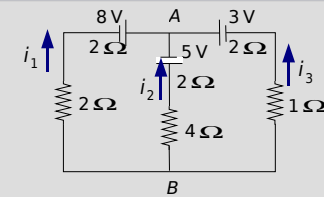


$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$\begin{aligned} \sum iR &= \sum \epsilon \\ 4i_1 - 6i_2 &= 8 + 5 \\ 6i_2 - 3i_3 &= -5 - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ 4i_1 - 6i_2 = 13 \\ 6i_2 - 3i_3 = -8 \end{cases}$$

$$i = \begin{pmatrix} 1,278 \\ -1,315 \\ 0,037 \end{pmatrix} \text{ A}$$

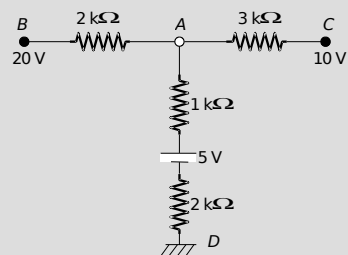


$$\begin{aligned} i_1 &= 1,278 \text{ A} \\ i_3 &= 0,037 \text{ A} \\ i_2 &= 1,315 \text{ A} \end{aligned}$$

$$V_A - V_B = \sum iR - \sum \epsilon = 6i_2 - 5 = 2,89 \text{ V}$$

Ejemplo 7.2

7.2. Calcula el potencial del punto A y las intensidades de corriente por las ramas del circuito de la figura utilizando las leyes de Kirchhoff.

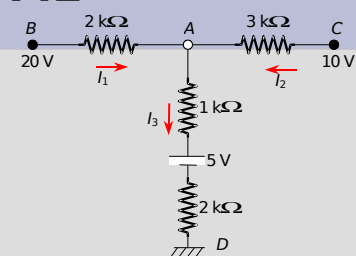


$$\sum I_k = 0 \Rightarrow I_1 + I_2 = I_3$$

$$\begin{aligned} \text{Rama AB: } V_{BA} &= I_1(2k) = 20 - V_A \\ I_1 &= \frac{20 - V_A}{2 \cdot 10^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Rama CA: } V_{CA} &= I_2(3k) = 10 - V_A \\ I_2 &= \frac{10 - V_A}{3 \cdot 10^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Rama AD: } V_{AD} &= I_3(1k + 2k) - (-5) = V_A - 0 \\ I_3 &= \frac{V_A - 5}{3 \cdot 10^3} \end{aligned}$$

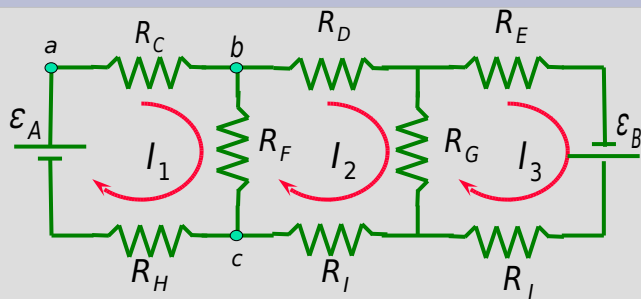


$$\frac{20 - V_A}{2 \cdot 10^3} + \frac{10 - V_A}{3 \cdot 10^3} = \frac{V_A - 5}{3 \cdot 10^3}$$

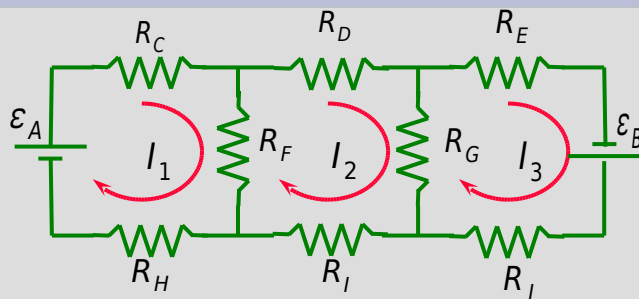
$$\begin{aligned} 60 - 3V_A + 20 - 2V_A &= 2V_A - 10 \\ 7V_A &= 90 \Rightarrow V_A = \frac{90}{7} \text{ V} \end{aligned}$$

$$I_1 = \frac{25}{7} \text{ mA} \quad I_2 = -\frac{20}{21} \text{ mA} \quad I_3 = \frac{55}{21} \text{ mA}$$

Método matricial de las corrientes de malla



Método matricial de las corrientes de malla



$$\begin{pmatrix} \varepsilon_A \\ 0 \\ \varepsilon_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_C + R_F + R_H & -R_F & 0 \\ -R_F & R_D + R_G + R_I + R_F & -R_G \\ 0 & -R_G & R_E + R_J + R_G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}$$

Método matricial de las corrientes de malla

ε_i suma de todas las fem de la malla i .

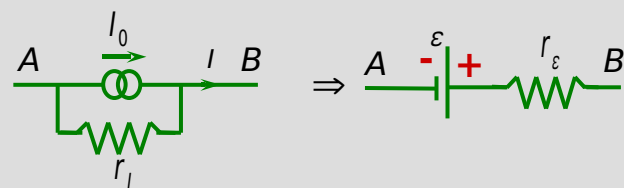
R_{ii} suma de todas las resistencias de la malla i .

R_{ik} resistencias comunes a las mallas i y k .

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & -R_{12} & \cdots & -R_{1n} \\ -R_{21} & R_{22} & \cdots & -R_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_{n1} & -R_{n2} & \cdots & R_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix}$$

Método matricial de las corrientes de malla

- 1 Pasar todos los posibles generadores de intensidad a generadores de tensión.c

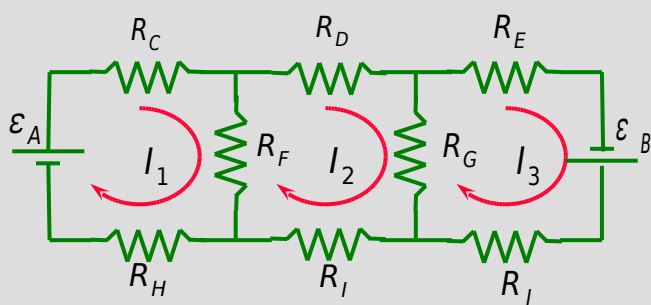


$$V_{BA} = \varepsilon - r_\varepsilon I$$

$$\varepsilon = r_l I_0 \quad r_\varepsilon = r_l$$

Método matricial de las corrientes de malla

- 2 Fijar un sentido para las intensidades de malla, el mismo para todas.

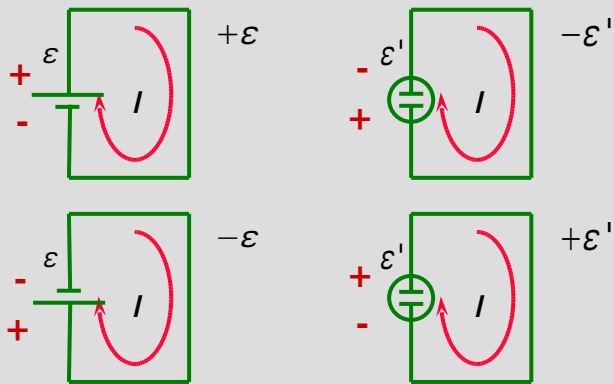


Método matricial de las corrientes de malla

- 3 ε_i suma de todas las fem de la malla i .
 R_{ii} suma de todas las resistencias de la malla i .
 R_{ik} resistencias comunes a las mallas i y k .

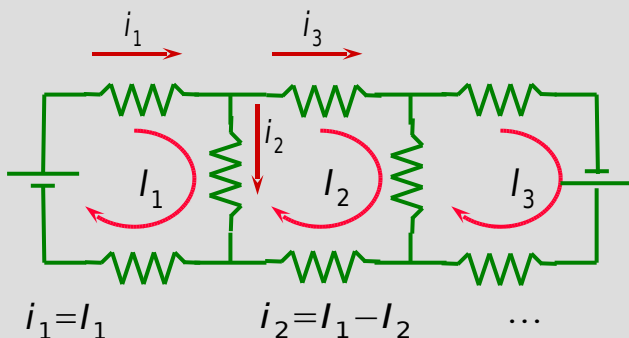
$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & -R_{12} & \cdots & -R_{1n} \\ -R_{21} & R_{22} & \cdots & -R_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_{n1} & -R_{n2} & \cdots & R_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix}$$

NOTA: criterio de signo



Método matricial de las corrientes de malla

5 Calcular las intensidades de cada rama.



Método matricial de las corrientes de malla

4 Calcular las I_i : regla de Cramer.

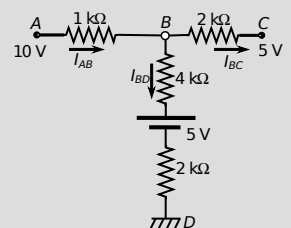
$$I_i = \sum_{k=1}^n \frac{D_{ik}}{D} \varepsilon_k$$

- D determinante de la matriz de resistencias.
- D_{ik} determinante adjunto del elemento R_{ik} de la matriz de resistencias.

Problema 30

30. Dado el circuito de la figura:

- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante las leyes de Kirchhoff.
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante el método de las mallas.
- Calcula el potencial en el punto B.
- Calcula la resistencia equivalente entre los puntos B y C.
- Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y C, indicando claramente su polaridad.
- Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 \text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.



Problema 30

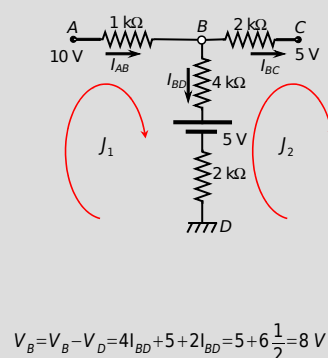
$$\text{b) } \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ -6 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$I_{AB} = I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -6 \\ 0 & 8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -6 \\ -6 & 8 \end{vmatrix}} = \frac{40}{56-36} = \frac{40}{20} = 2 \text{ mA}$$

$$I_{BC} = I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 5 \\ -6 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -6 \\ -6 & 8 \end{vmatrix}} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2} \text{ mA}$$

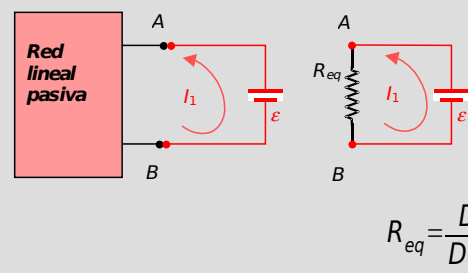
$$I_{BD} = I_1 - I_2 = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \text{ mA}$$

c)



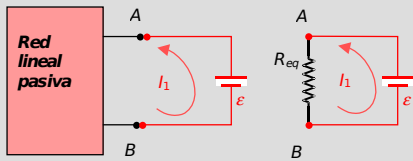
Resistencia equivalente

- Se llama *resistencia equivalente* de una red pasiva, a una resistencia R_{eq} tal que al aplicarle la misma d.d.p., deja pasar la misma intensidad.



$$R_{eq} = \frac{D}{D_{11}}$$

Resistencia equivalente



$$I_1 = \frac{D_{11}}{D} \varepsilon$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & -R_{12} & \cdots & -R_{1n} \\ -R_{21} & R_{22} & \cdots & -R_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_{n1} & -R_{n2} & \cdots & R_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix}$$

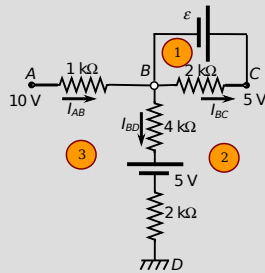
$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{eq}}$$

$$R_{eq} = \frac{D}{D_{11}}$$

Problema 30

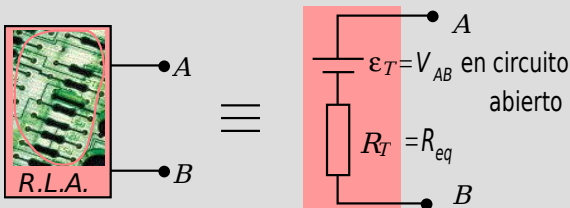
d)

$$R_{BC} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 8 & -6 \\ 0 & -6 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & -6 \\ -6 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{2 \cdot 20 + 2}{20} = \frac{40 - 28}{20} = \frac{3}{5} k\Omega$$



Teorema de Thevenin

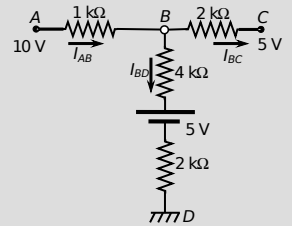
- Un circuito lineal y activo con terminales de salida A y B es equivalente a un generador de tensión con f.e.m. igual a la diferencia de potencial entre A y B en circuito abierto, y resistencia interna igual a la resistencia equivalente de la red pasiva (sin generadores).



Problema 30

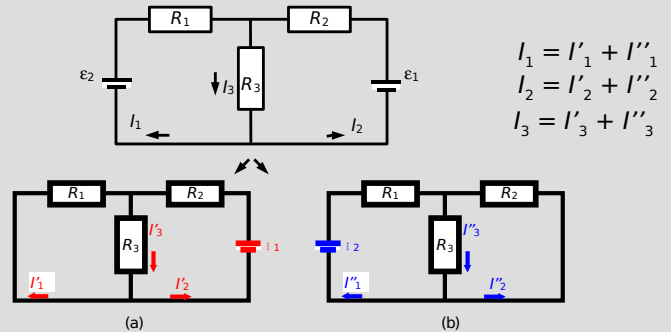
30. Dado el circuito de la figura:

- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante las leyes de Kirchhoff.
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante el método de las mallas.
- Calcula el potencial en el punto B .
- Calcula la resistencia equivalente entre los puntos B y C .
- Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y C , indicando claramente su polaridad.
- Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 k\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.



Principio de superposición

La intensidad en una rama de un circuito lineal que contenga dos o más generadores es igual a la suma de las intensidades de dicha rama obtenidas para cada uno de los generadores por separado.

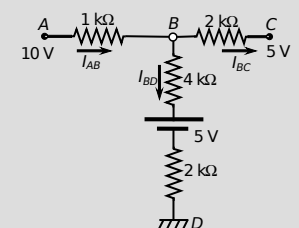


$$\begin{aligned} I_1 &= I'_1 + I''_1 \\ I_2 &= I'_2 + I''_2 \\ I_3 &= I'_3 + I''_3 \end{aligned}$$

Problema 30

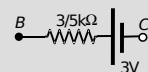
30. Dado el circuito de la figura:

- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante las leyes de Kirchhoff.
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante el método de las mallas.
- Calcula el potencial en el punto B .
- Calcula la resistencia equivalente entre los puntos B y C .
- Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y C , indicando claramente su polaridad.
- Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 k\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.



$$\varepsilon_T = V_B - V_C = 8 - 5 = 3 V$$

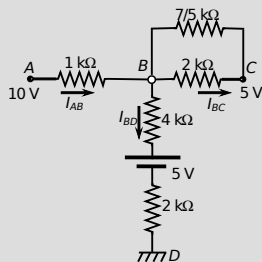
$$R_T = R_{BC} = 3/5 k\Omega$$



Problema 30

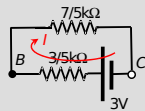
30. Dado el circuito de la figura:

- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante las leyes de Kirchhoff.
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} mediante el método de las mallas.
- Calcula el potencial en el punto B.
- Calcula la resistencia equivalente entre los puntos B y C.
- Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y C, indicando claramente su polaridad.
- Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 \text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.



f)

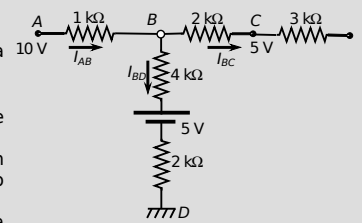
$$I = \frac{3}{7/5 + 3/5} = \frac{3}{2} \text{ mA}$$



Problema 31

31. Dado el circuito de la figura:

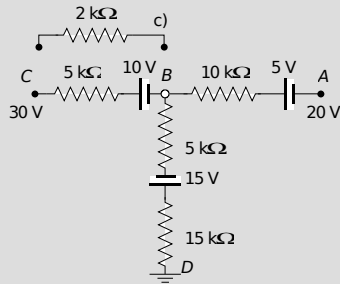
- Determina las intensidades de rama I_{AB} , I_{BC} , e I_{BD} .
- Calcula el potencial en el punto B.
- Calcula la resistencia equivalente entre los puntos B y C.
- Dibuja el equivalente de Thevenin entre los puntos B y C, indicando claramente su polaridad.
- Entre los puntos B y C se añade una resistencia de $7/5 \text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad de corriente que circula por él, indicando claramente su sentido.



Ejemplo 7.8

7.8. Dado el circuito de la figura,

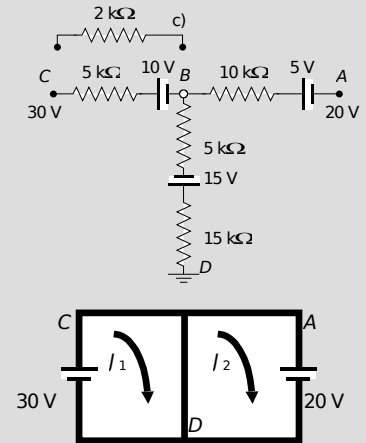
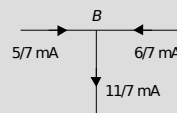
- Determina las intensidades mediante el método de las mallas.
- Calcula la resistencia equivalente entre C y B.
- Determina el generador equivalente de Thevenin entre C y B, y calcula la intensidad de corriente que circularía por una resistencia de $2 \text{ k}\Omega$ que conectásemos entre C y B.



a)

$$J_1 = \begin{vmatrix} 35 & -20 \\ -40 & 30 \end{vmatrix} = \frac{5}{7} \text{ mA} = 0,71 \text{ mA}$$

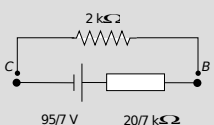
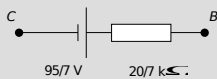
$$J_2 = \begin{vmatrix} 25 & 35 \\ -20 & -40 \end{vmatrix} = \frac{-6}{7} \text{ mA} = -0,86 \text{ mA}$$



Ejemplo 7.8

$$R_{eq} = (5^{-1} + 20^{-1} + 10^{-1})^{-1} = \frac{20}{7} \text{ k}\Omega$$

$$V_{CB} = \sum iR - \sum \epsilon = (5/7) \cdot 5 + 10 = 95/7 \text{ V} = 13,6 \text{ V}$$

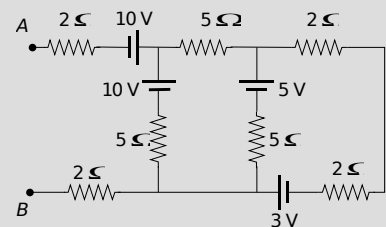


$$i = \frac{95/7}{20/7 + 2} = \frac{95}{34} \text{ mA} = 2,79 \text{ mA}$$

Ejemplo 7.10

7.10 Dado el circuito de la figura,

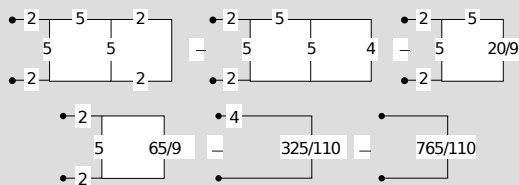
- Calcula la resistencia equivalente entre A y B.
- Determina el generador equivalente de Thevenin entre A y B.
- Calcula la intensidad de corriente que circularía por una resistencia de $2 \text{ }\Omega$ que conectásemos entre A y B.



Ejemplo 7.10

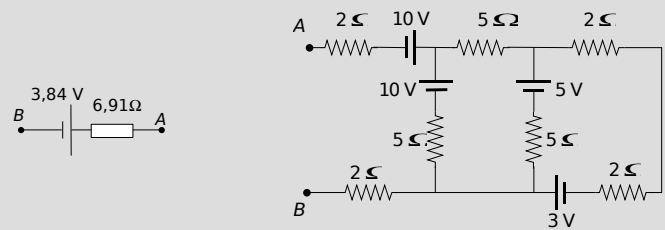
a)

$$R_{AB} = \frac{D}{D_{11}} = \frac{0}{\begin{vmatrix} 9 & -5 & 0 \\ -5 & 15 & -5 \\ 15 & -5 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{765}{110} \Omega$$

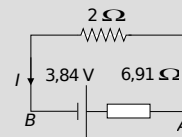


Ejemplo 7.10

b)



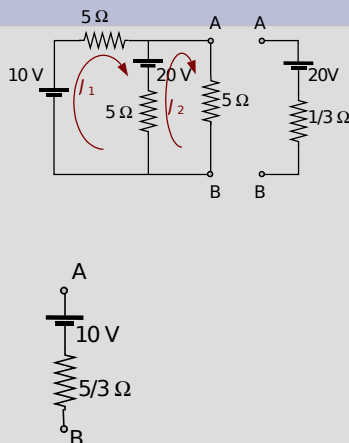
c)



$$I = \frac{3,84}{8,91} = 431 \text{ mA}$$

Problema 13

13. En el circuito de la figura se pide:
a) Generador equivalente de Thevenin entre A y B
b) Si se conecta la rama de la derecha a A-B indica si el elemento de fem = 20 V consume o genera potencia y calcula su valor.



a)

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -10 \\ -5 & 20 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & -5 \\ -5 & 10 \end{vmatrix}} = \frac{150}{75} = 2 \text{ A}$$

$$\varepsilon_T = V_A - V_B = 5I_2 = 10 \text{ V}$$

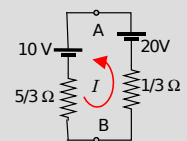
$$R_T = R_{eq}^{AB} = \frac{1}{1/5 + 1/5 + 1/5} = \frac{5}{3} \Omega$$

Problema 13

- b) Genera potencia

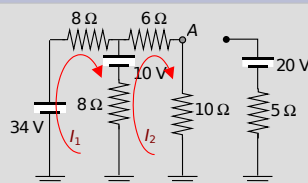
$$I = \frac{20 - 10}{5/3 + 1/3} = 5 \text{ A}$$

$$P_g = \varepsilon I = 20 \cdot 5 = 100 \text{ W}$$



Problema 19

19. En el circuito de la figura, calcula:
a) la resistencia equivalente del circuito entre los puntos A y tierra.
b) la tensión en el punto A y el equivalente Thevenin del circuito entre los puntos A y tierra.
c) La intensidad que circularía por la rama del generador de 20 V si se conectara al punto A.



a)

$$R_{eq} = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -10 & 0 \\ -10 & 24 & -8 \\ 0 & -8 & 16 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & -5 \\ -5 & 10 \end{vmatrix}} = \frac{3200 - 1600}{320} = 5 \Omega$$

Problema 19

b)

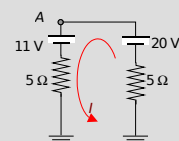
$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 16 & 24 \\ -8 & 10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 16 & -8 \\ -8 & 24 \end{vmatrix}} = \frac{160 + 192}{320} = \frac{11}{10} \text{ A}$$

$$V_A = V_A - 0 = 10I_2 = 11 \text{ V}$$

$$\varepsilon_T = V_A = 11 \text{ V}$$

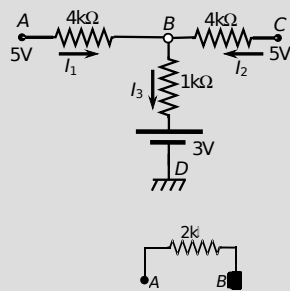
c)

$$I = \frac{20 - 11}{10} = 0,9 \text{ A}$$



Problema 28

28. Dado el circuito de la figura,
a) Determina las intensidades de rama I_1 , I_2 , e I_3 mediante las reglas de Kirchhoff.
b) Determina las intensidades de rama I_1 , I_2 , e I_3 mediante el método de las mallas.
c) Calcula el generador equivalente de Thevenin entre los puntos A y B. Indica claramente su polaridad.
d) En paralelo a los puntos A y B del circuito se añade la rama de la figura, con una resistencia de $2\text{ k}\Omega$. Calcula la intensidad que circula por dicha rama, indicando claramente su sentido.



a)

$$I_1 + I_2 = I_3$$

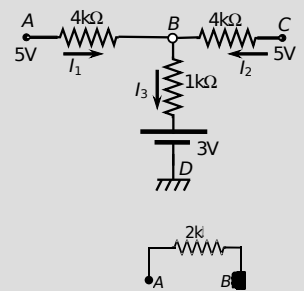
$$V_A - V_C = 0 = 4I_1 - 4I_2 \Rightarrow I_1 = I_2$$

$$V_A - V_D = 5 = 4I_1 + I_3 + 3 \Rightarrow I_3 = 2 - 4I_1$$

$$2I_1 = 2 - 4I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{1}{3} \text{ mA}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{1}{3} \text{ mA}$$

$$\Rightarrow I_3 = 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \text{ mA}$$



Problema 28

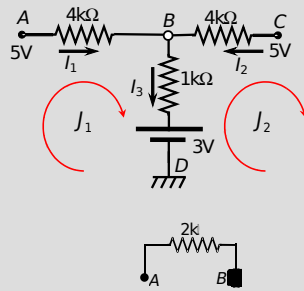
b)

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = J_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{10 - 2}{25 - 1} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} \text{ mA}$$

$$I_2 = -J_2 = -\frac{\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}} = -\frac{-10 + 2}{24} = \frac{1}{3} \text{ mA}$$

$$I_3 = J_1 - J_2 = \frac{2}{3} \text{ mA}$$



Problema 28

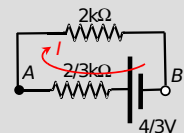
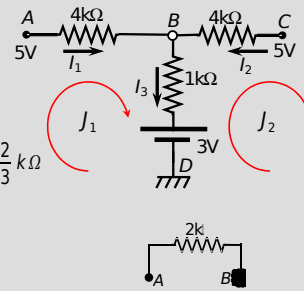
c)

$$\varepsilon_T = V_A - V_B = 4I_1 = \frac{4}{3} \text{ V}$$

$$R_T = R_{AB} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -4 & 0 \\ -4 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{4 \cdot 24 + 4 \cdot \begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}}{24} = \frac{96 - 80}{24} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \text{ k}\Omega$$

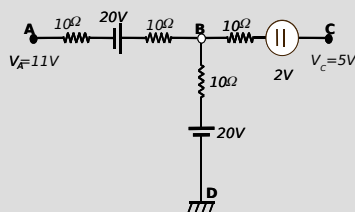
d)

$$I = \frac{4/3}{2 + 2/3} = \frac{1}{2} \text{ mA}$$

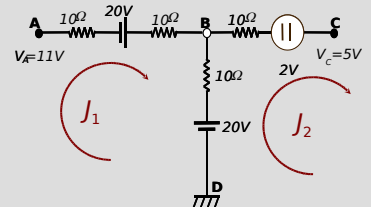


Problema 32

32. En el circuit de la figura:
a) Calcula la intensitat que circula pel motor i la potència que transforma.
b) Determina el generador equivalent de Thevenin entre A i B.
c) Si li afegim al circuit una resistència de $10\text{ }\Omega$ entre els punts A i B, calcula la intensitat que circularia per la dita resistència utilitzant el generador equivalent de Thevenin.



- a) Calcula la intensitat que circula pel motor i la potència que transforma.



$$\begin{pmatrix} 11 + 20 - 20 \\ 20 - 2 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 + 10 + 10 & -10 \\ -10 & 10 + 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 & -10 \\ -10 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix}$$

$$I = J_2 = \frac{\begin{vmatrix} 30 & 11 \\ -10 & 13 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 30 & -10 \\ -10 & 20 \end{vmatrix}} = \frac{500}{500} = 1 \text{ A}$$

$$P' = \varepsilon' I = 2 \cdot 1 = 2 \text{ W}$$

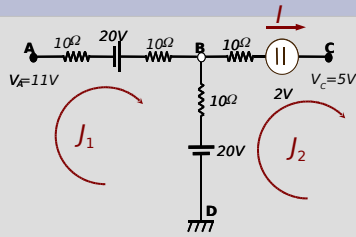
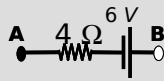
Problema 32

- b) Determina el generador equivalent de Thevenin entre A i B.

$$J_1 = \frac{\begin{vmatrix} 11 & -10 \\ 13 & 20 \\ 30 & -10 \\ -10 & 20 \end{vmatrix}}{500} = \frac{7}{10} = 0,7 \text{ A}$$

$$\varepsilon_T = V_{AB} = 10 \cdot J_1 - 20 + 10 \cdot J_1 = 20 \cdot 0,7 - 20 = -6 \text{ V}$$

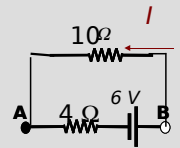
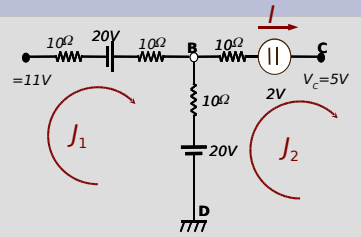
$$R_T = \frac{1}{1/(10+10) + 1/10 + 1/10} = 4 \Omega$$



Problema 32

- c) Si li afegim al circuit una resistència de 10Ω entre els punts A i B, calcula la intensitat que circularia per la dita resistència utilitzant el generador equivalent de Thevenin.

$$I = \frac{6}{10+4} = \frac{3}{7} = 0,42 \text{ A}$$



INSTALACIONES DE PUESTA A TIERRA

- **INTRODUCCIÓN**

Normativa. MIE BT 039. MIE BT 0008

UNE 20-460

MIE RAT 13

Recomendaciones UNESA

Puesta a tierra

Toda ligazón metálica directa, sin fusible ni protección alguna, de sección suficiente, entre determinados elementos o partes de una instalación eléctrica y un electrodo o grupo de electrodos enterrados en el suelo, con objeto de conseguir que en el conjunto de instalaciones, edificios y superficie próxima del terreno no existan diferencias de potencial peligrosas y que al mismo tiempo permita el paso a tierra de las corrientes de falta o la de descargas de origen atmosférico.

Masa

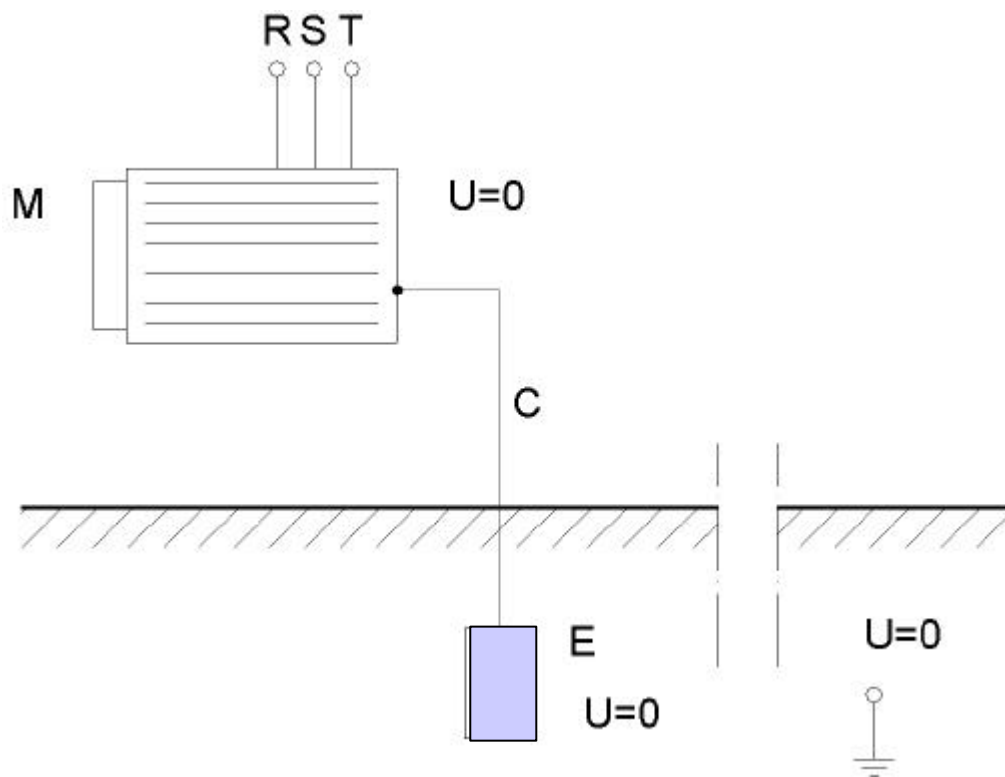
Es cualquier parte conductora accesible de un aparato o instalación eléctrica, que en condiciones normales está aislado de las partes activas, pero que es susceptible de ser puesto bajo tensión como consecuencia de un fallo en las disposiciones tomadas para asegurar su aislamiento.

Elemento conductor

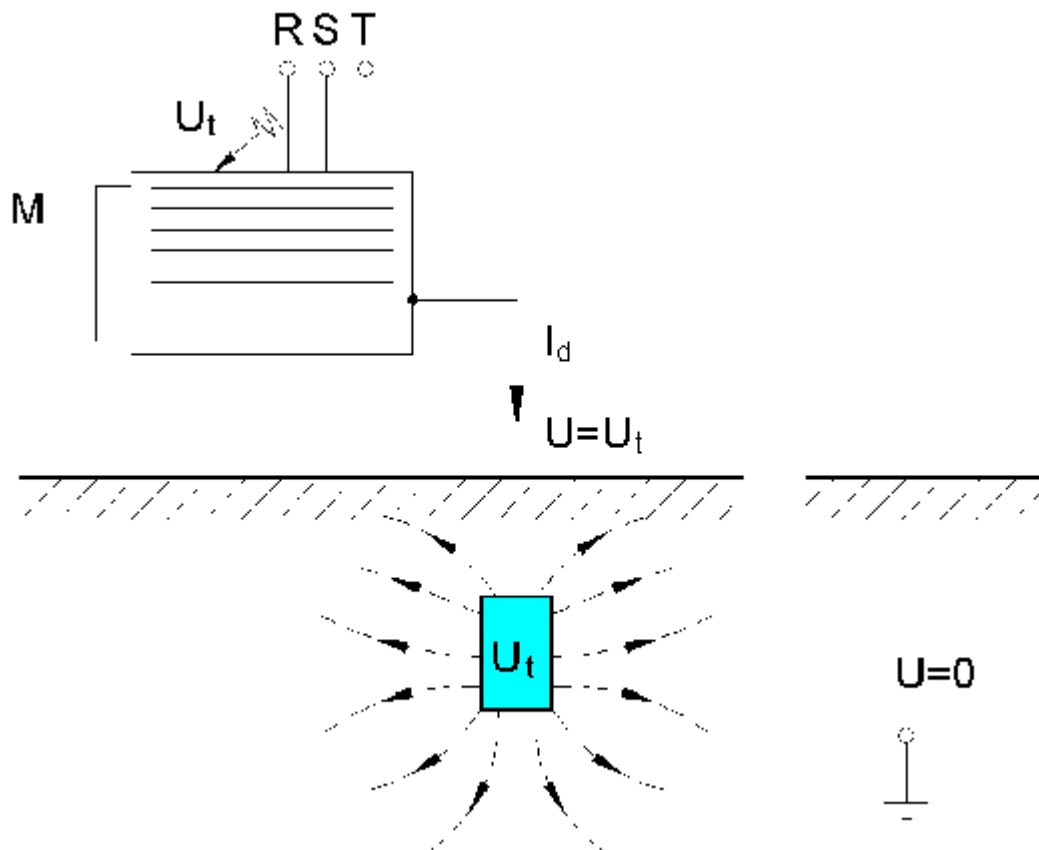
Es cualquier objeto metálico susceptible de propagar un potencial, situado en las proximidades de una instalación eléctrica pero no perteneciente a ella.

CONCEPTOS BÁSICOS

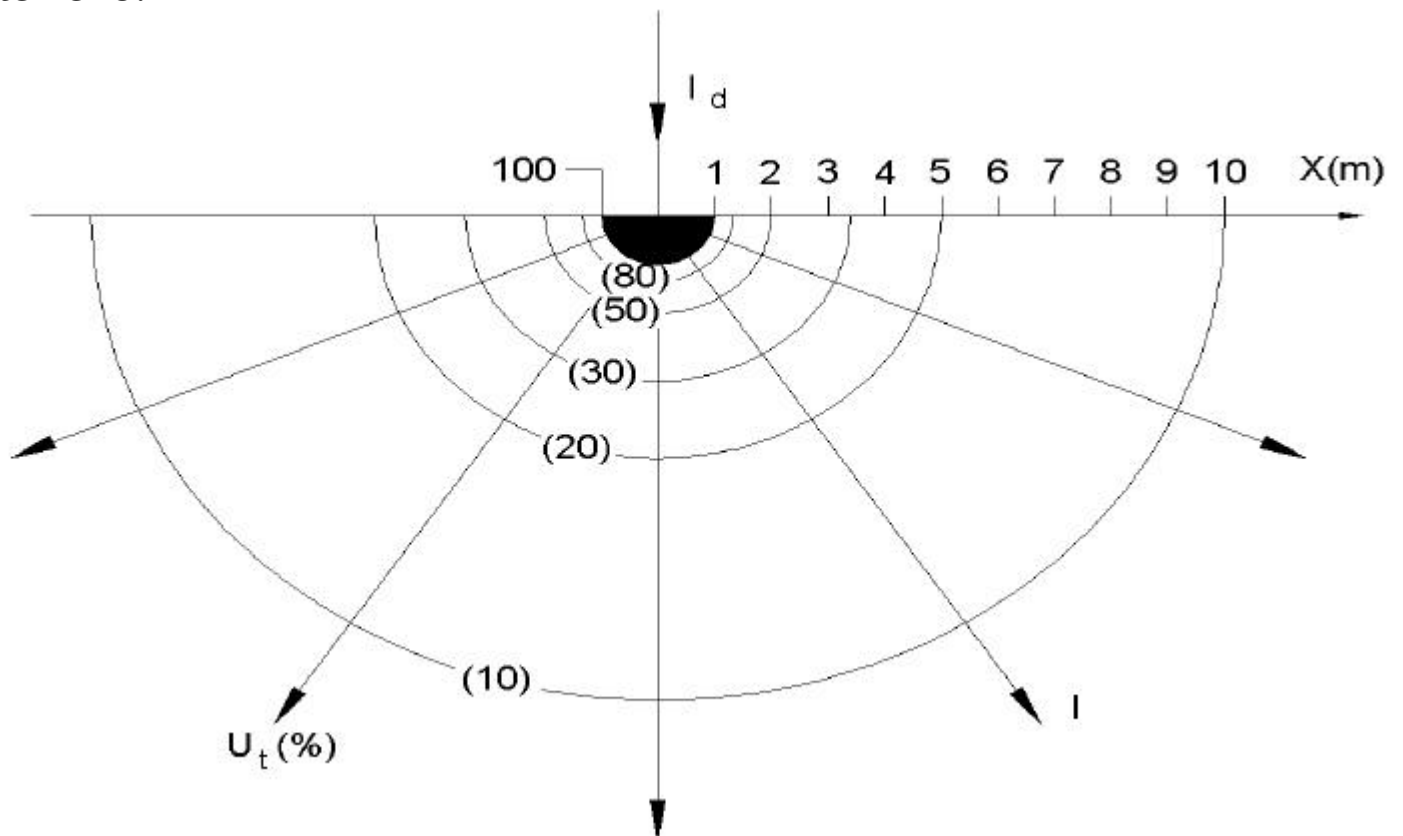
Instalación de puesta a tierra



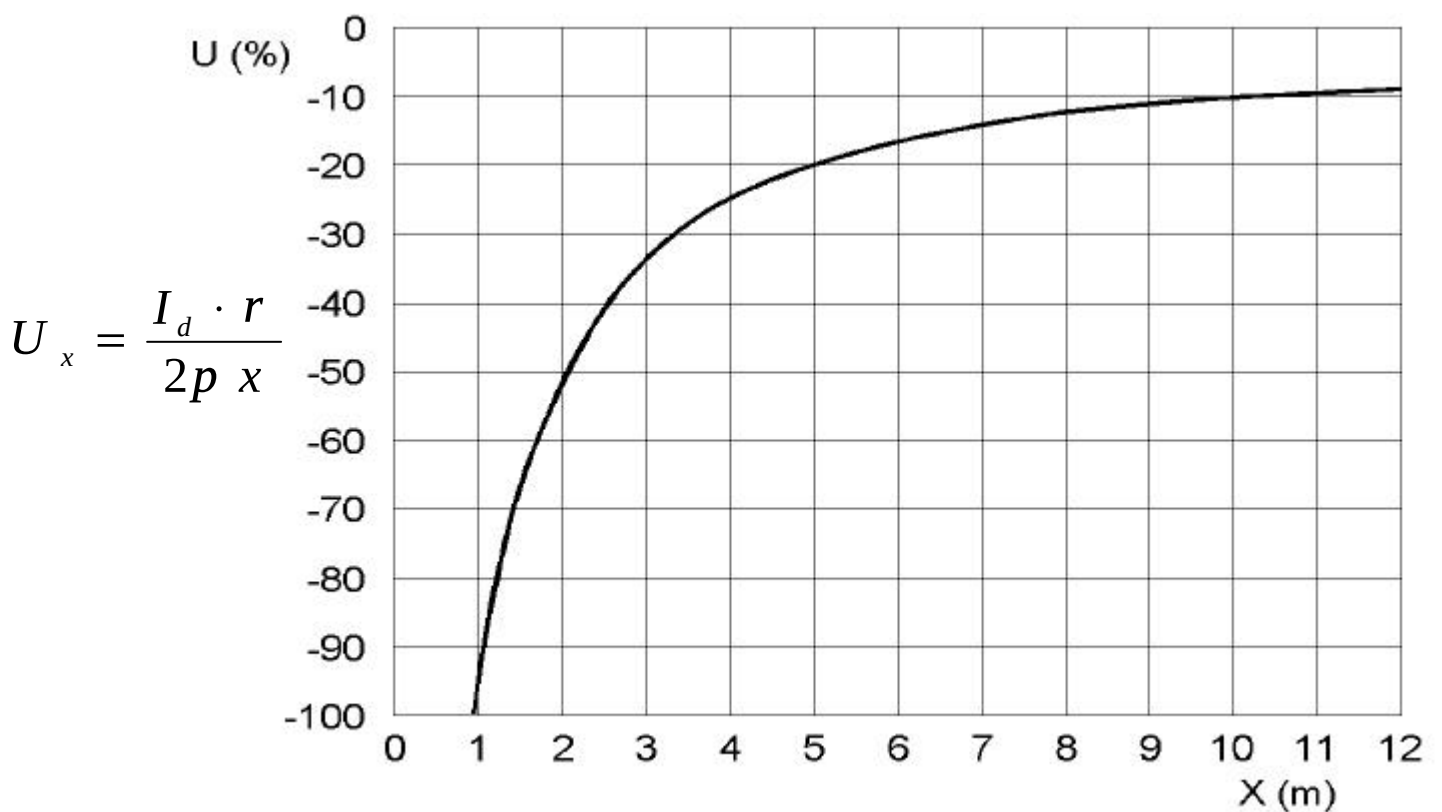
Instalación con defecto



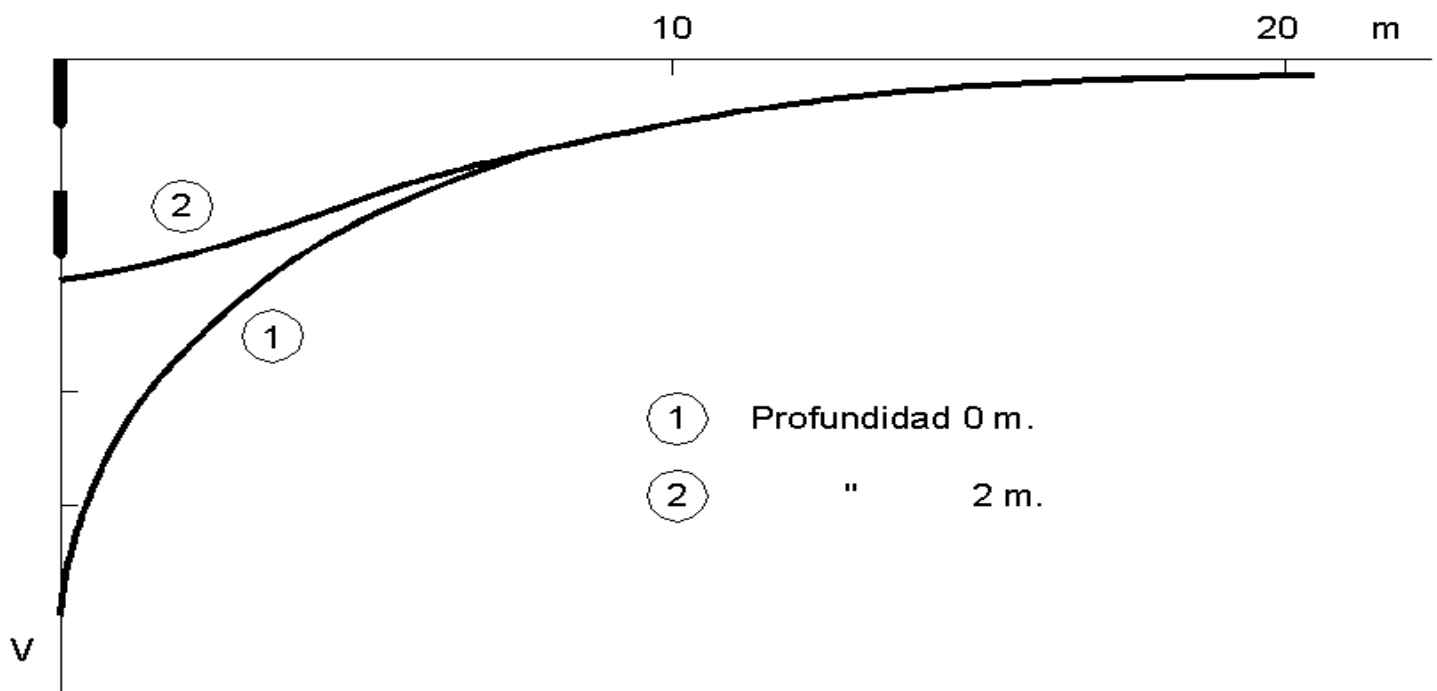
ELECTRODO SEMIESFÉRICO: Distribución de potenciales en el terreno.



ELECTRODO SEMIESFÉRICO: Variación del potencial en la superficie del terreno.



PICA VERTICAL: Variación de la tensión en la superficie del terreno.



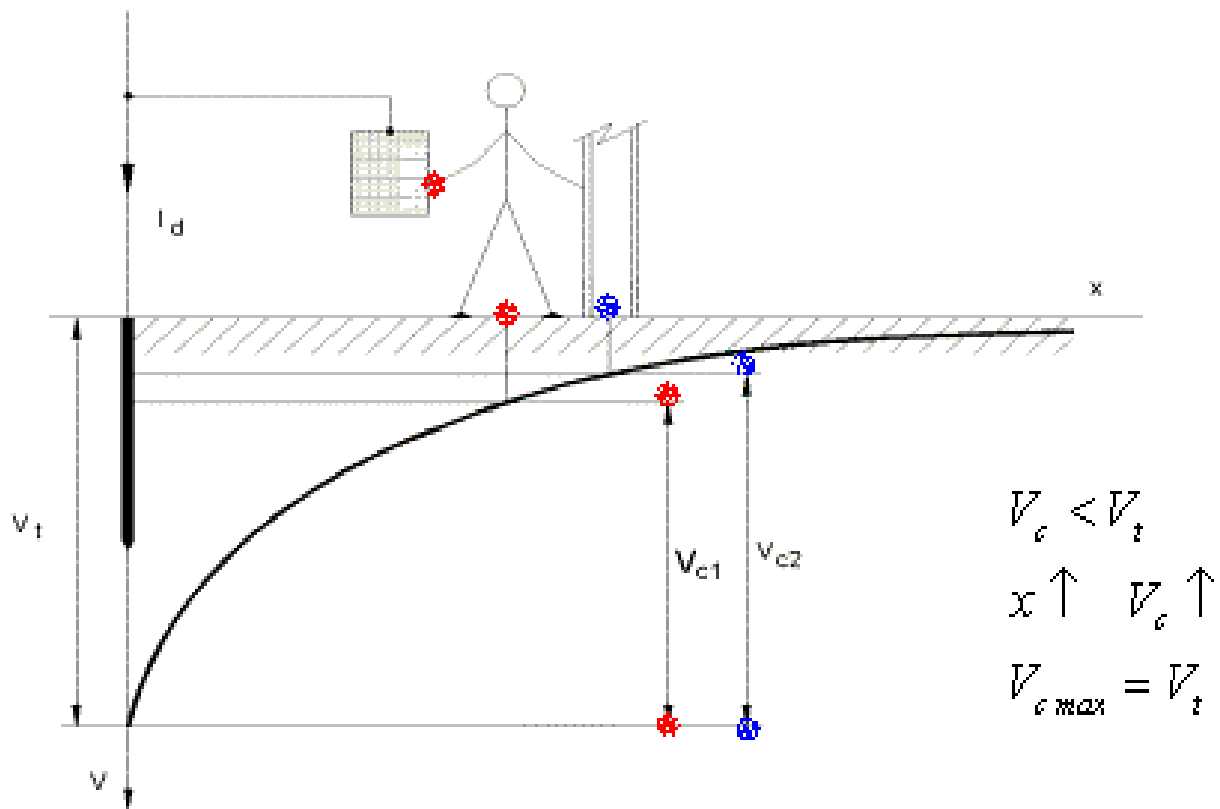
PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE UNA P.T.

Resistencia de tierra R_t

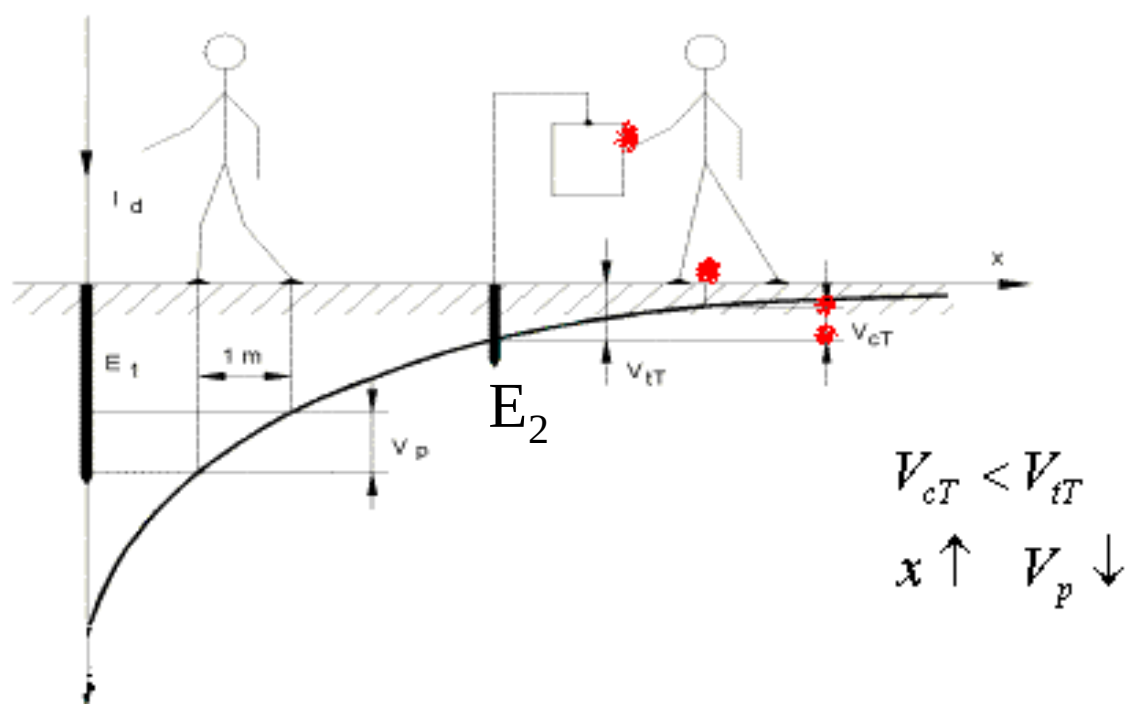
$$R_t = \frac{V_t}{I_d}$$

PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE UNA P.T.

Tensión a tierra V_t , de contacto V_c



Tensión de paso V_p , Ten. a tierra transf. V_{tT} , Ten de contacto transf. V_{cT}

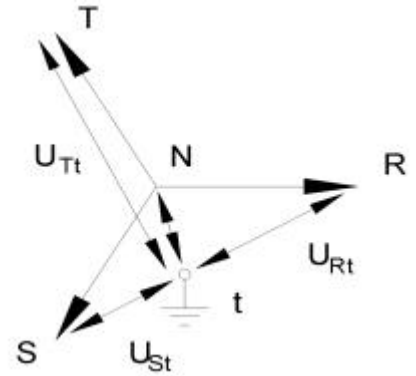
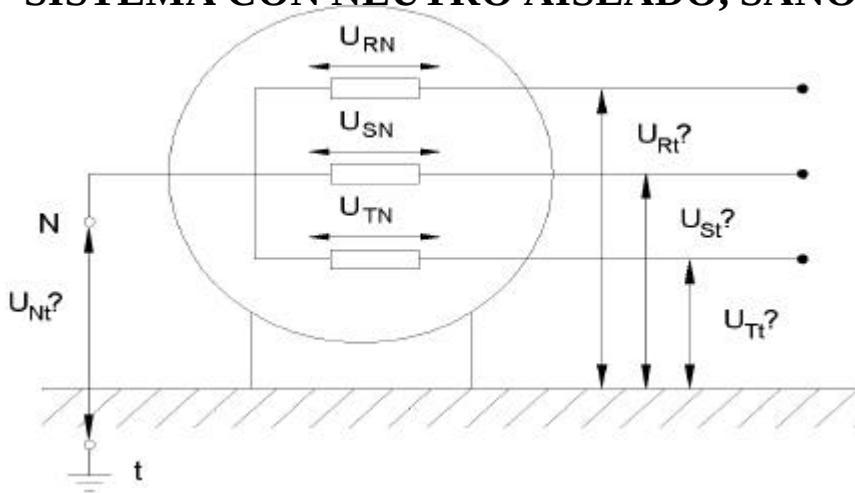


FINALIDAD DE LA PUESTA A TIERRA

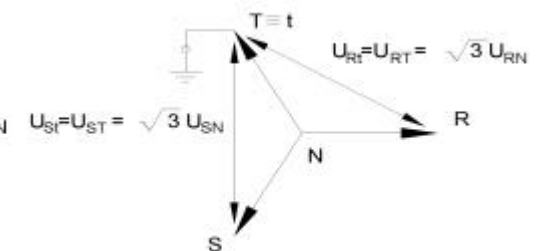
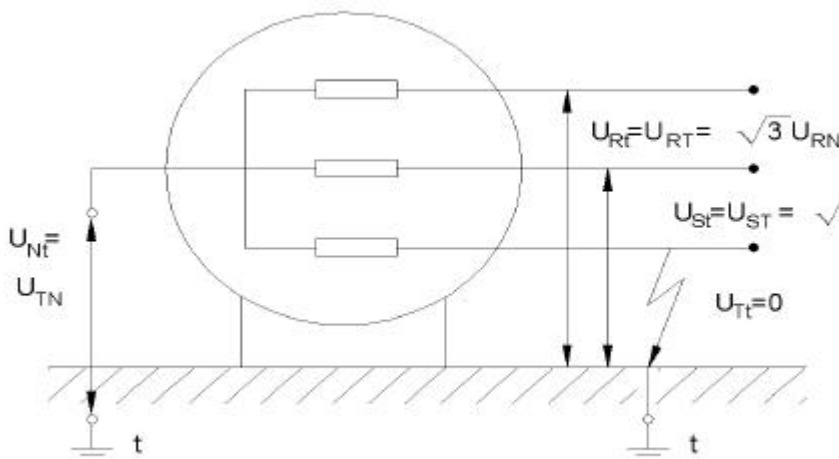
P.T. NEUTRO A.T. → FIJAR $V_{\text{Fase-Masa}} = V_{\text{Fase-Neutro}}$

(A.T., M.T.)

SISTEMA CON NEUTRO AISLADO, SANO

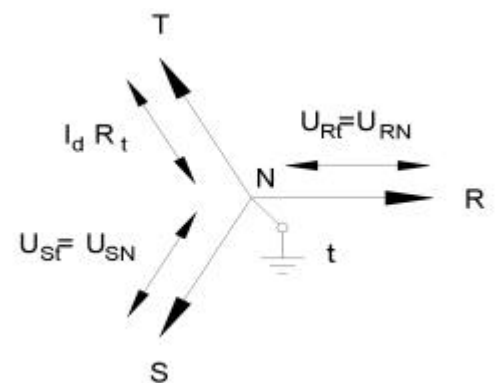
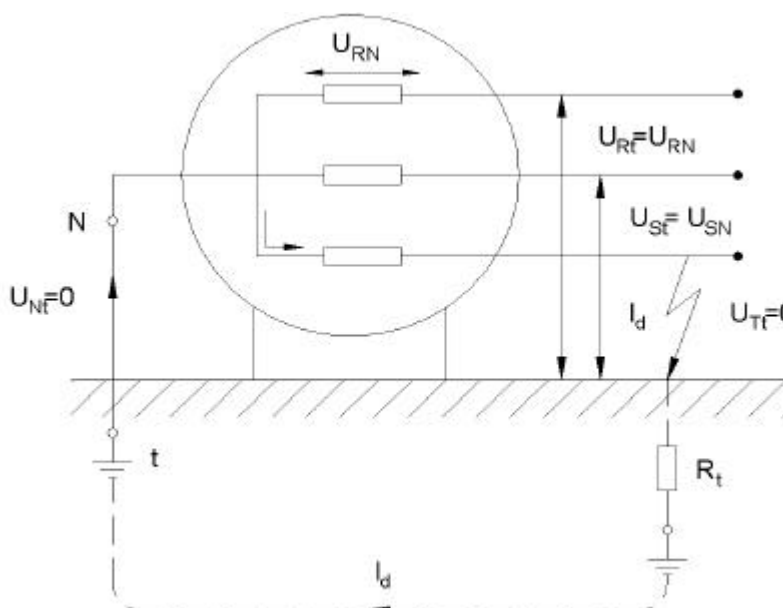


SISTEMA CON NEUTRO AISLADO, CON DEFECTO



Aislamientos dimensionados para V_{comp}

SISTEMA CON NEUTRO A TIERRA



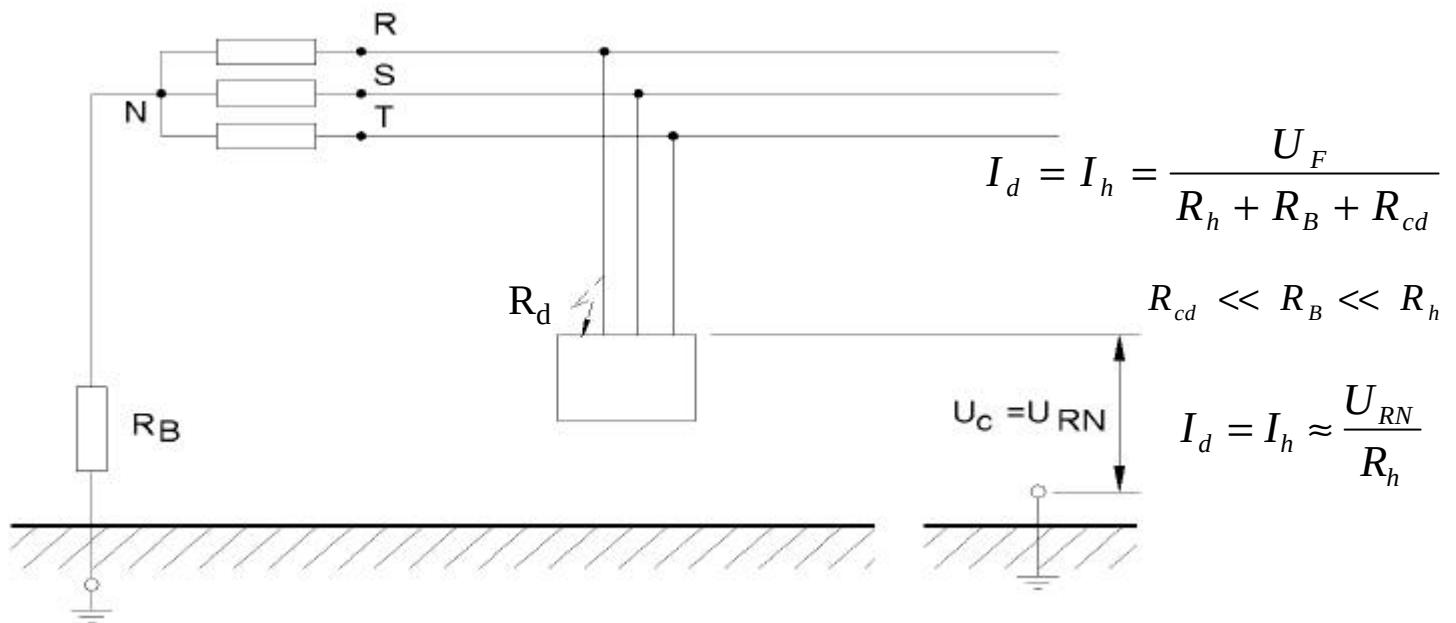
Aislamientos dimensionados para V_F

FINALIDAD DE LA PUESTA A TIERRA

P.T. DE LAS MASAS → PROTECCIÓN DE LAS PERSONAS

(Disminuir U_c , U_d)

MASA AISLADA DE TIERRA



MASA CONECTADA A TIERRA

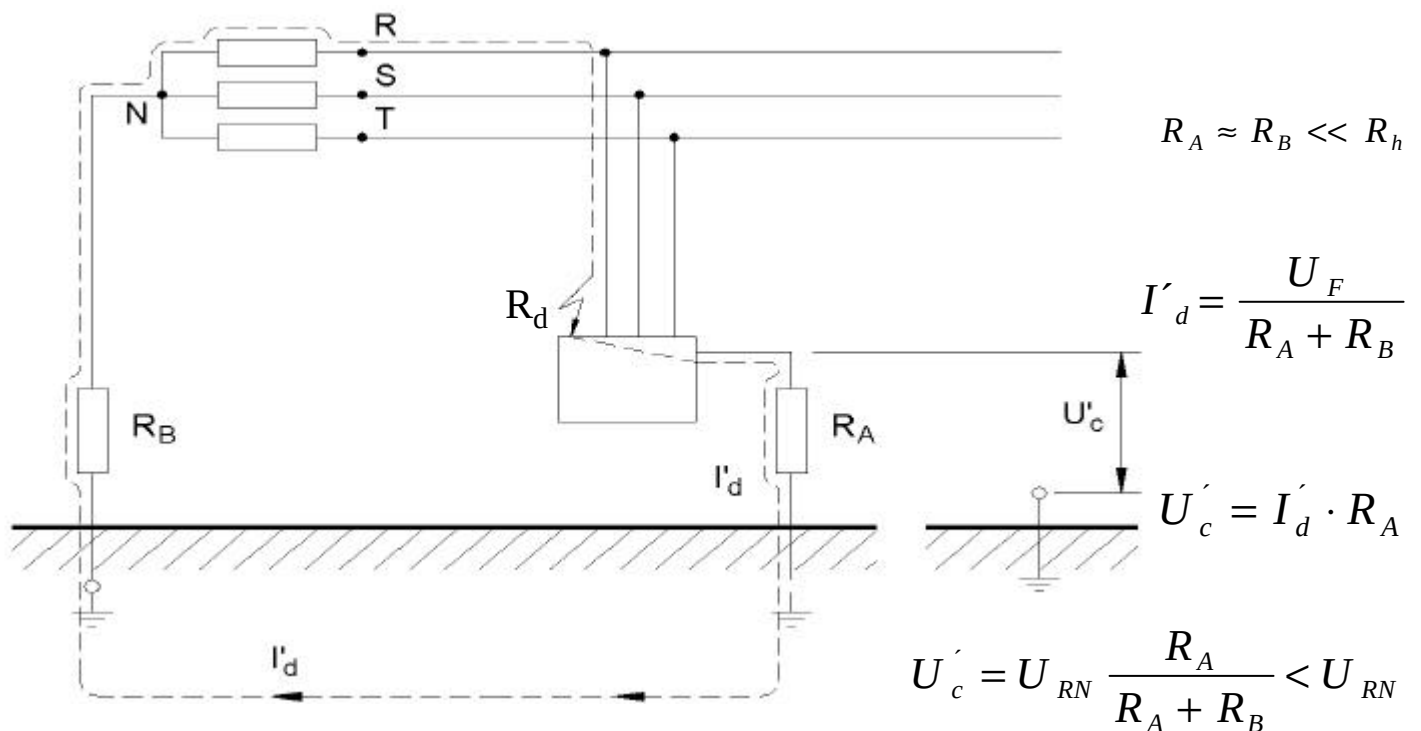
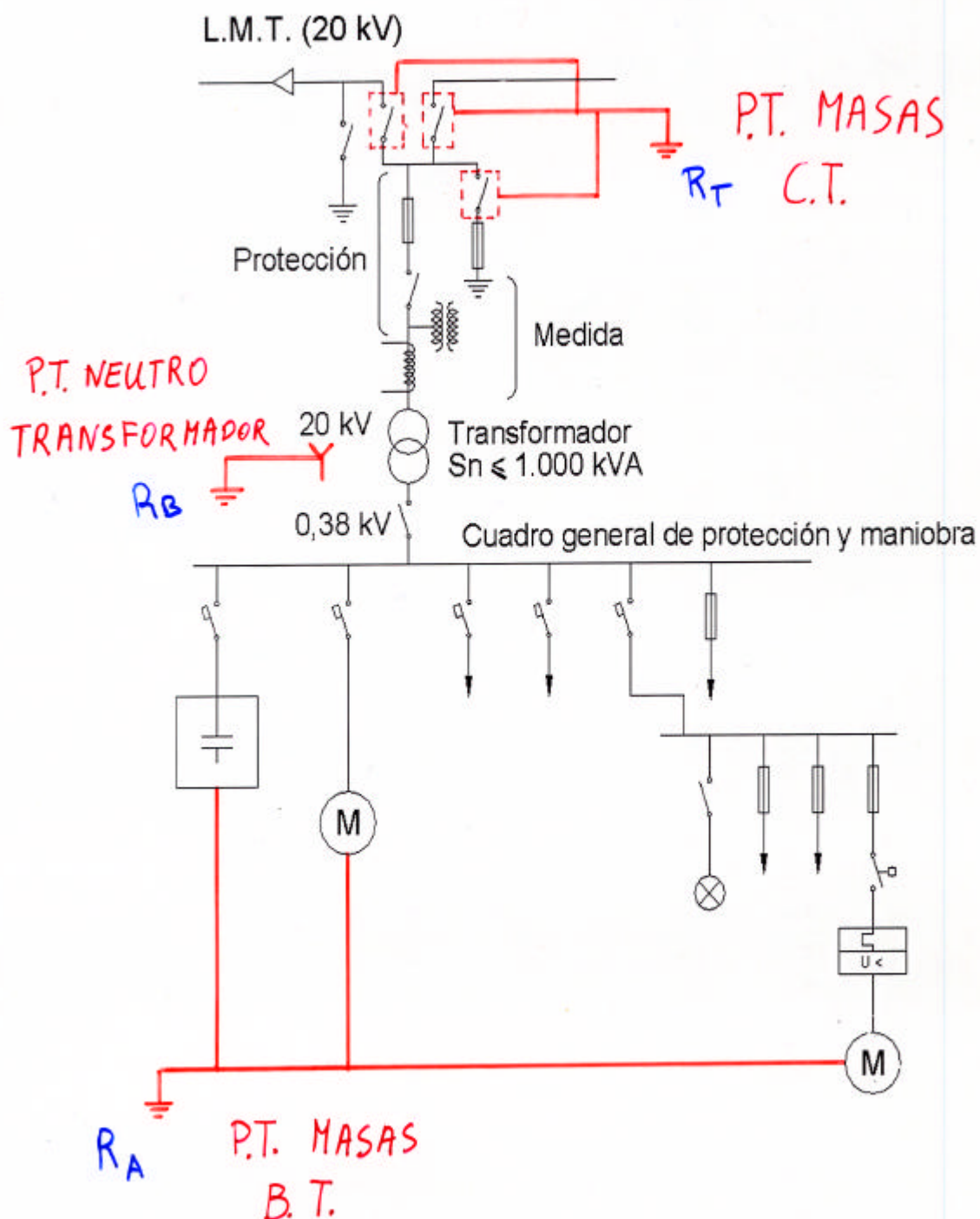
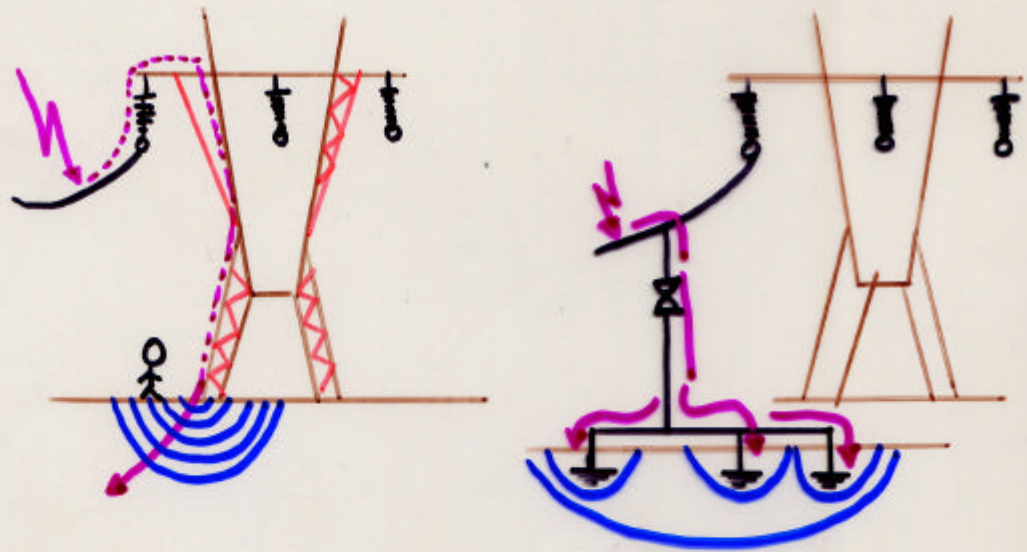


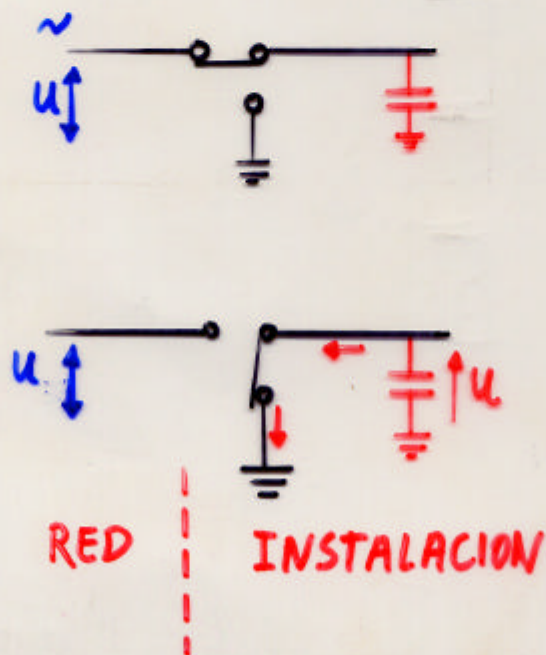
DIAGRAMA UNIFILAR DE PLANTA



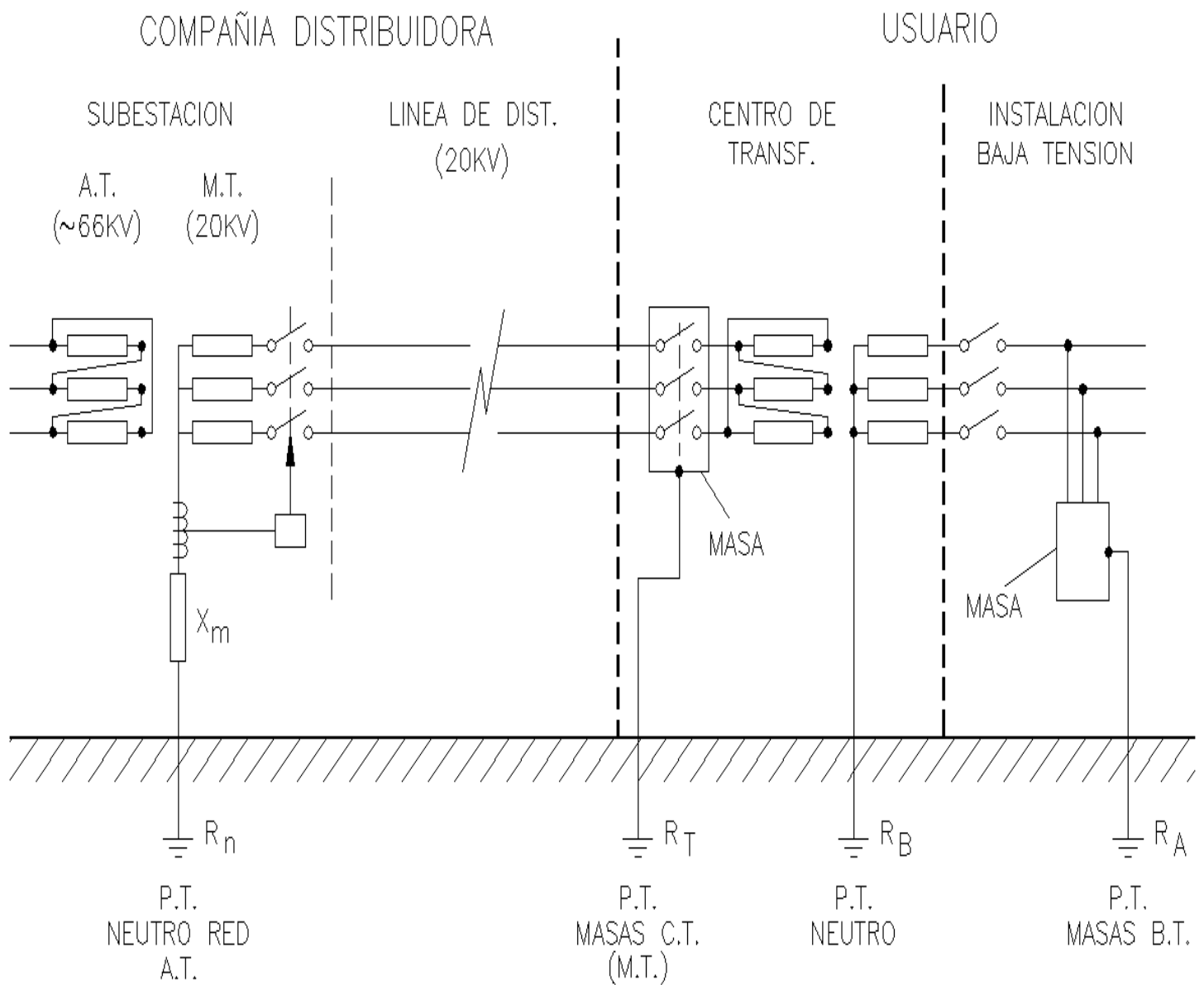
Pararrayos (autorátrulas)



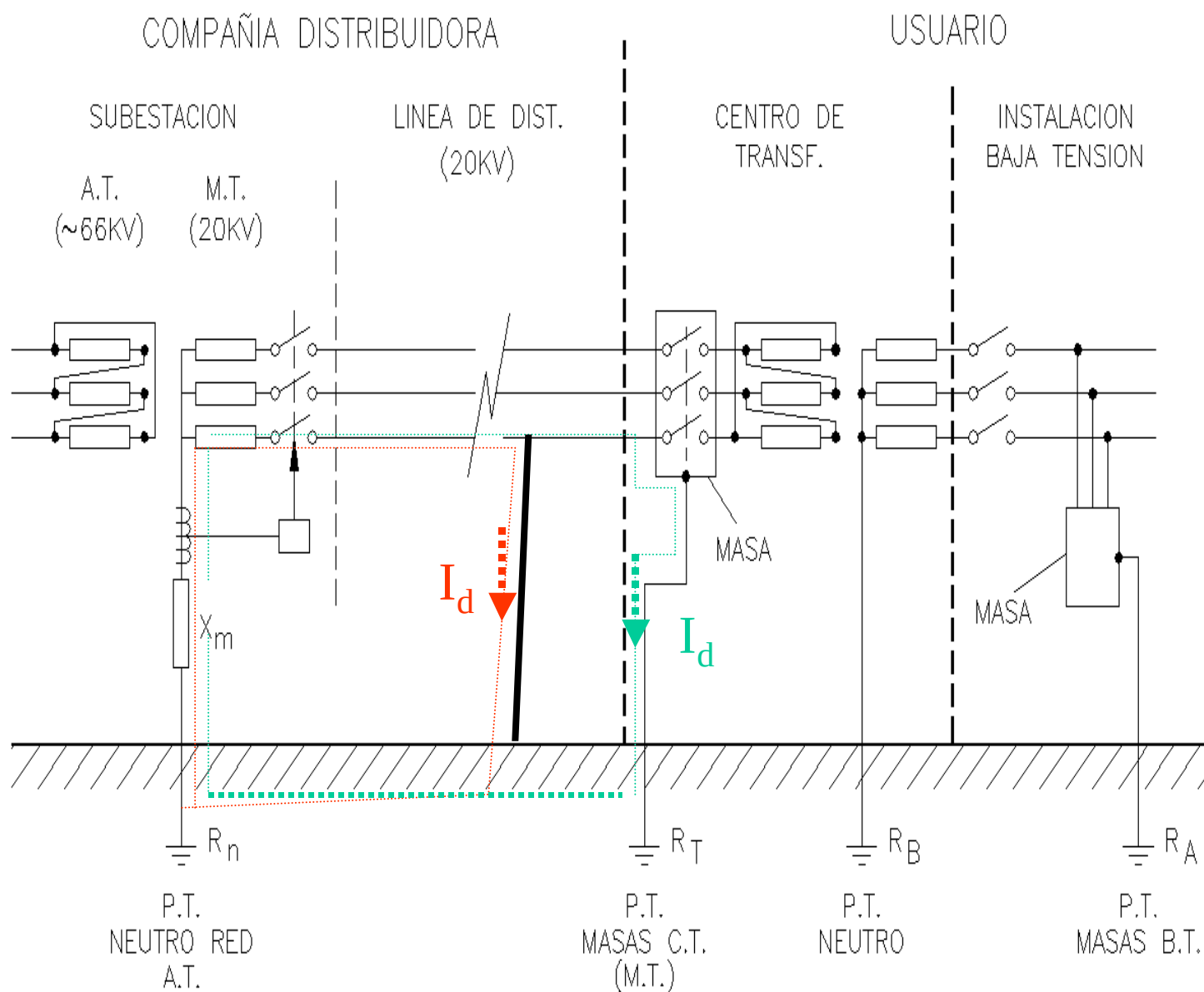
Seccionador de Puesta a Tierra



INSTALACIONES DE PUESTA A TIERRA A CONSIDERAR EN EL DISEÑO DE UNA PLANTA INDUSTRIAL



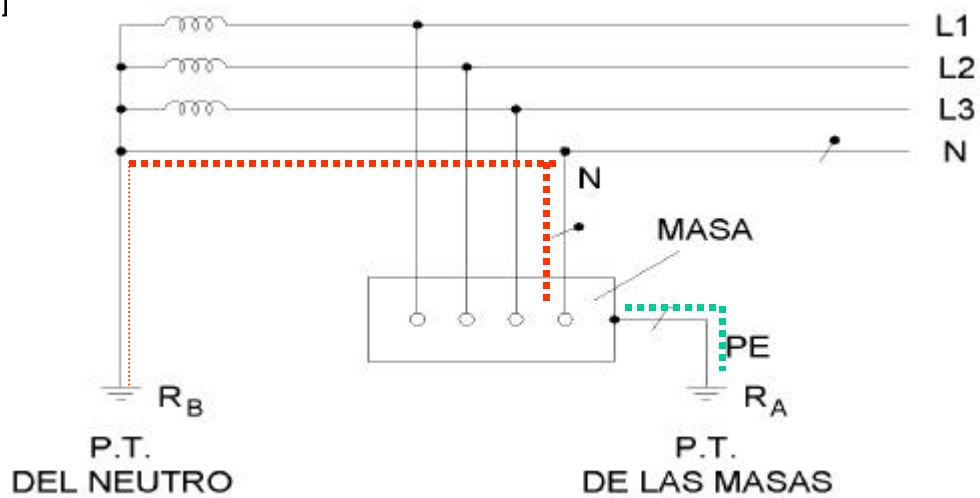
I_d , t_a , x_n , R_n , caract I/t



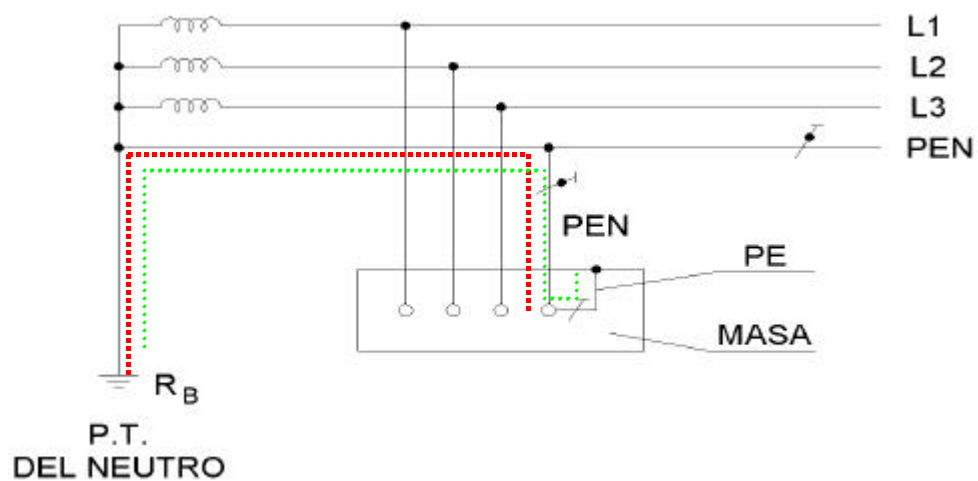
ESQUEMAS DE DISTRIBUCIÓN EN BAJA TENSIÓN (MIE BT 008)

(UNE 20-460)

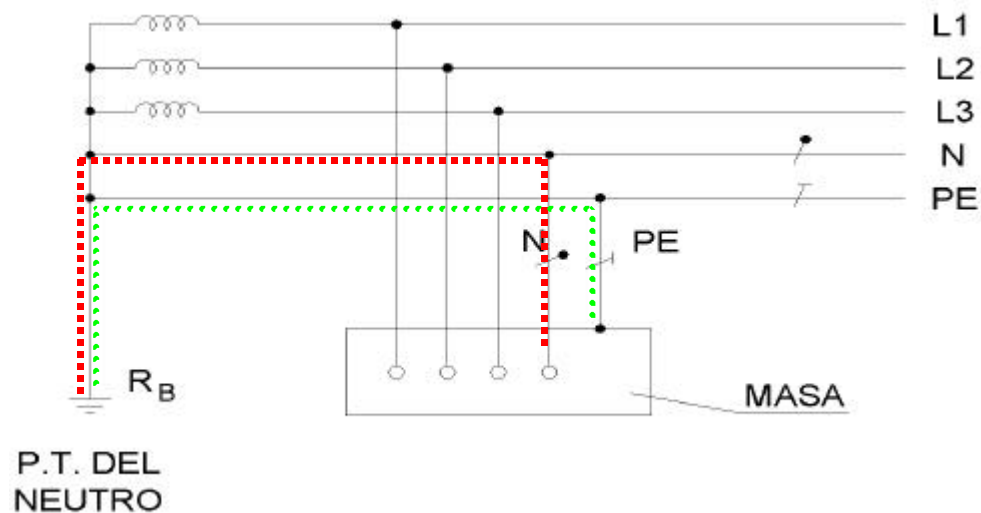
Esquem



Esquema de distribución TN-C



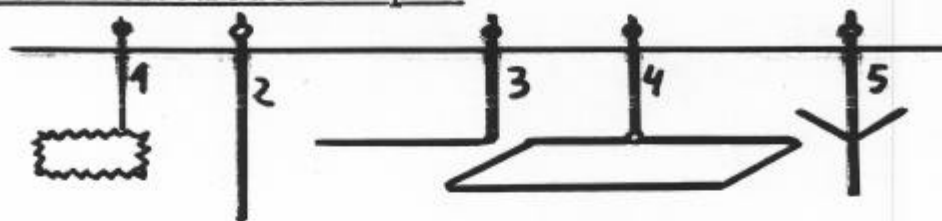
Esquema de distribución TN-S





CÁLCULO DE LA RESISTENCIA DE UNA PUESTA A TIERRA

Tipos de electrodos simples



1. Placa enterrada

2. Pica vertical

3. Conductor horizontal

4. Conductor en anillo

5. Conductores radiales

Resistencia de P.T. de distintos electrodos

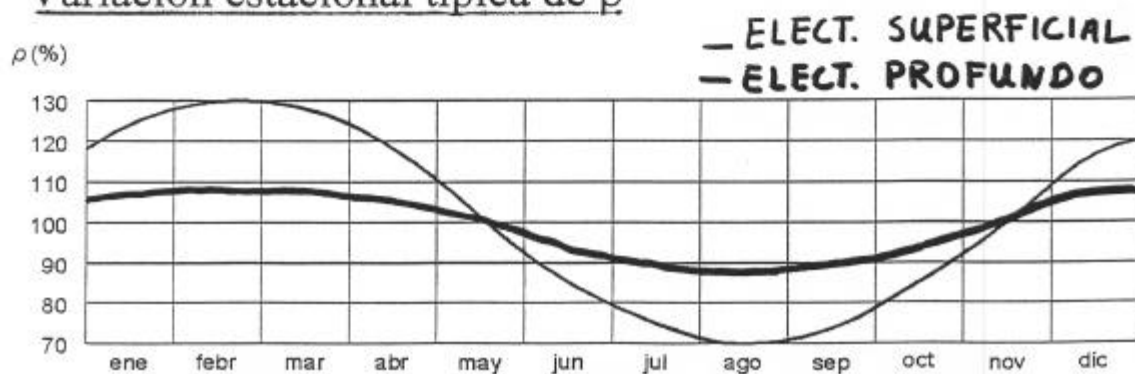
Electrodo	Resistividad de tierra en Ohm
Placa enterrada	$R = 0.8 \frac{\rho}{P}$
Pica vertical	$R = \frac{\rho}{L}$
Conductor enterrado horizontalmente	$R = \frac{2 \cdot \rho}{L}$

ρ resistividad del terreno (Ohm·m)

P perímetro de la placa (m)

L Longitud de la pica o del conductor (m)

Variación estacional típica de ρ



(MIE BT 039) Resistividades (valores Orientativos)

Tabla I

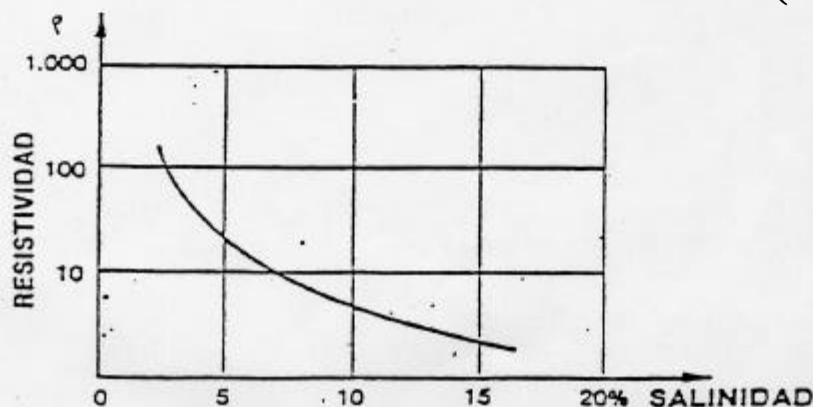
Naturaleza del terreno	Resistividad en Ohm.m
Terrenos pantanosos	de algunas unidades a 30
Limo	20 a 100
Humus	10 a 150
Turba húmeda	5 a 100
Arcilla plástica	50
Margas y arcillas compactas	100 a 200
Margas del jurásico	30 a 40
Arena arcillosa	50 a 500
Arena silíceas	200 a 3.000
Suelo pedregoso cubierto de césped	300 a 500
Suelo pedregoso desnudo	1.500 a 3.000
Calizas blandas	100 a 300
Calizas compactas	1.000 a 5.000
Calizas agrietadas	500 a 1.000
Pizarras	50 a 300
Rocas de mica y cuarzo	600
Granitos y gres procedentes de alteración	1.500 a 10.000
Granitos y gres muy alterados	100 a 600
HORMIGÓN	2.000 a 3.000
BALASTO O GRAVA	3.000 a 5.000

(Valores medios de ñ)

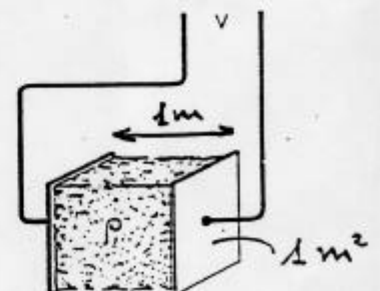
Tabla II

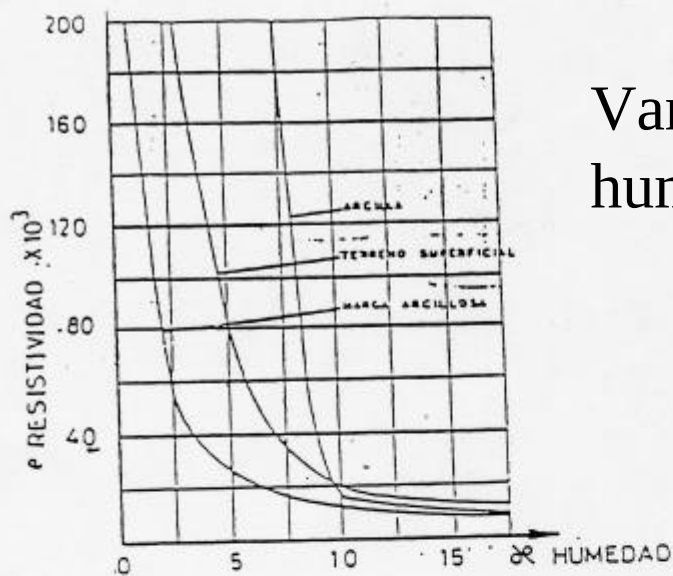
Naturaleza del terreno	Valor medio de la resistividad en Ohm.m
Terrenos cultivables y fértiles, terraplenes compactos y húmedos	50
Terrenos cultivables poco fértiles, terraplenes	500
Suelos pedregosos desnudos, arenas secas permeables	3.000

Valoración de ñ con la salinidad



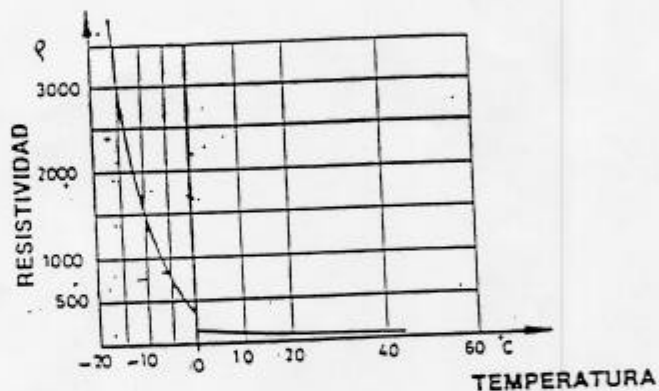
Resistividad (conceptos)



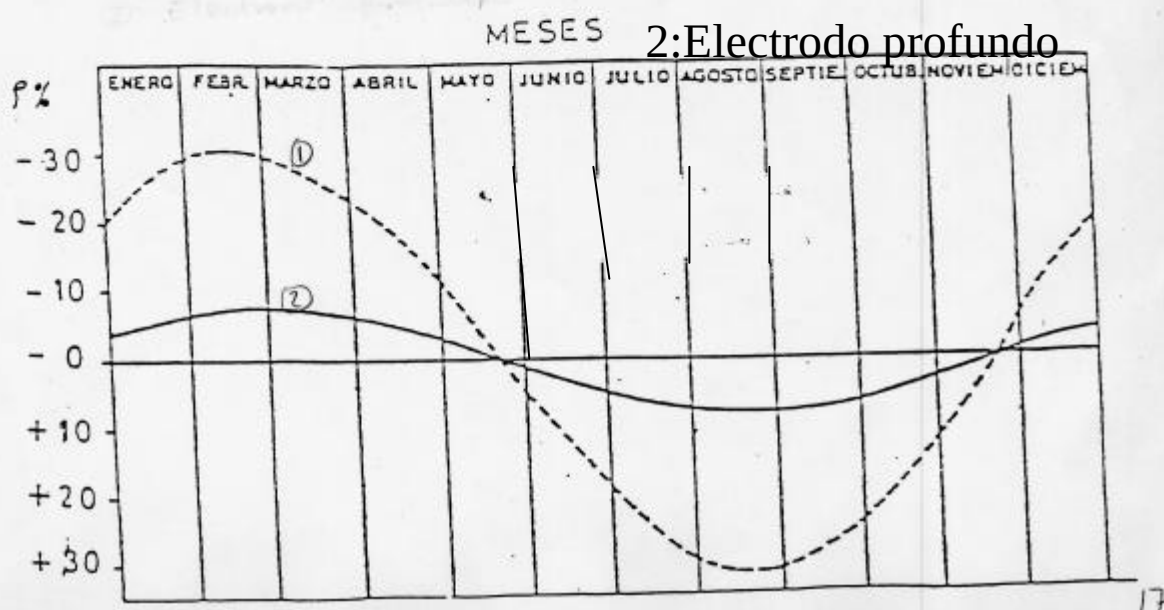


Variación de ρ con la humedad

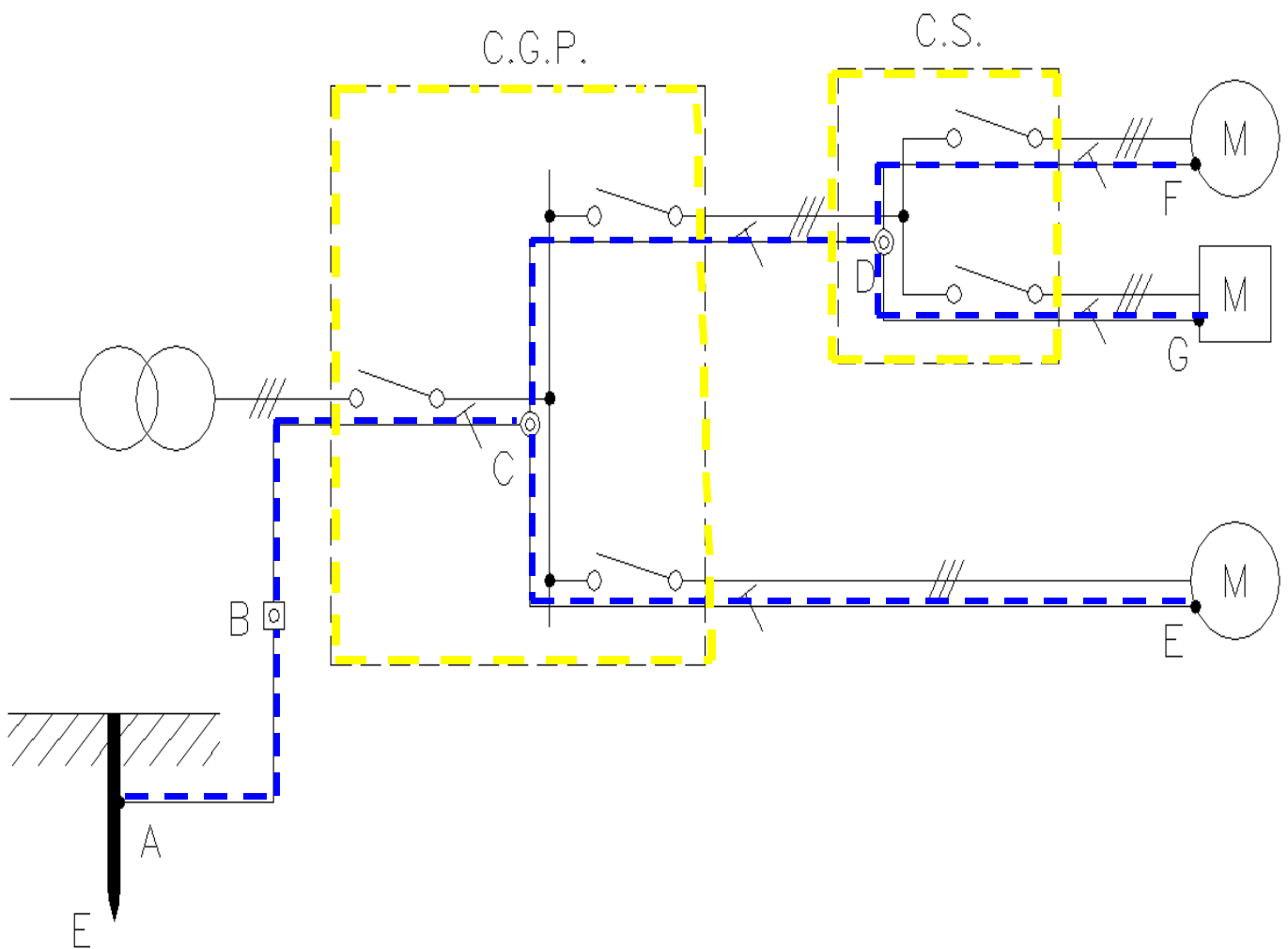
Variación de ρ con la temperatura



Variación estacional típica de ρ : 1: Electrodo superficial



ESTRUCTURA Y DIMENSIONADO DE LA INSTALACIÓN DE PUESTA A TIERRA DE LAS MASAS DE BAJA TENSIÓN



E: Electrodo

AB: Línea de enlace a tierra

B: Punto de puesta a tierra

BC: Línea principal de tierra

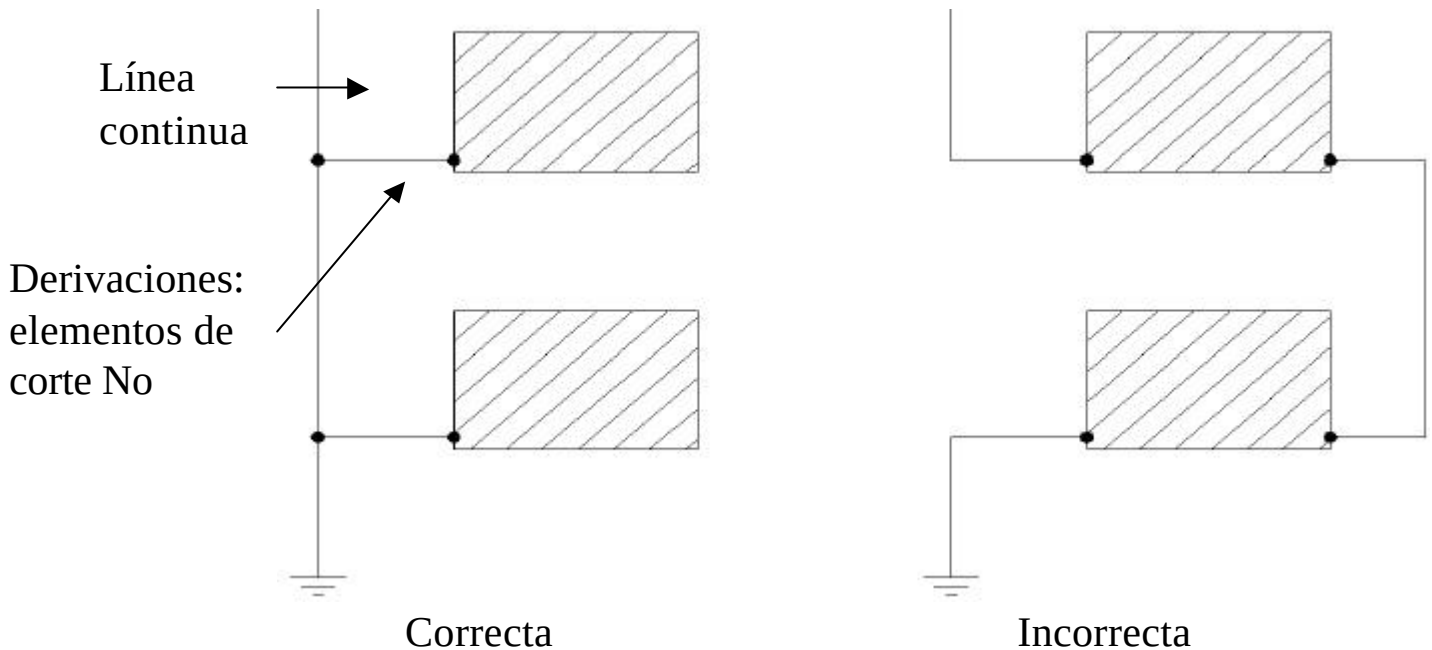
CD: Derivación de la línea principal de tierra

CE, DF, DG: Conductores de protección

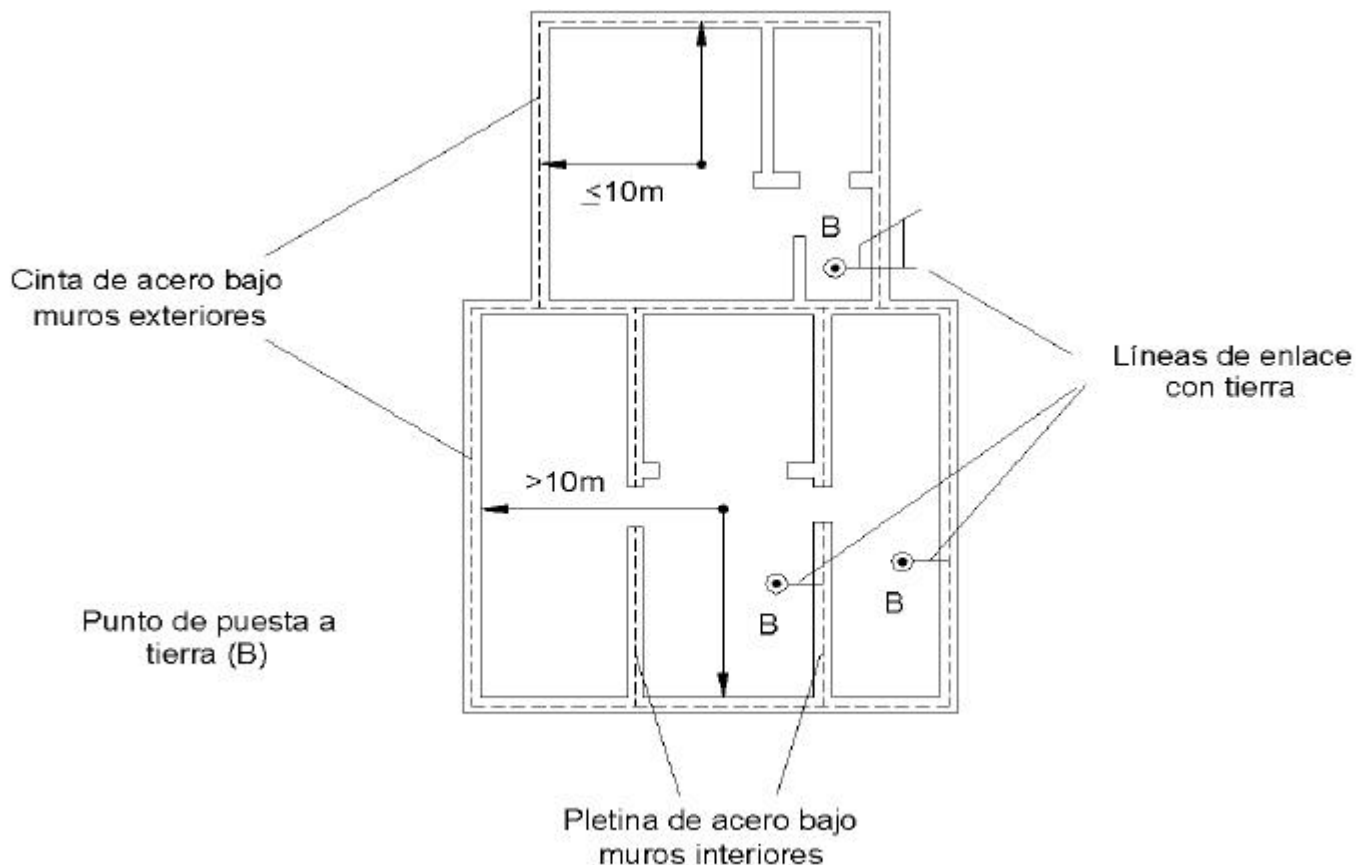
C, D: Bornas o regletas de conexión

ESTRUCTURA Y DIMENSIONADO DE LA INSTALACIÓN DE PUESTA A TIERRA DE LAS MASAS DE BAJA TENSIÓN

Forma de conectar las masas

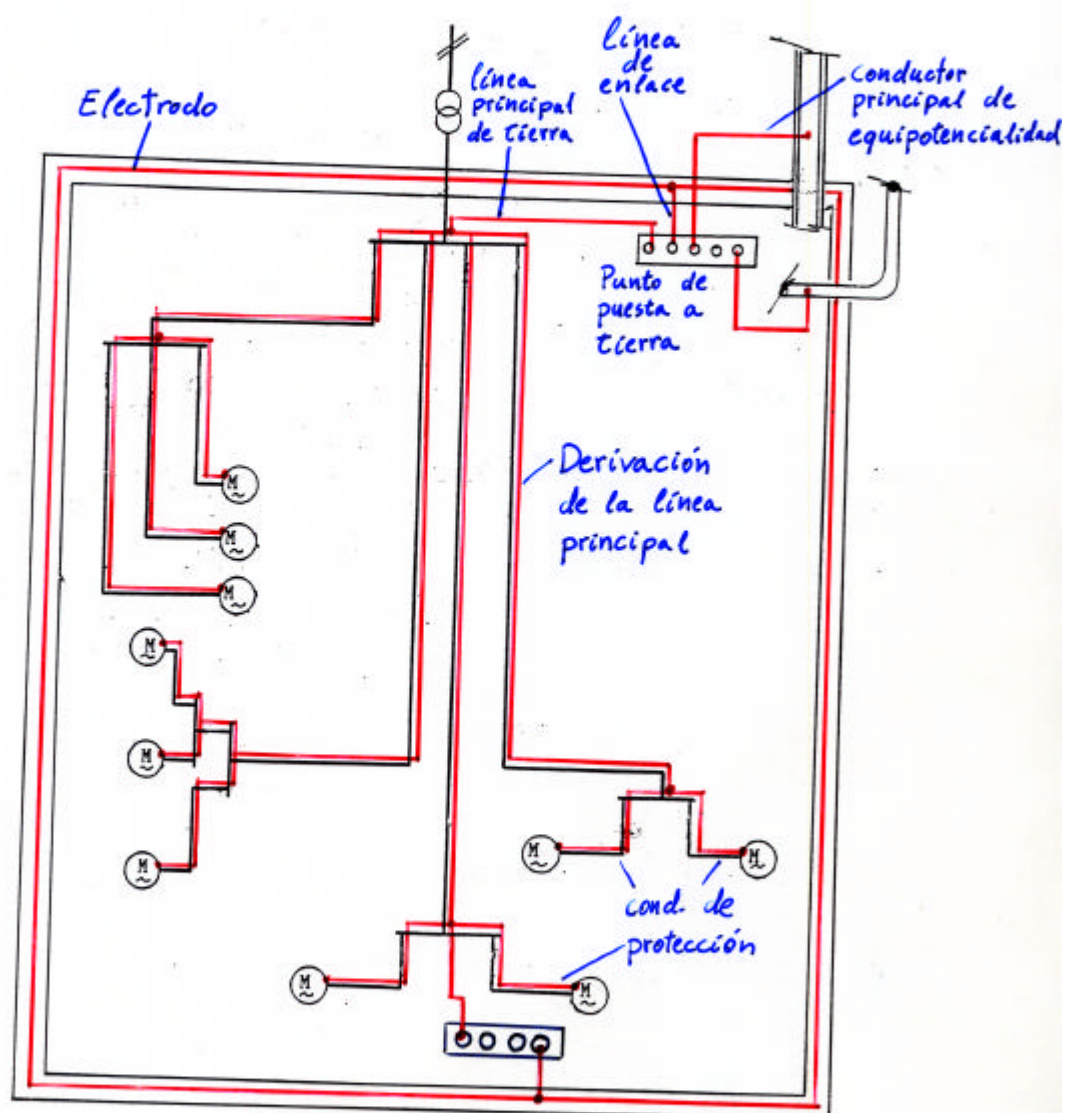


Estructura típica del electrodo en un edificio o nave industrial



ESTRUCTURA Y DIMENSIONADO DE LA P.T. DE LAS MASAS DE B.T.

Configuración práctica



ESTRUCTURA Y DIMENSIONADO DE LA INSTALACIÓN DE PUESTA A TIERRA DE LAS MASAS DE BAJA TENSIÓN

Dimensionado del electrodo

$$R_t \approx \rho \cdot F \text{ (dimensiones)} \ll R_{adm}$$

Esquema TN: $R_{adm} = 2 \, \Omega$

Esquema TT: $R_{adm} = \frac{U_L}{I_{AN}}$

Ej: Electrodo a base de conductor enterrado, $\rho = 200 \, \Omega \cdot m$, esquema TN

$$R_t = 2 \frac{200}{L} \leq 2 \rightarrow L > 200 \, m$$

Dimensionado de conductores

Conductores de protección, derivaciones de la línea principal de tierra
(MIE BT 017)

Secciones de los conductores de fase o polares de la instalación (mm ²)	Secciones mínimas de los conductores de protección (mm ²)
$S \leq 16$	S (*)
$16 < S \leq 35$	16
$S > 35$	S/2
(*) Con un mínimo de: 2,5 mm ² si los conductores de protección no forman parte de la canalización de alimentación y tienen una protección mecánica. 4 mm ² si los conductores de protección no forman parte de la canalización de alimentación y no tienen una protección mecánica.	

ESTRUCTURA Y DIMENSIONADO DE LA INSTALACIÓN DE PUESTA A TIERRA DE LAS MASAS DE BAJA TENSIÓN

Dimensionado de conductores

Línea de enlace con tierra ($S > 35 \text{ mm}^2$)

Línea principal de tierra ($S > 16 \text{ mm}^2$)

UNE 20 460

$$S > \frac{\sqrt{I^2 t}}{k}$$

Obtención de k para cables desnudos que no presentan riesgos de dañar a materiales próximos

CONDICIONES		Visibles y en los emplazamientos reservados	Condiciones normales	Riesgo de incendio
Material conductor	$T_{\text{máx}} (^{\circ}\text{C})$	500	200	150
	k	228	159	138
ALUMINIO	$T_{\text{máx}} (^{\circ}\text{C})$	300	200	150
	k	125	105	91
ACERO	$T_{\text{máx}} (^{\circ}\text{C})$	500	200	150
	K	82	58	50

(temperatura inicial del conductor se supone igual a 30°)

Ej: $R_A + R_B = 1$, $I = 220 \text{ A}$, $t = 0.1 \text{ seg} \rightarrow S > 0.5$

Otras tablas para determinar k:

Conductores aislados y cond. Desnudos en contacto con cables aislados.

Conductores de protección en cable multiconductor.

Conductores de protección constituidos por armaduras o envoltentes de cables.

ESTRUCTURA Y DIMENSIONADO DE LA INSTALACIÓN DE LA P. T. DE LAS MASAS DEL C.T. (MIE RAT 13)

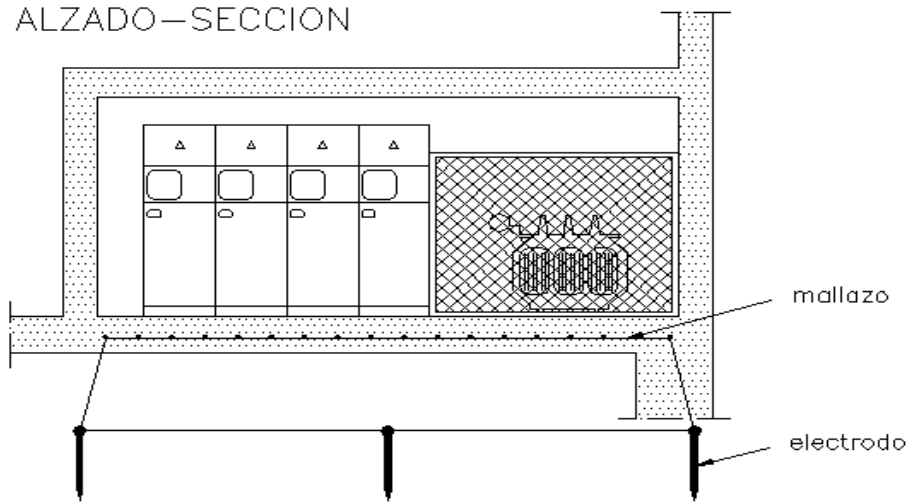
Líneas de tierra ($\delta \leq 160 \text{ A/mm}^2$) $S \geq 25 \text{ mm}^2$ cobre

60

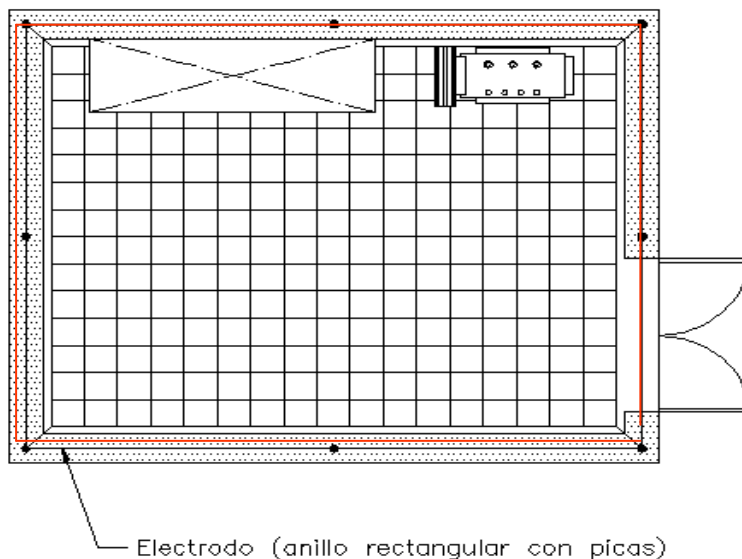
60

acero

Electrodos → Electrodos tipo (cond. Longitudinal enterrado, anillos rectangulares cuadrados, con o sin picas, (ALZADO—SECCION



PLANTA



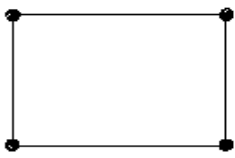
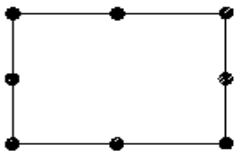
PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE LOS ELECTRODOS P.T.

RECTANGULO DE 4.0 X 3.0 m

Sección del conductor = 50 mm²

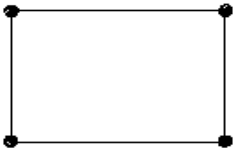
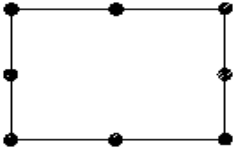
Diámetro de picas = 14 mm

Profundidad: 0,5 m L_p : Longitud de las picas (m)

Configuración	Lp (m)	Resistencia Kr	Tensión de paso Kp	Tensión de contacto ext. Kc=Kp (acc)
Sin picas	-	0,137	0,0287	0,0858
4 picas 	2	0,100	0,0231	0,0506
	4	0,080	0,0178	0,0355
	6	0,067	0,0143	0,0270
	8	0,058	0,0119	0,0217
8 picas 	2	0,088	0,0200	0,0402
	4	0,067	0,0143	0,0252
	6	0,055	0,0110	0,0179
	8	0,047	0,0089	0,0137

$$R_t = K_r \cdot r$$
$$V_{pm} = k_p \cdot r \cdot I_d$$
$$V_{cm} = k_c \cdot r \cdot I_d$$

$$I_d = \frac{U}{\sqrt{3} \sqrt{(R_n + R_t)^2 + x_n^2}}$$
Profundidad: 0,8 m

Configuración	Lp (m)	Resistencia Kr	Tensión de paso Kp	Tensión de contacto ext. Kc=Kp (acc)
Sin picas	-	0,131	0,0200	0,0816
4 picas 	2	0,096	0,0160	0,0491
	4	0,077	0,0124	0,0347
	6	0,065	0,0101	0,026
	8	0,056	0,0084	0,0214
8 picas 	2	0,084	0,0143	0,0389
	4	0,065	0,0104	0,0247
	6	0,054	0,0081	0,0178
	8	0,046	0,0066	0,0138

$$r \left(\Omega \cdot w \right)$$

ESTRUCTURA Y DIMENSIONADO DE LA P.T. DE LAS MASAS DEL C.T.

a- condiciones relativas a la seguridad de las personas

$$\left. \begin{array}{ll} a-1 & V_{pm} \leq V_{pad} \\ a-2 & V_{cm} \leq V_{cad} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{o bien, medidas} \\ \text{adicionales de seguridad} \end{array}$$
$$a-3 \quad I_d \geq I_a \quad (R_t \leq R_{tmax})$$

b- condiciones relativas a la seguridad del material

$$V \geq V_{dm} = I_d \cdot R_t$$

└─> tensión nominal de aislamiento material de B.T. en el C.T.

$$I_d = \frac{U}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{(R_n + R_t)^2 + X_n^2}} \quad (A)$$

$$(V_{bt} \approx 4000, 6000, 8000, 10\,000 \text{ V})$$

$$R_t \leq R_{ad}$$

VALORES MÁXIMOS ADMISIBLES PARA LAS TENSIONES DE PASO Y DE CONTACTO (MIE RAT 13)

Tensión de paso admisible (V):

$$V_{pad} = \frac{10 \cdot K}{t^n} \left(1 + \frac{6 \cdot r}{1000} \right)$$
$$V_{p(acc)ad} = \frac{10 \cdot K}{t^n} \left(1 + \frac{3 \cdot r + 3 \cdot r'}{1000} \right)$$

Tensión de contacto admisible (V):

$$V_{cad} = \frac{K}{t^n} \left(1 + \frac{1.5 \cdot r}{1000} \right)$$

Siendo:

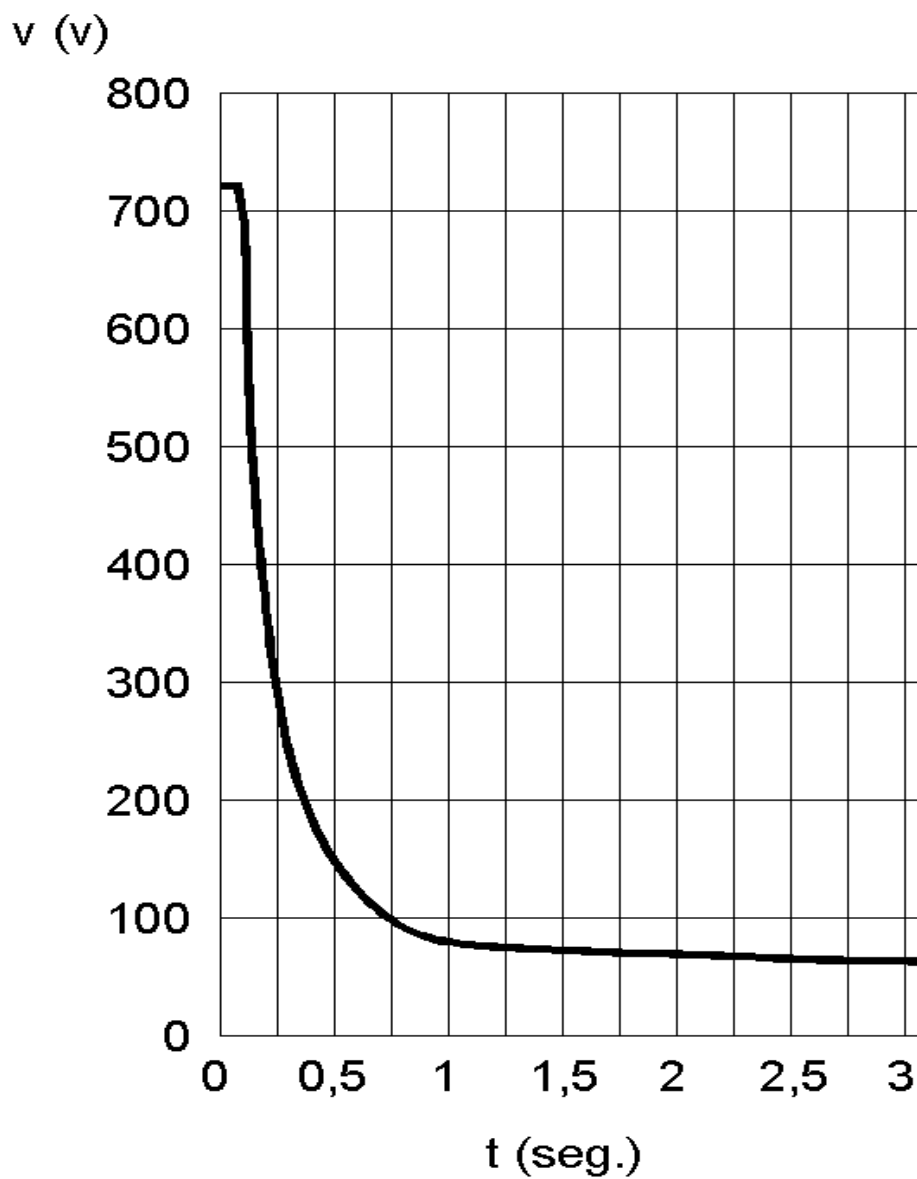
t : duración de la falta en segundos

K,n: constantes que dependen de t

t (seg)	K	n
$0.9 \geq t > 0.1$	72	1
$3 \geq t > 0.9$	78.5	0.18
$5 \geq t > 3$	64	0
$t > 5$	50	0

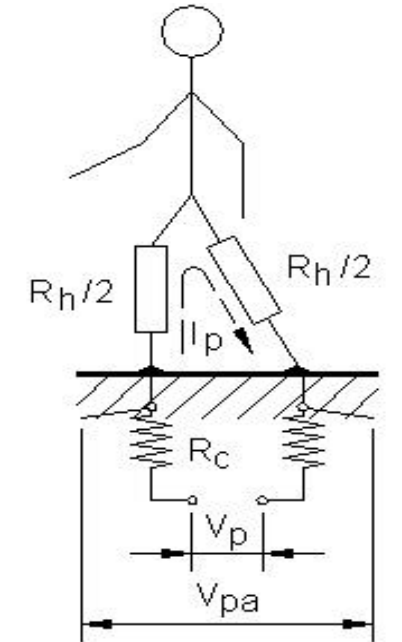
CURVA DE VIDA: MÁXIMA TENSIÓN APLICADA EN FUNCIÓN DE t

$$V_a \leq \frac{K}{t^n} \begin{cases} 0.1 < t < 0.9 & \Rightarrow K = 72 \quad n = 1 \\ 0.9 < t < 3 & \Rightarrow K = 78.5 \quad n = 0.18 \\ 3 < t < 5 & \Rightarrow V \leq 64 \\ 5 < t & \Rightarrow V \leq 50 \end{cases}$$



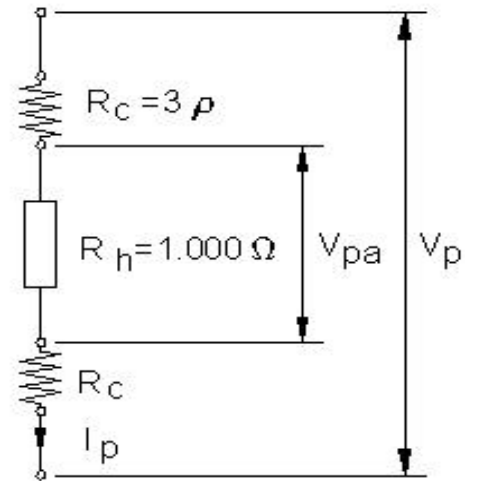
MEDIDAS DE LAS TENSIONES DE PASO Y DE CONTACTO APLICADAS

CONCEPTO DE TENSIONES APLICADAS

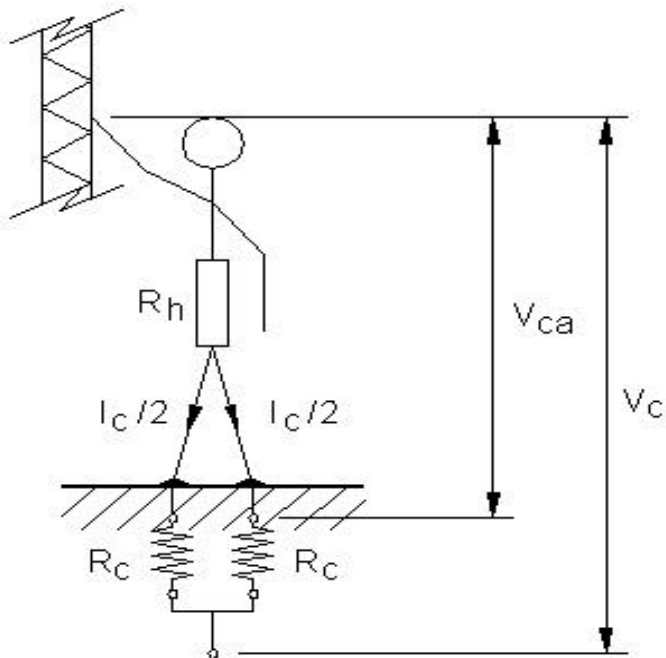


Tensión de paso y tensión de paso aplicada

$$V_{pa} = \frac{1000}{1000 + 6 \cdot r} V_p$$

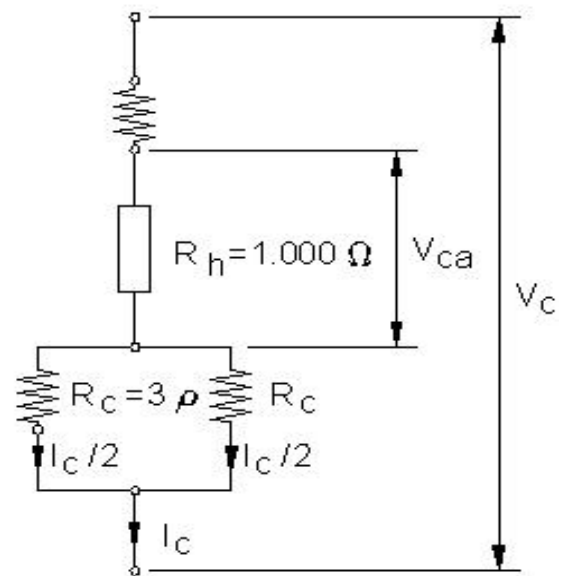


Circuito equivalente



Tensión de contacto y tensión de contacto aplicada

$$V_{ca} = \frac{1000}{1000 + 1.5 \cdot r} V_c$$



Circuito equivalente

ESTRUCTURA Y DIMENSIONADO DE LA P.T. DE LAS MASAS DEL C.T.

Medidas adicionales de seguridad

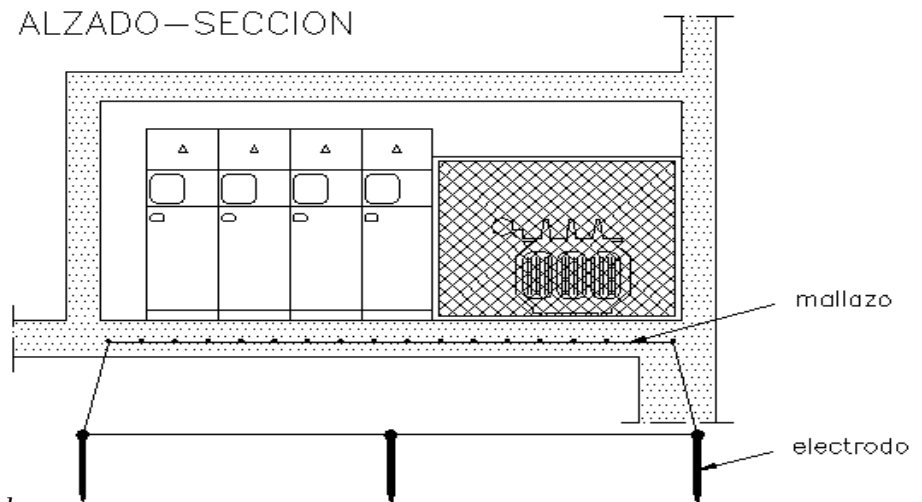
- Las puertas y rejillas metálicas que den al exterior del centro no tendrán contacto eléctrico con masas conductoras susceptibles de quedar a tensión debido a defectos o averías.
- En el piso del C.T. se instala un mallazo electrosoldado constituido con redondos de diámetro no inferior a 4 mm², formando una retícula no superior a 0.3 x 0.3 m. Este mallazo se conecta como mínimo a dos puntos opuestos del electrodo de la puesta a tierra de las masas y se cubre con una capa de hormigón de espesor no inferior a 10 cm.

$$V_{pm,ex} \leq V_{pad}$$

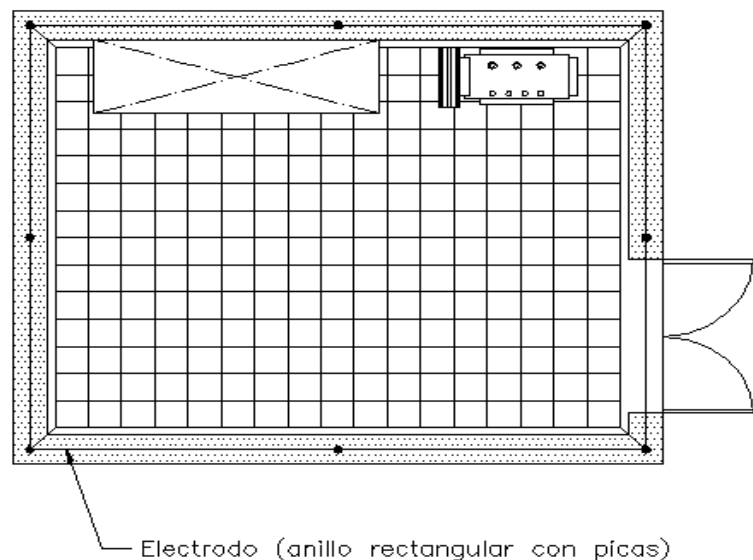
$$V_{p(acc)m} = V_{cm,ex} \leq V_{p(acc)ad}$$

$$I_d \geq I_a \quad (R_t \leq R_{tmax})$$

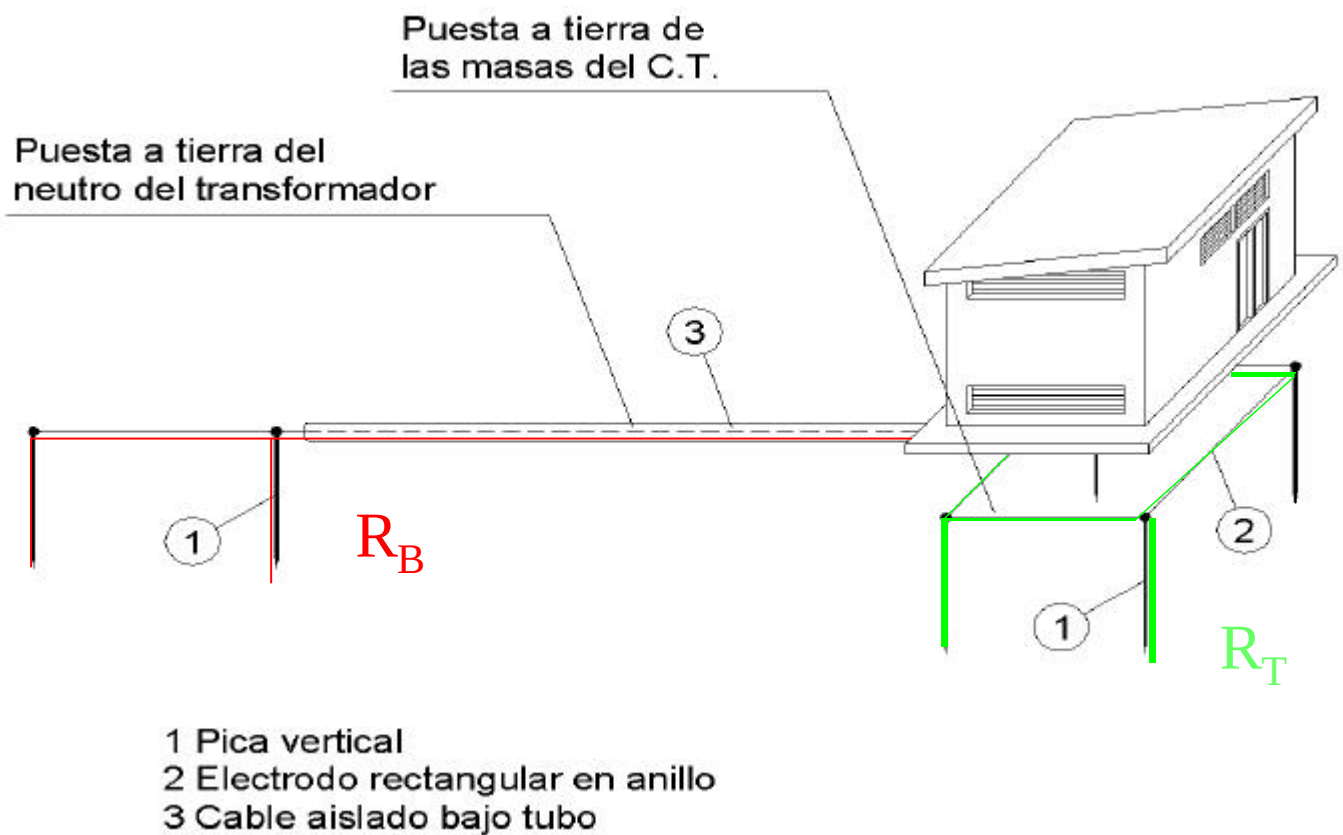
ALZADO—SECCION



PLANTA



ESTRUCTURA Y DIMENSIONADO DE LA P.T. DEL NEUTRO DEL TRANSFORMADOR



Línea de enlace con tierra: cable aislado 0.6/1 KV
protegido con tubo PVC

Electrodos

$$\text{TT} \quad R_B \approx F(\rho, \text{dimensiones}) \ll 37 \, \Omega$$

$$\text{si } I_d = 650 \, \text{mA (BT)} \rightarrow V_N \leq 24 \, \text{V}$$

$$\text{TN} \quad R_B \leq 2 \, \Omega$$

PUESTA A TIERRA (MIE RAT 13)

CÁLCULO

$$V_p \leq V_{p, ad}$$

$$V_c \leq V_{c, ad}$$

MEDIDA

$$V_{pa} \leq V_{pa, ad} = \frac{10 \cdot K}{t^n}$$

$$V_{ca} \leq V_{ca, ad} = \frac{K}{t^n} \rightarrow \begin{cases} \text{Curva de} \\ \text{Seguridad} \end{cases}$$

RELACIONES

$$V_{p ad} \leq V_{pa, ad} \left(1 + \frac{6 \cdot r}{1000} \right)$$

$$V_{c ad} \leq V_{ca, ad} \left(1 + \frac{1.5 \cdot r}{1000} \right)$$

TIERRAS INDEPENDIENTES; SEPARACIÓN ENTRE LAS DISTINTAS TOMAS DE TIERRA

MIE BT 039:

P.T. B independiente de A $\rightarrow U_{\text{trans. de B a A}} \leq 50 \text{ V}$

RELACIÓN ENTRE LAS P.T. DE LAS MASAS DE B.T. Y M.T.

P.T. masas B.T. independiente P.T. masas M.T. $\rightarrow$

$U_{\text{tr de M.T. a B.T.}} \leq 50 \text{ V}$ o CONDICIONES (MIE BT 039 9)

- No existe canalización metálica que una la zona de tierras del CT con la zona donde están los aparatos de utilización.
- La distancia entre las tomas de tierra de las masas del CT y la toma de tierra de la masa de BT es $\geq 15 \text{ m}$ si $\rho = 100 \text{ } \Omega \cdot \text{m}$, si el terreno es mal conductor la distancia aumenta.
- El CT está situado en un recinto aislado de los locales de utilización o está construido de tal manera que sus elementos metálicos no están unidos eléctricamente a los elementos metálicos constructivos de los locales de utilización

RELACIÓN ENTRE LA P.T. DEL NEUTRO Y DE LAS MASAS DE M.T.

$$\begin{array}{l}
 U_{\text{tr de M.T. a Neut.}} \leq 1000 \text{ V} \rightarrow V_{\text{ft}} = V_{\text{fn}} + V_{\text{n,trans}} \\
 \text{MIE BT 017} \rightarrow 2U + 10000 \geq 1500 \text{ V}
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} V_{\text{n,trans}} \leq 1000 \text{ V} \\ D \geq D_{\min} = \frac{r \cdot I_d}{2000 \cdot p} \end{array}$$

TIERRA ÚNICA EN EL C.T.

$$U_{\text{D mt}} = I_{\text{D}} \cdot R_{\text{t MT}} \leq 1000 \text{ V} \rightarrow D_{\min} = 0 \text{ Puesta a tierra común}$$

PROYECTO DE INSTALACIÓN DE PUESTA A TIERRA DE LAS MASAS DEL C.T. (R_T)

- 1) Investigación de las características del suelo.
- 2) Determinación de las corrientes máximas de defecto a tierra y del tiempo máximo de eliminación del defecto.

(I_d , t_a , característica i/t del relé, X_n , R_n)

- 3) Diseño preliminar de la instalación.
 - Determinar los elementos que hay que conectar a tierra y el punto de conexión.
 - Determinar las secciones de los conductores.
 - Definir la forma y composición del electrodo. (Normalizado)
- 4) Cálculo de la resistencia de la puesta a tierra.
- 5) Cálculo de las tensiones de paso y de contacto.
- 6) Cálculo de las tensiones de paso y de contacto admisibles.
- 7) Comparación; en su caso tomar medidas adicionales.
- 8) Investigación de las tensiones transferidas.
- 9) Corrección y ajuste del diseño inicial.
- 10) Una vez hecha la instalación : Medidas y contrastación de los resultados
(Medidas: R_t ; $V_{p,ap}$; $V_{c,ap}$).

Tema 4. Propiedades eléctricas de los materiales: conductores y dieléctricos



Tema 4. Conductores y dieléctricos

4.1 Teoría de bandas de energía.

4.2 Conductores en equilibrio.

Influencia electrostática. Pantallas.

4.3 El condensador. Capacidad.

Circuito RC. Carga y descarga de un condensador.

Energía almacenada por un condensador.
Densidad de energía.

Asociación de condensadores.

4.4 Dieléctricos. Polarización.



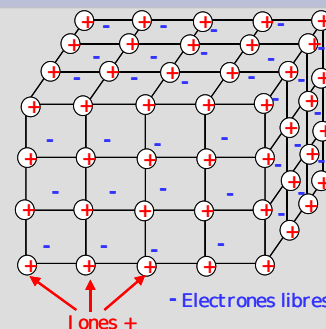
Tema 4. Propiedades eléctricas de los materiales: conductores y dieléctricos

Objetivos:

- Conocer las características de los conductores cargados en equilibrio: campo eléctrico en el interior y en la superficie, potencial y distribución de cargas.
- Conocer las características de los fenómenos de influencia total entre conductores.
- Definir la capacidad de un condensador y saber calcular la capacidad equivalente de asociaciones de condensadores en serie y en paralelo.
- Entender los fenómenos de carga de un condensador y saber hallar la energía almacenada en un condensador.
- Saber discutir los efectos de un dieléctrico sobre la capacidad, carga, energía, diferencia de potencial y campo eléctrico de un condensador.

Introducción

- Modelo de conductor



Modelo de conductor: red cristalina regular, compuesta de iones positivos, rodeados por una "nube de electrones", con gran capacidad de movimiento.

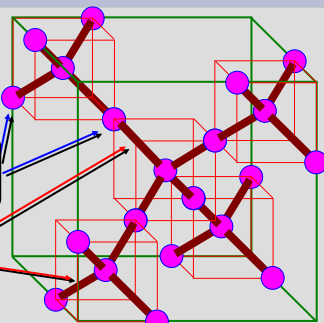
(metales, ...)

Introducción

- Modelo de dieléctrico (aislante)

Átomos con electrones compartidos y configuración electrónica estable

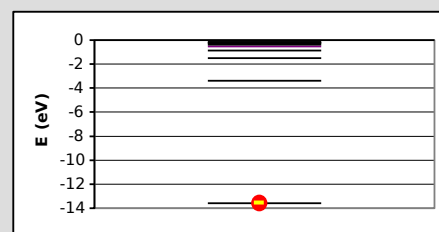
Electrones ligados



Modelo de dieléctrico (aislante): amorfo o red cristalina regular, los electrones se mantienen ligados a los núcleos de los átomos, con posibilidades de movimiento muy limitadas.

Teoría de bandas de energía

- Átomo de hidrógeno: $E_n = -\frac{\mu e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar n^2} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$



$$\mu = \frac{Mm}{m+M}$$

Energía de los 10 primeros niveles energéticos del átomo de hidrógeno, con un electrón en su estado fundamental

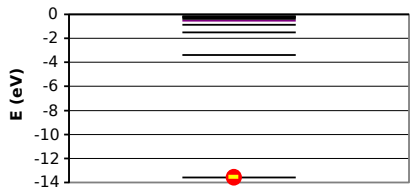
El **electrón-voltio** (eV) es una unidad para medir energía, muy utilizada en física atómica y nuclear. Se define como la energía que adquiere un electrón cuando se acelera mediante una diferencia de potencial de 1 V.
 $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Teoría de bandas de energía

- Átomo de hidrógeno: $E_n = -\frac{\mu e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar n^2} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$

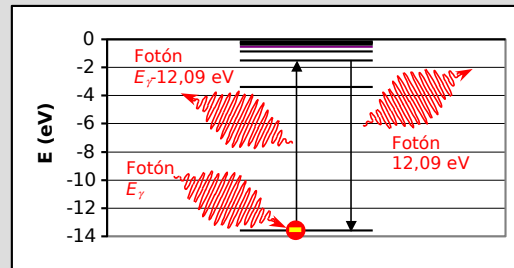
$$\mu = \frac{Mm}{m+M}$$

Energía de los 10 primeros niveles energéticos del átomo de hidrógeno, con un electrón en su estado fundamental



La energía que posee el electrón en el átomo se denomina **energía de ligadura**

Teoría de bandas de energía

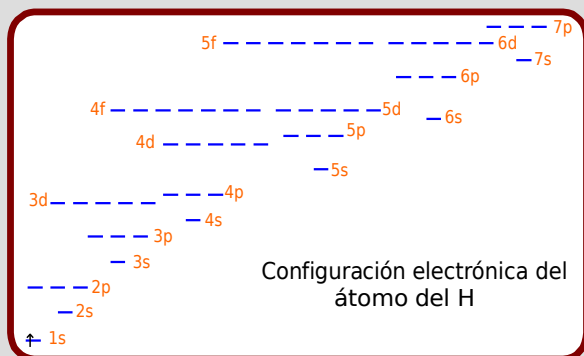


Excitación-desexcitación de un electrón en el átomo de hidrógeno

Si la energía que se aporta al átomo es mayor que la energía de ligadura del electrón, éste podrá "liberarse" del átomo, y entonces se dice que el átomo está ionizado. Por este motivo, a la energía de ligadura se le denomina también **energía de ionización**.

Teoría de bandas de energía

- Átomo de hidrógeno:

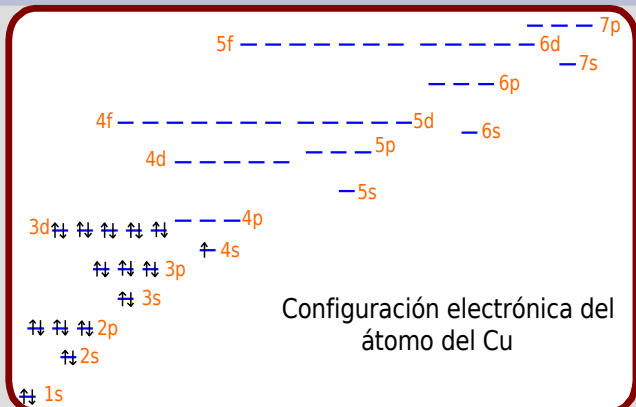


Configuración electrónica del átomo del H

Teoría de bandas de energía

Grupo	1	2		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Periodo																			
1	1 H																		2 He
2	3 Li	4 Be												5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
3	11 Na	12 Mg												13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
4	19 K	20 Ca		21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
5	37 Rb	38 Sr		39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
6	55 Cs	56 Ba	*	71 Lu	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
7	87 Fr	88 Ra	**	103 Lr	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Uun	111 Uuu	112 Uub	113 Uut	114 Uuq	115 Uup	116 Uuh	117 Uus	118 Uuo
			*	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb		
			**	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No		

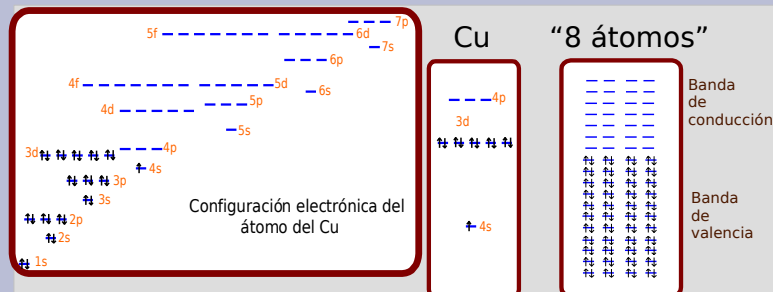
Teoría de bandas de energía



Configuración electrónica del átomo del Cu

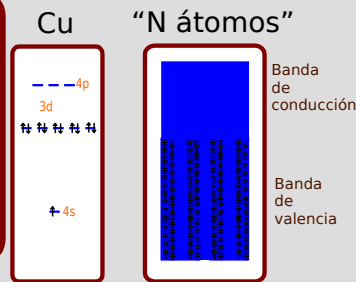
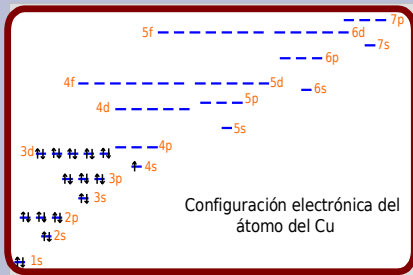
Cu (29 e-): $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$

Teoría de bandas de energía



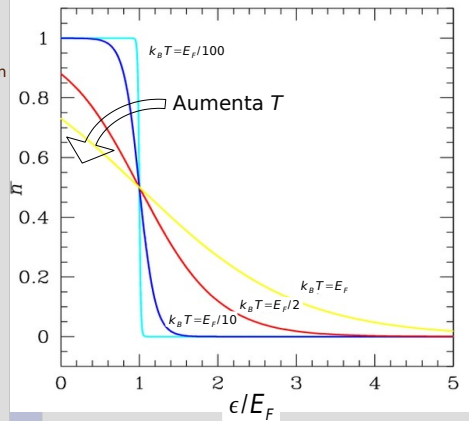
Niveles energéticos de la última capa del átomo de Cu aislado (izquierda), y de ocho átomos de cobre formando una hipotética estructura cristalina de "8 átomos" (derecha). La separación entre los niveles energéticos es meramente ilustrativa y no está dibujada a escala.

Teoría de bandas de energía



Niveles energéticos de la última capa del átomo de Cu aislado (izquierda), y de ocho átomos de cobre formando una hipotética estructura cristalina de "N átomos" (derecha). La separación entre los niveles energéticos es meramente ilustrativa y no está dibujada a escala.

Teoría de bandas de energía



Energía interna $U \propto k_B T$

Constante de Boltzmann
 $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

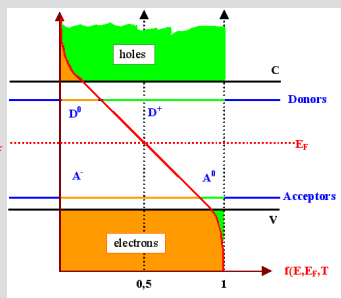
Función de distribución de Fermi-Dirac

$$n(\epsilon) = \frac{1}{1 + \exp\{(\epsilon - E_F)/k_B T\}}$$

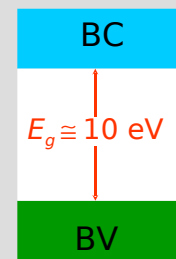
Teoría de bandas de energía

Función de distribución de Fermi-Dirac

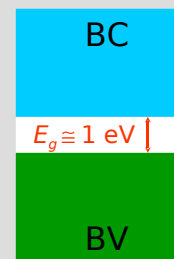
Energía de Fermi, E_F



Teoría de bandas de energía



Dieléctrico (aislante)



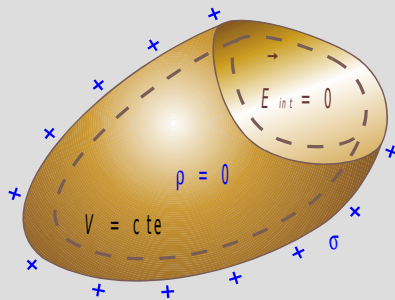
Semiconductor



Conductor

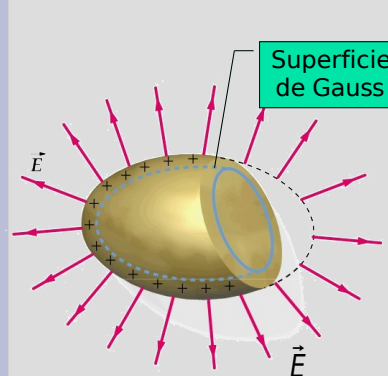
Conductores en equilibrio

- Conductor en **equilibrio electrostático**: no se tiene un movimiento neto de las cargas.
- El campo eléctrico es cero en cualquier punto del interior del conductor.



Conductores en equilibrio

- La carga en un conductor aislado reside sobre su superficie.



- $\vec{E} = 0$ en el interior

$$\varphi = \int \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

Teorema de Gauss

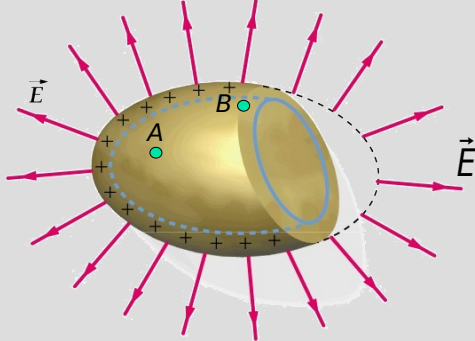
$$\varphi = \frac{\sum Q_i}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow Q_i = 0$$

Conductores en equilibrio

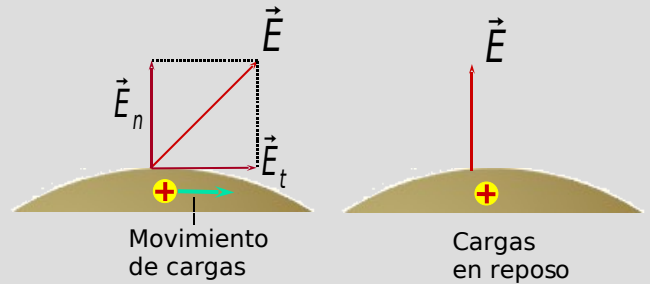
- Todo punto del conductor cargado en equilibrio está al mismo potencial.

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$$



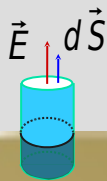
Conductores en equilibrio

- El campo eléctrico es perpendicular a la superficie del conductor.



Conductores en equilibrio

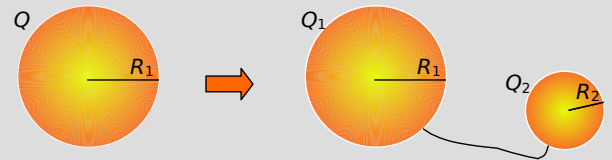
- Teorema de Coulomb: en los puntos cercanos a la superficie del conductor: $E_n = \sigma / \epsilon_0$



Ejemplo 4.1

Una esfera conductora, de radio R_1 y carga Q se une mediante un hilo conductor, de capacidad despreciable, a otra esfera de radio R_2 ($R_2 < R_1$), inicialmente descargada. Suponiendo que las esferas están lo suficientemente alejadas entre sí para que los fenómenos de influencia sean despreciables, calcula:

- a) Cargas Q_1 y Q_2 de cada esfera; b) Potencial; c) Densidad superficial de carga en cada esfera; d) ¿Qué ocurre si $R_2 > R_1$?



Ejemplo 4.1

a)

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$V = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} \Rightarrow Q_1 = \frac{QR_1}{R_1 + R_2}, \quad Q_2 = \frac{QR_2}{R_1 + R_2}$$

b)

$$V = V_1 = V_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (R_1 + R_2)}$$

Ejemplo 4.1

c)

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{S_1} = \frac{QR_1}{4\pi R_1^2 (R_1 + R_2)} = \frac{Q}{4\pi R_1 (R_1 + R_2)}, \quad \sigma_2 = \frac{Q_2}{S_2} = \frac{Q}{4\pi R_2 (R_1 + R_2)}$$

d)

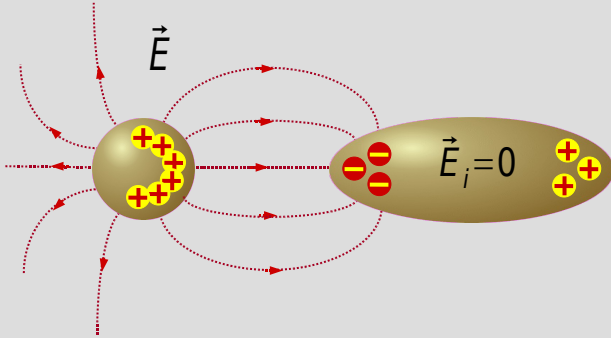
$$\lim_{R_2 \rightarrow \infty} Q_1 = \lim_{R_2 \rightarrow \infty} \left(\frac{QR_1}{R_1 + R_2} \right) = 0$$

$$\lim_{R_2 \rightarrow \infty} Q_2 = \lim_{R_2 \rightarrow \infty} \left(\frac{QR_2}{R_1 + R_2} \right) = Q$$

$$\lim_{R_2 \rightarrow \infty} V = \lim_{R_2 \rightarrow \infty} \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (R_1 + R_2)} \right) = 0$$

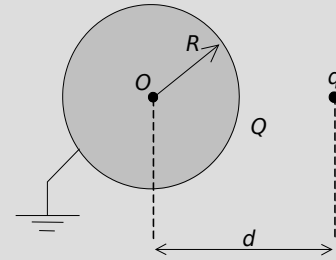
Influencia electrostática

- Cuando situamos alguna carga eléctrica en las proximidades de un conductor, dicha carga ejerce un fenómeno de influencia electrostática sobre el conductor.



Problema 11

11. Sea una esfera conductora, con centro en O y radio R . Dicha esfera, que se encuentra conectada a tierra (potencial nulo) está sometida a la influencia de una carga puntual q , situada a una distancia d de O ($d > R$). Calcula la carga que aparece en la esfera en función de q , R y d .

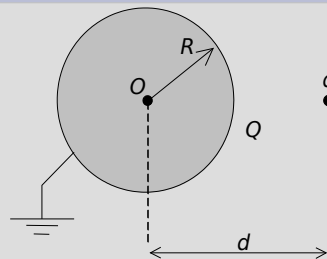


Problema 11

$$V_{00} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} \int dq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

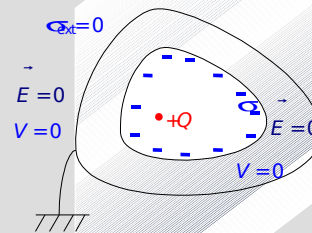
$$V_0 = V_{00} + V_{q0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{R} + \frac{q}{d} \right) = 0$$

$$Q = -\frac{qR}{d}$$



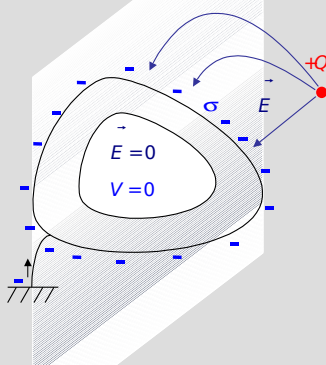
Pantallas

- Las cargas internas al conductor hueco no tienen influencia sobre el exterior del conductor hueco conectado a tierra.

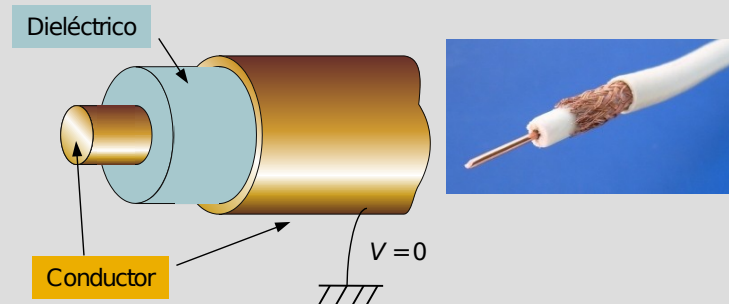


Pantallas

- Las cargas externas al conductor hueco no tienen influencia sobre el interior del conductor hueco conectado a tierra.

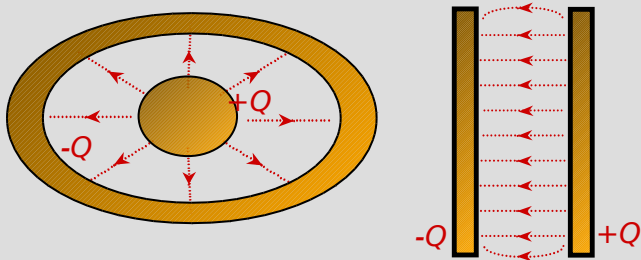


Pantallas



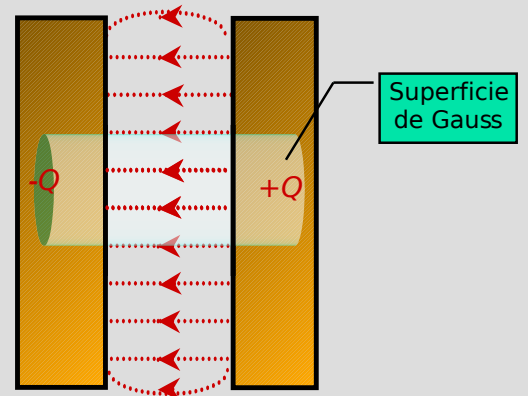
El condensador

- **Influencia electrostática total:** la influencia electrostática entre dos conductores se denomina total cuando todas las líneas de campo de un conductor atraviesan el otro.



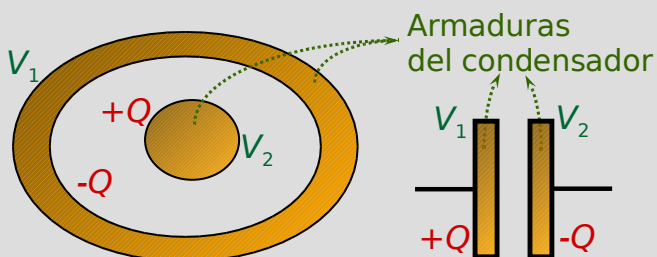
El condensador

- **Influencia electrostática total:**



El condensador

- Sistema de dos conductores que se ejercen una influencia total.
- Almacenan carga eléctrica (y energía).



El condensador. Capacidad

- Capacidad de un condensador:

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{Q}{V_{12}}$$

Magnitud de la carga en cualquiera de las armaduras

Diferencia de potencial entre las armaduras

- En los circuitos eléctricos, el condensador se representa del siguiente modo:

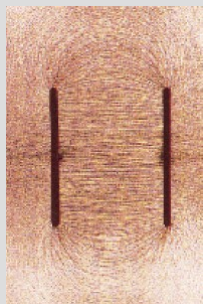
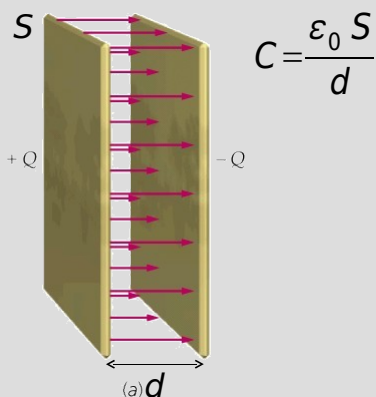


- **Faradio:** es la unidad SI de capacidad.

$$1\text{F} = 1\text{C/V}$$

El condensador

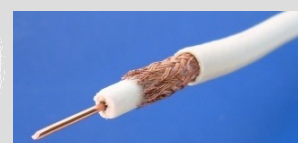
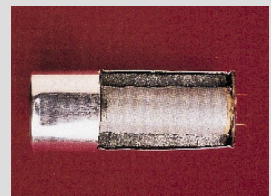
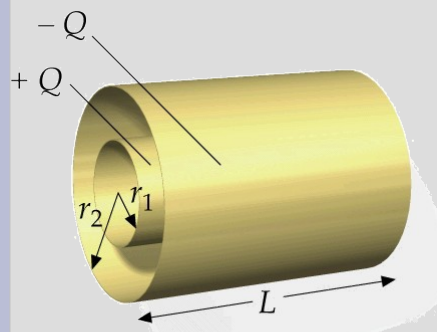
Condensador plano



El condensador

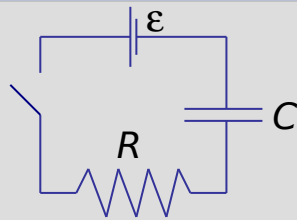
Condensador cilíndrico

$$C = \frac{2\pi \epsilon_0 L}{\ln(r_2/r_1)}$$



Circuito RC. Carga y descarga de un condensador

- El tiempo de carga de un condensador no es instantáneo.



Circuito RC. Carga y descarga de un condensador

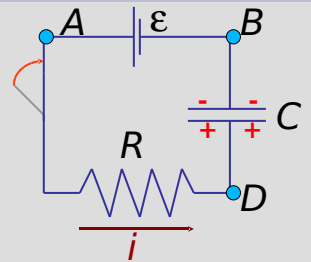
- El tiempo de carga de un condensador no es instantáneo.

$$(V_B - V_A) + (V_D - V_B) + (V_A - V_D) = 0$$

$$\varepsilon = V_R(t) + V_C(t)$$

$$\varepsilon = i(t)R + V_C(t) = \left[\frac{dq(t)}{dt} \right] R + \frac{q(t)}{C}$$

$$\left[\varepsilon - \frac{q(t)}{C} \right] \left[\frac{dt}{R} \right] = dq(t)$$

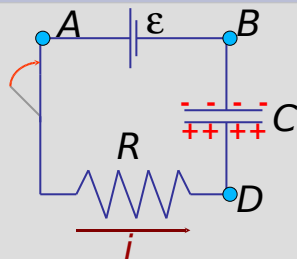


$$C = q(t)/V_C(t)$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

Circuito RC. Carga y descarga de un condensador

- El tiempo de carga de un condensador no es instantáneo.
- Diferencia de potencial en los bornes del condensador:

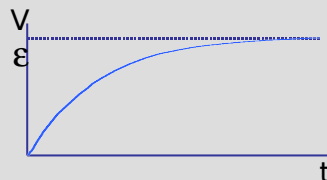


$$\left[\varepsilon - \frac{q(t)}{C} \right] \left[\frac{dt}{R} \right] = dq(t)$$

$$V(t) = \varepsilon (1 - e^{-t/RC})$$

$$t \rightarrow 0 \Rightarrow V = 0$$

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow V = \varepsilon$$



Circuito RC. Carga y descarga de un condensador

Constante de tiempo

- Carga** de un condensador:

$$C = q(t)/V_C(t)$$

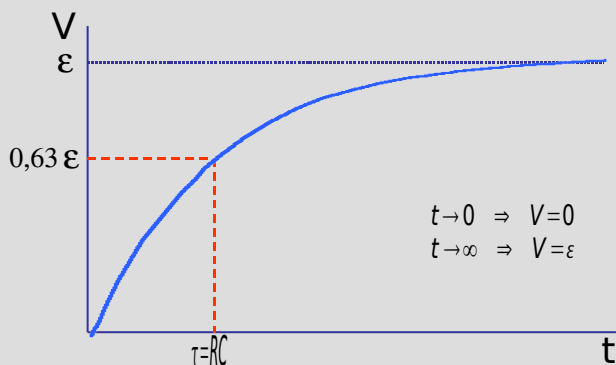
- Constante de tiempo: $\tau = RC$

$$V(\tau) = \varepsilon (1 - e^{-RC/RC}) = \varepsilon \cdot 0,63$$

- Tiempo transcurrido cuando el potencial alcanza el 63% del valor máximo.

Circuito RC. Carga y descarga de un condensador

Constante de tiempo

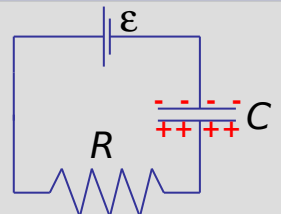


$$t \rightarrow 0 \Rightarrow V = 0$$

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow V = \varepsilon$$

Circuito RC. Carga y descarga de un condensador

- El tiempo de descarga tampoco es instantáneo.



Circuito RC. Carga y descarga de un condensador

- El tiempo de descarga tampoco es instantáneo.

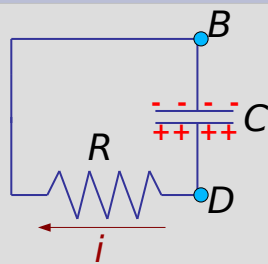
$$(V_D - V_B) + (V_B - V_D) = 0$$

$$\frac{q(t)}{C} - i(t)R = 0$$

$$dq(t) < 0$$

$$\frac{q(t)}{C} = -\frac{dq(t)}{dt}R$$

$$\frac{dq(t)}{q(t)} = -\frac{dt}{RC}$$



$$C = q(t)/V_C(t)$$

$$i(t) = -\frac{dq(t)}{dt}$$

Circuito RC. Carga y descarga de un condensador

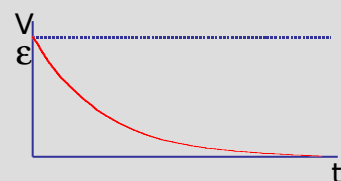
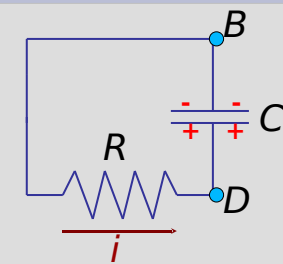
- El tiempo de descarga tampoco es instantáneo.
- Diferencia de potencial en los bornes del condensador:

$$\frac{dq(t)}{q(t)} = -\frac{dt}{RC}$$

$$V(t) = \varepsilon e^{-t/RC}$$

$$t \rightarrow 0 \Rightarrow V = \varepsilon$$

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow V = 0$$



Circuito RC. Carga y descarga de un condensador

Constante de tiempo

- Descarga** de un condensador:

$$V(t) = \varepsilon e^{-t/RC}$$

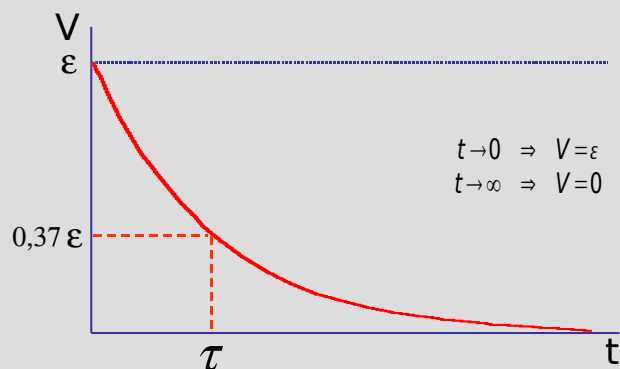
- Constante de tiempo: $\tau = RC$

$$V(\tau) = \varepsilon e^{-RC/RC} = \varepsilon \cdot 0,37$$

- Tiempo transcurrido cuando el potencial alcanza el 37% del valor máximo.

Circuito RC. Carga y descarga de un condensador

Constante de tiempo



$$t \rightarrow 0 \Rightarrow V = \varepsilon$$

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow V = 0$$

Energía almacenada por un condensador



$$v = \frac{q}{C}$$

$$du = dq v = dq \frac{q}{C}$$

$$U = \int_0^U du = \int_0^Q dq \frac{q}{C}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$$

Densidad de energía

- Energía de un condensador plano:

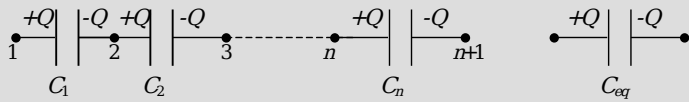
$$U = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 (S d)$$

- Densidad de energía de un campo electrostático:

$$u_e = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_r \varepsilon_0 E^2$$

Asociación de condensadores

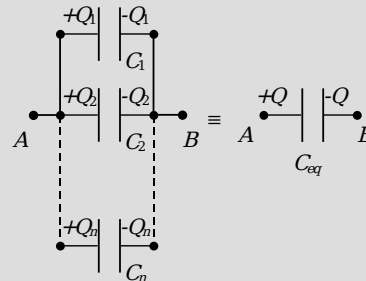
- Condensadores en serie.



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Asociación de condensadores

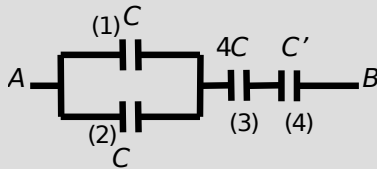
- Condensadores en paralelo.



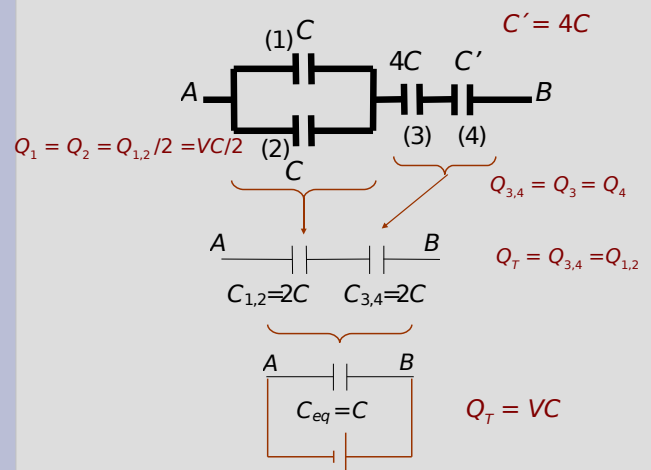
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_i C_i$$

Ejemplo 4-4

4.4. Entre los puntos A y B de la asociación de condensadores de la figura se aplica una diferencia de potencial V . El condensador 4 tenía una capacidad C vacío, pero se rellena de dieléctrico de $\epsilon_r = 4$ antes de aplicar la diferencia de potencial V . Halla la capacidad C' de este condensador, la carga y la diferencia de potencial en cada condensador.

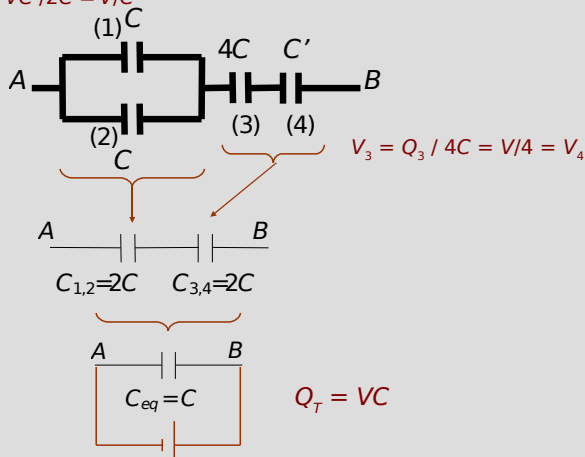


Ejemplo 4-4



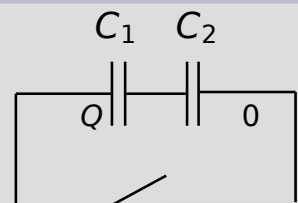
Ejemplo 4-4

$$V_1 = V_2 = Q_1/C = VC/2C = V/2$$



Problema 6

6. Un condensador de capacidad C_1 , cargado con carga Q , se conecta con otro de capacidad C_2 , inicialmente descargado, tal como se indica en la figura. Calcula el valor de la carga en cada condensador antes y después de cerrar el interruptor.



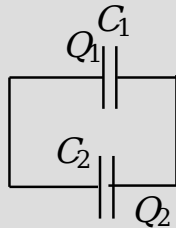
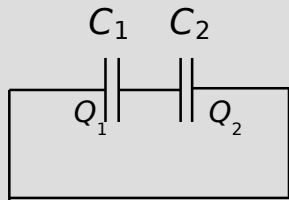
Problema 6

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$$

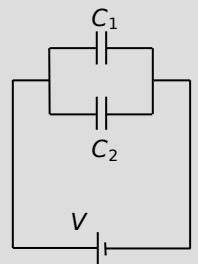
$$Q_2 = \frac{QC_2}{(C_1 + C_2)}$$

$$Q_1 = \frac{QC_1}{(C_1 + C_2)}$$



Problema 8

8. Se dispone de dos condensadores de capacidad C_1 y C_2 , tras conectarlos en paralelo se aplica a la asociación una diferencia de potencial V . Calcula la carga que adquiere cada condensador (Q_1 y Q_2) así como la diferencia de potencial entre las placas de cada uno de ellos (V_1 y V_2).

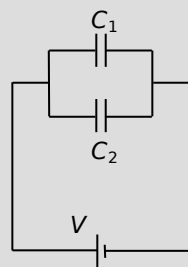


Problema 8

$$V_1 = V_2 = V$$

$$Q_1 = C_1 V_1 = C_1 V$$

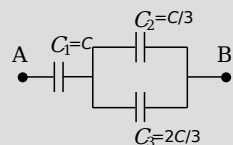
$$Q_2 = C_2 V_2 = C_2 V$$



Problema 9

9. En la asociación de condensadores de la figura, indica en qué condensador se almacena:

- la mayor carga, y
 - la menor carga,
- al aplicar entre A y B una d.d.p. V . ($C_1 = C$; $C_2 = C/3$; $C_3 = C(2/3)$).



Problema 9

9. En la asociación de condensadores de la figura, indica en qué condensador se almacena:

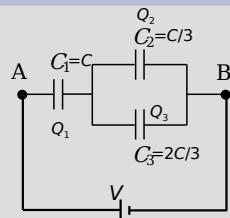
- la mayor carga, y
 - la menor carga,
- al aplicar entre A y B una d.d.p. V . ($C_1 = C$; $C_2 = C/3$; $C_3 = C(2/3)$).

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad C_1 \text{ mayor carga}$$

$$V_2 = V_3$$

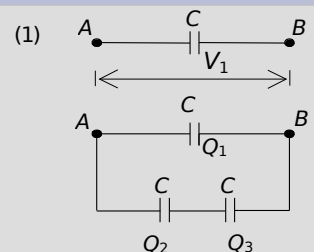
$$C_2 = \frac{Q_2}{V_2} \Rightarrow Q_2 = C_2 V_2 = C V_2 / 3 \quad C_2 \text{ menor carga}$$

$$C_3 = \frac{Q_3}{V_3} \Rightarrow Q_3 = C_3 V_3 = 2C V_2 / 3$$



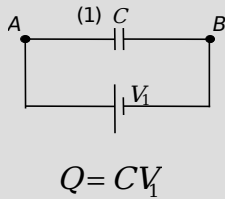
Problema 15

15. Sea un condensador (1) de capacidad C sometido a una diferencia de potencial V_1 , y otros dos de igual capacidad y descargados. Tras aislar el primer condensador se asocia a los otros dos tal como se muestra en la figura. Calcula las cargas que adquieren los tres condensadores, Q_1 , Q_2 , y Q_3 .



Problema 15

1

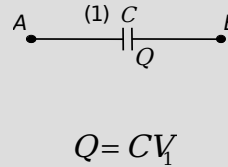


(2) C
 $Q = 0$

(3) C
 $Q = 0$

Problema 15

2



(2) C
 $Q = 0$

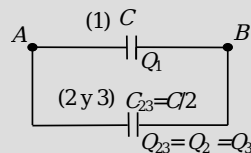
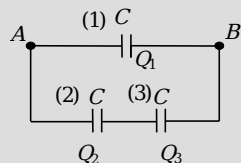
(3) C
 $Q = 0$

Problema 15

3

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{2}{C} \Rightarrow C_{23} = \frac{C}{2}$$

$$Q_2 = Q_3 = Q_{23}$$



Problema 15

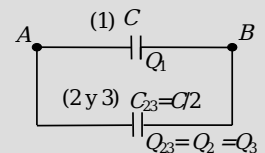
3

$$Q = Q_1 + Q_{23}$$

$$\frac{Q_1}{C} = \frac{Q_{23}}{C/2}$$

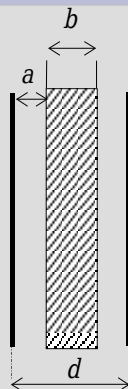
$$Q_2 = Q_3 = Q_{23} = Q/3 = \frac{1}{3} V_1 C$$

$$Q_1 = 2Q_{23} = \frac{2}{3} V_1 C$$



Problema 7

7. Una lámina de cobre de espesor b se introduce dentro de las armaduras planas de un condensador de superficie S , tal como se indica en la figura. ¿Cuál es la capacidad del condensador antes y despise de introducir la lámina?

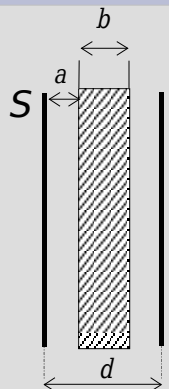


Problema 7

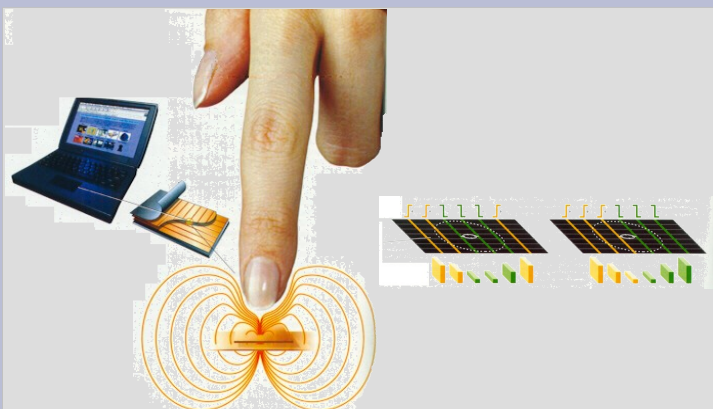
$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

$$C = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{\frac{\epsilon_0 S}{a}} + \frac{1}{\frac{\epsilon_0 S}{d-b-a}} \right)^{-1} = \frac{\epsilon_0 S}{d-b}$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{a} \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d-b-a}$$



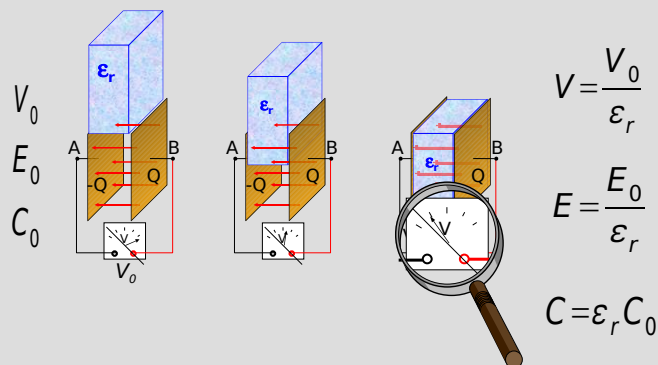
Aplicación: puntero táctil



J. Gerpheide
Investigación y Ciencia. Septiembre de 1998.

Dieléctricos

Condensador con dieléctrico



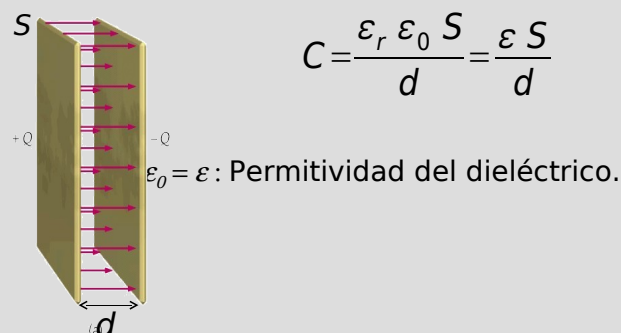
Dieléctricos

- Constante dieléctricas y resistencias a la ruptura del dieléctrico de diversos

Material	Constante Dieléctrica κ	Resistencia del Dieléctrico, kV/mm
Aceite de transformador	2,24	12
Aire	1,00059	3
Baquelita	4,9	24
Mica	5,4	10 - 100
Neopreno	6,9	12
Papel	3,7	16
Parafina	2,1 - 2,5	10
Plexigás	3,4	40
Poliestireno	2,55	24
Porcelana	7	5,7
Vidrio (Pyrex)	5,6	14

Dieléctricos

- Capacidad de un condensador plano lleno de un dieléctrico de constante ϵ_r :



Dieléctricos

- En general, las leyes de la electrostática en presencia de un dieléctrico son las mismas que hemos estudiado en el vacío, sustituyendo la constante ϵ_0 , por $\epsilon_r \epsilon_0$.

$$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_r \epsilon_0$$

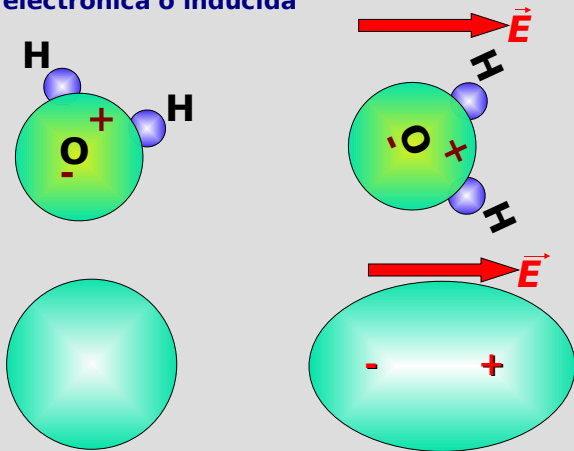
Dieléctricos

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &\rightarrow \epsilon_r \epsilon_0 \\ \vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r \rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_r \epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r \\ V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \rightarrow V = \frac{1}{4\pi\epsilon_r \epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \\ \phi &= \frac{Q_{\text{interior}}}{\epsilon_0} \rightarrow \phi = \frac{Q_{\text{interior}}}{\epsilon_r \epsilon_0} \\ &\dots \end{aligned}$$

Dieléctricos. Polarización

FFI 4.4

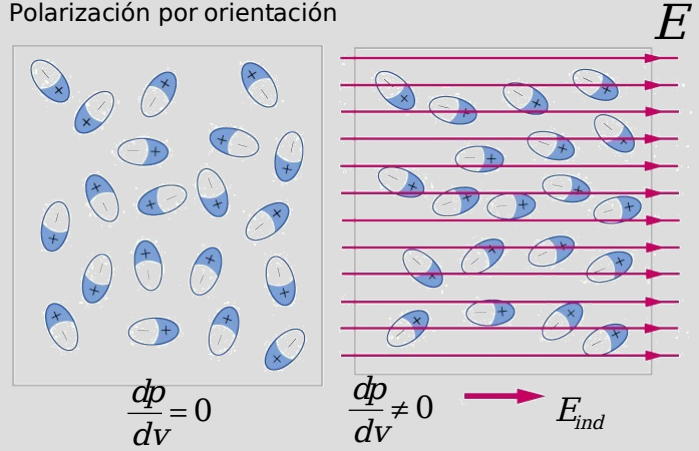
Polarización electrónica o inducida



Dieléctricos. Polarización

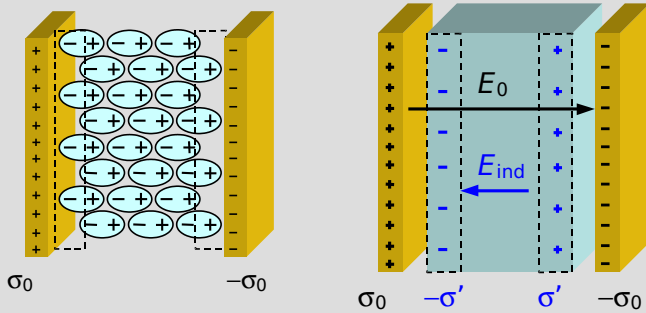
FFI 4.4

Polarización por orientación



Dieléctricos. Polarización

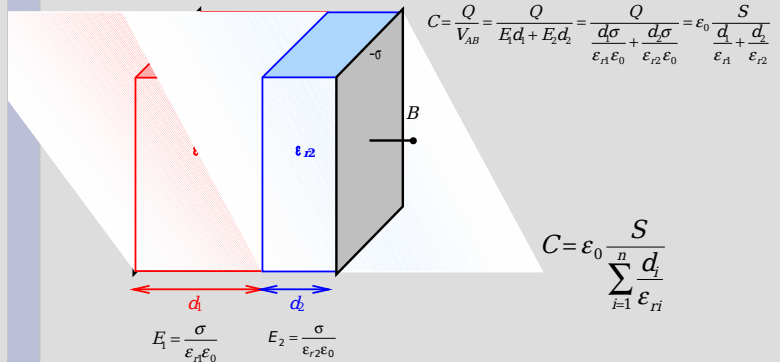
FFI 4.4



$$\sigma' = \sigma_0 \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right)$$

Dieléctricos. Polarización

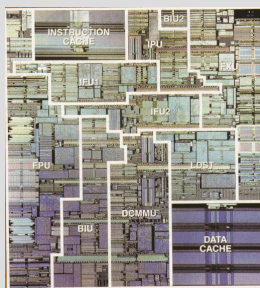
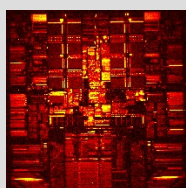
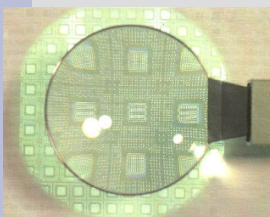
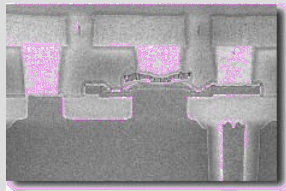
FFI 4.4



$$C = \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{Q}{E_1 d_1 + E_2 d_2} = \frac{Q}{\frac{d\sigma}{\epsilon_{r1}\epsilon_0} + \frac{d_2\sigma}{\epsilon_{r2}\epsilon_0}} = \epsilon_0 \frac{S}{\frac{d_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\epsilon_{r2}}}$$

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\epsilon_{ri}}}$$

Tema 5: Propiedades eléctricas de los materiales: semiconductores



Tema 5. Semiconductores

Objetivos:

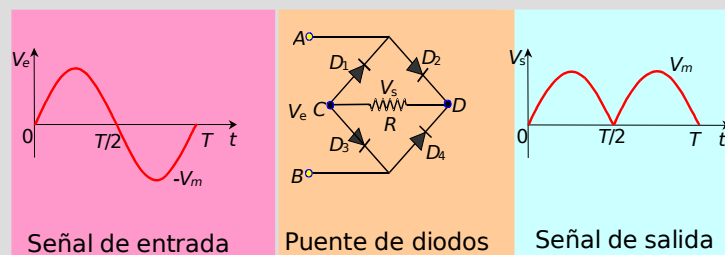
- Describir cualitativamente el comportamiento de los semiconductores.
- Justificar mediante el modelo de enlace bandas de energía las características de los semiconductores intrínsecos y extrínsecos.
- Definir portadores mayoritarios y minoritarios, impurezas donadoras y aceptoras, y sus concentraciones.
- Enunciar las leyes de acción de masas y neutralidad eléctrica y aplicarlas al cálculo de concentraciones de portadores.
- Saber cuantificar las corrientes de desplazamiento y de difusión en un semiconductor.
- Relacionar los conceptos de conductividad, movilidad y concentración de portadores.
- Distinguir entre corrientes de electrones y huecos.
- Calcular la corriente total en un semiconductor.

Tema 5. Semiconductores

- 5.1 Semiconductores. Conductividad eléctrica. Efecto Hall
- 5.2 Dopaje. Configuración electrónica de los materiales semiconductores. Conducción intrínseca y extrínseca
- 5.3 Ley de acción de masas. Ley de neutralidad eléctrica.
- 5.4 Corrientes de desplazamiento y de difusión.
- 5.5 Variación de potencial en un semiconductor con dopado no uniforme.

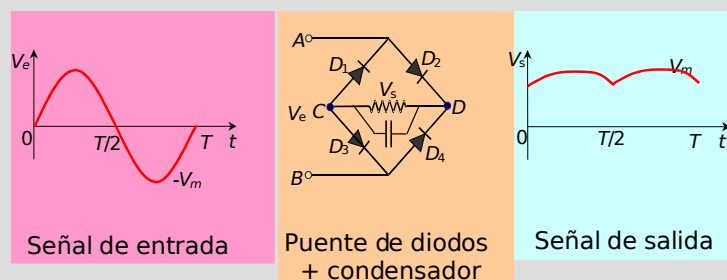
Introducción

- Rectificación de corriente alterna: puente de diodos.



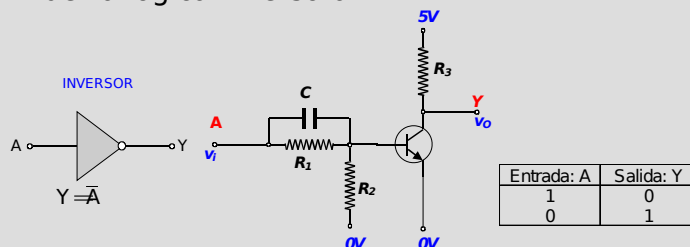
Introducción

- Rectificación de corriente alterna: puente de diodos.



Introducción

- Puerta lógica inversora:



Materiales semiconductores: Ge y Si.

GaAs (Arseniuro de Galio), GaP, InAs, InP, InGaAs, InGaAsP, GaAsP, SiC, ZnSe,...

Configuración electrónica semiconductores

FFI 5.2

Átomos
tetravalentes

Grupo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Periodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1 H											5 B	6 C	7 N		2 He		
2	3 Li	4 Be										13 Al	14 Si	15 P		10 Ne		
3	11 Na	12 Mg										31 Ga	32 Ge	33 As		18 Ar		
4	19 K	20 Ca										49 In	50 Sn	51 Sb		36 Kr		
5	37 Rb	38 Sr										63 Eu	64 Gd	65 Tb		54 Xe		
6	55 Cs	56 Ba	*									79 Au	80 Hg	81 Tl		86 Rn		
7	87 Fr	88 Ra	**									113 Nh	114 Fl	115 Mc		118 Uuo		

Si (14 e-): $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$

Ge (32 e-): $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^2$

Conductividad eléctrica

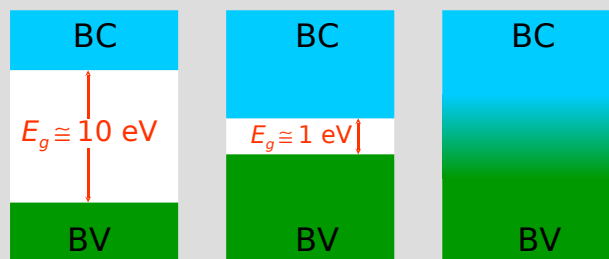
FFI 5.1

$$R = \frac{L}{\sigma S}$$

$\sigma (\Omega m)^{-1}$		
$<10^{-8}$	Aislantes	Cuarzo, plástico.
$\approx 10^{-8}$	Semiconductores puros	Silicio, Germanio.
$10^{-8} - 10^6$	Semiconductores dopados	Si y Ge dopados
$10^6 - 10^8$	Conductores	Plata, Cobre...

Configuración electrónica semiconductores

FFI 5.2

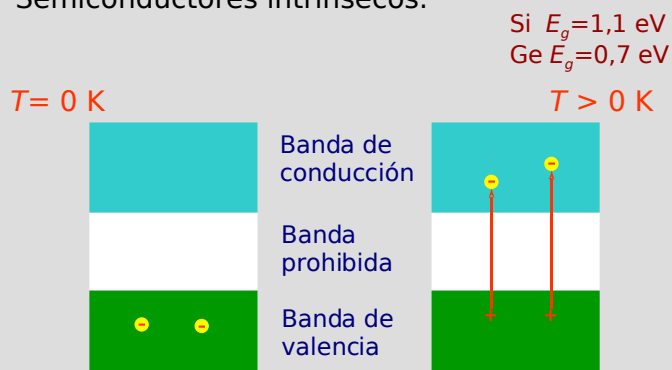


Dielectric (insulator) Semiconductor Conductor

Conducción intrínseca

FFI 5.2

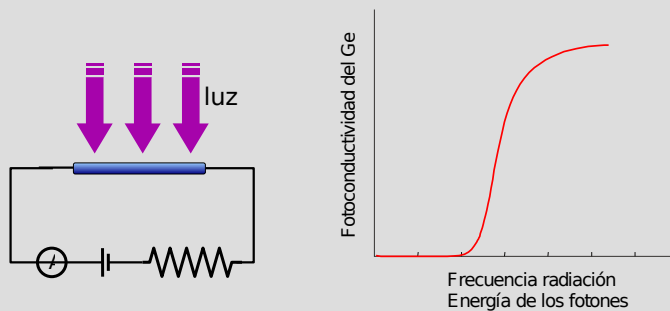
- Semiconductores intrínsecos.



Conductividad eléctrica

FFI 5.1

- Variación de la conductividad con la iluminación.

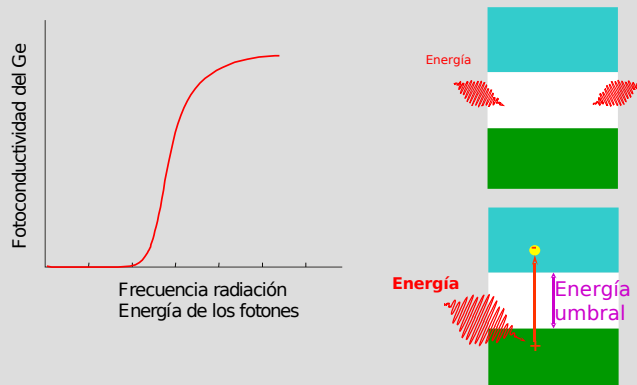


Aporte de energía

Conductividad eléctrica

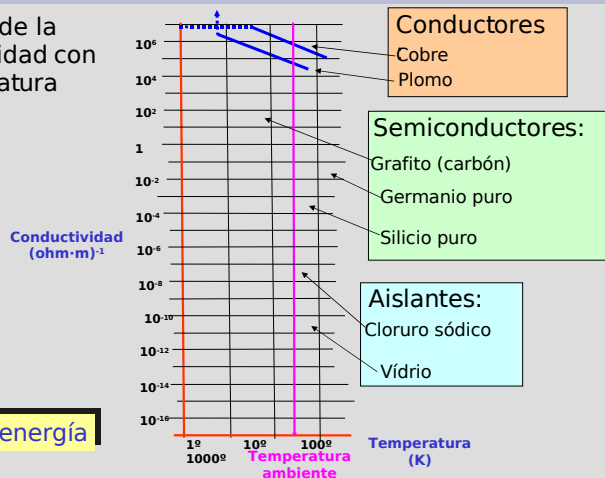
FFI 5.2

- Variación de la conductividad con la iluminación:



Conductividad eléctrica

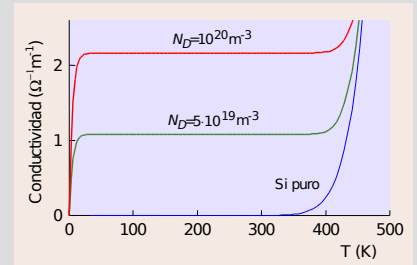
- Variación de la conductividad con la temperatura



Aporte de energía

Conductividad eléctrica

- Variación de la conductividad con la temperatura



Variación de la conductividad con la temperatura para el Si puro, y Si dopado con diferentes concentraciones de impurezas.

Aporte de energía

Dopaje

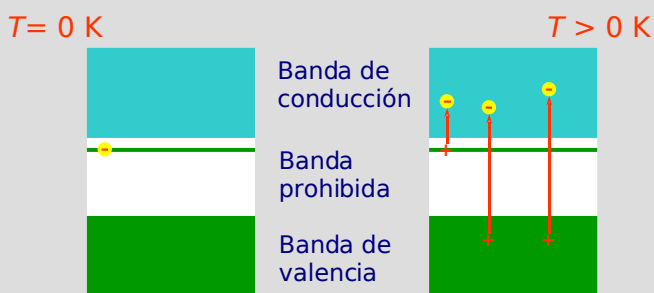
Grupo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Periodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1 H												5 B	6 C	7 N		2 He	
2	3 Li	4 Be											13 Al	14 Si	15 P		10 Ne	
3	11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P		18 Ar	
4	19 K	20 Ca		21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	36 Kr	
5	37 Rb	38 Sr		39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	36 Kr	
6	55 Cs	56 Ba	*	71 Lu	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	36 Kr	
7	87 Fr	88 Ra	**	103 Lr	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	54 Xe	
													81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	86 Rn	
													81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	86 Rn	

Dopaje

Grupo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Periodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1 H												5 B	6 C	7 N		2 He	
2	3 Li	4 Be											13 Al	14 Si	15 P		10 Ne	
3	11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P		18 Ar	
4	19 K	20 Ca		21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	36 Kr	
5	37 Rb	38 Sr		39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	36 Kr	
6	55 Cs	56 Ba	*	71 Lu	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	36 Kr	
7	87 Fr	88 Ra	**	103 Lr	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	54 Xe	
													81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	86 Rn	
													81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	86 Rn	

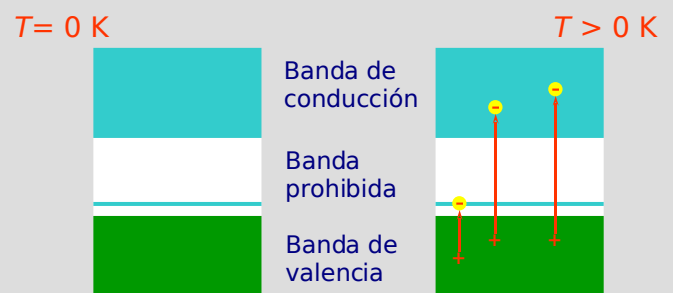
Conducción extrínseca

- Semiconductor tipo N.



Conducción extrínseca

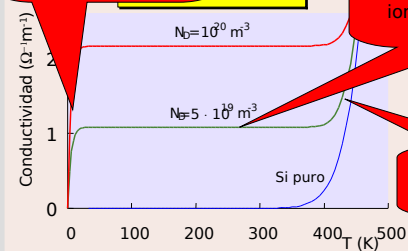
- Semiconductor tipo P.



Conducción intrínseca y extrínseca

- Variación de la conductividad con la temperatura:

A poca temperatura, las impurezas se ionizan rápidamente.

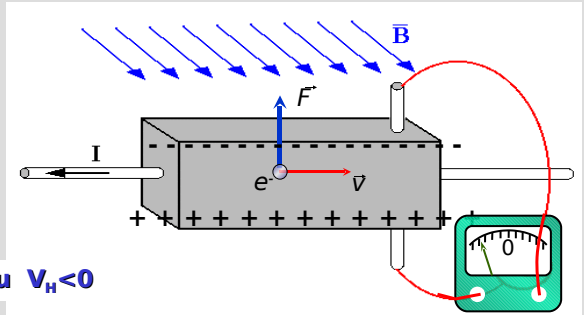


Los portadores procedentes de las impurezas, ya ionizadas, no aumentan sensiblemente.

A temperaturas altas, la conducción intrínseca se hace significativa.

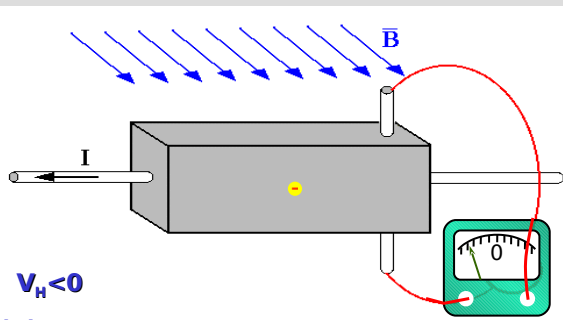
Efecto Hall

- Efecto Hall: conductor.



Efecto Hall

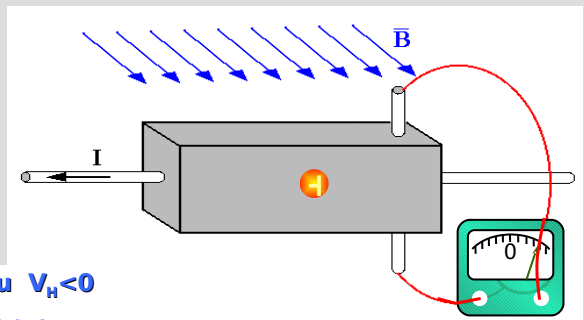
- Efecto Hall: silicio dopado con fósforo.



Cu $V_H < 0$
Si (P) $V_H < 0$
Si (Ga) $V_H > 0$

Efecto Hall

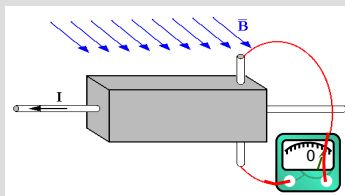
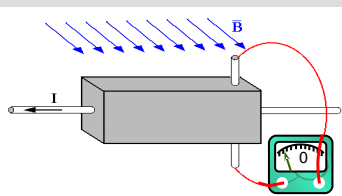
- Efecto Hall: silicio dopado con galio.



Cu $V_H < 0$
Si (P) $V_H < 0$
Si (Ga) $V_H > 0$

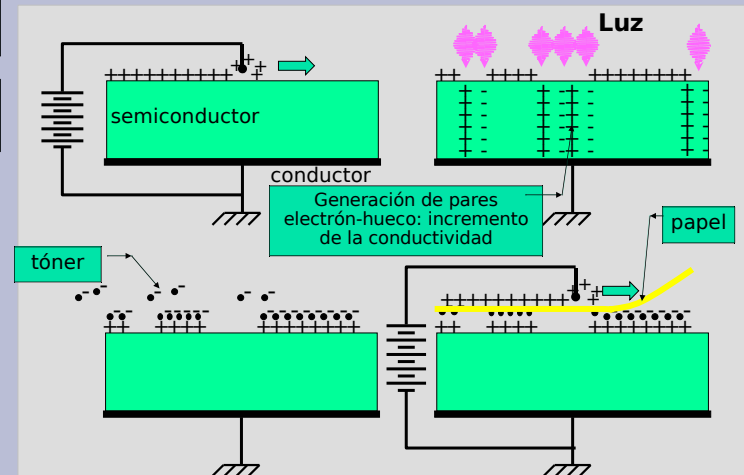
Conducción intrínseca y extrínseca

- Efecto Hall



Portadores de carga: electrones: -
Portadores de carga: Huecos: +

Fotocopiadora e impresora láser



Ley de acción de masas

Banda de conducción

E_c

Banda prohibida

E_v

Banda de valencia

$$n \cdot p = n_i^2$$

n : número de e- por unidad de volumen

p : número de huecos por unidad de volumen

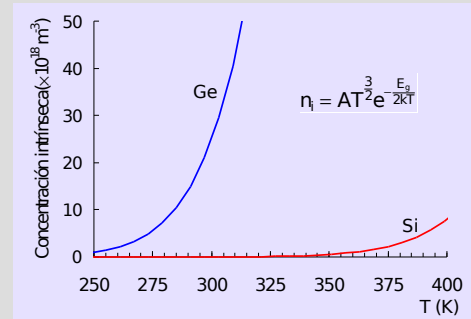
n_i : concentración intrínseca

$$n_i = AT^{3/2} e^{-E_g/2kT}$$

$$n_i(\text{Ge}; 300\text{K}) = 2,4 \cdot 10^{19} \text{ port./m}^3 \quad E_g = E_c - E_v \text{ Energía del "gap"}$$

$$n_i(\text{Si}; 300\text{K}) = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ port./m}^3 \quad k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K constante de Boltzmann}$$

Concentración intrínseca



Ley de neutralidad eléctrica

(cargas positivas) = (cargas negativas)

$$N_D + p = N_A + n$$

Ejercicio

9. Un semiconductor extrínseco tipo n está formado por silicio con un dopado de 10^{17} átomos de antimonio/ cm^3 . Teniendo en cuenta que la concentración intrínseca del silicio a 300 K es $n_i = 1,5 \cdot 10^{10}$ partículas/ cm^3 ¿Cuál es la concentración de huecos y de electrones en dicho semiconductor a 300 K?

$$n \approx 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} \approx 2,25 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}$$

Ejercicio

Halla la concentración de electrones y huecos en el germanio en las circunstancias siguientes:

- Germanio puro a 300 K ($n_i(300 \text{ K}) = 2,36 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$)
- A 300 K dopado con antimonio en una concentración de $4 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$
- A 300 K dopado con indio en una concentración de $3 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$
- Germanio puro a 500 K ($n_i(500 \text{ K}) = 2,1 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$)
- A 500 K dopado con antimonio en una concentración de $3 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$.
- A 500 K dopado con indio en una concentración de $4 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$

a) $n \cdot p = n_i^2$ b) $n \approx 4 \cdot 10^{22} \text{ electrones/m}^3$

$$n_i = 2,36 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$$

$$n = p = n_i = 2,36 \cdot 10^{19} \text{ e-h/m}^3$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} \approx 1,39 \cdot 10^{16} \text{ huecos/m}^3$$

c) $p \approx 3 \cdot 10^{22} \text{ huecos/m}^3$

$$n = \frac{n_i^2}{p} \approx 1,86 \cdot 10^{16} \text{ electrones/m}^3$$

Ejercicio

Halla la concentración de electrones y huecos en el germanio en las circunstancias siguientes:

- Germanio puro a 300 K ($n_i(300 \text{ K}) = 2,36 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$)
- A 300 K dopado con antimonio en una concentración de $4 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$
- A 300 K dopado con indio en una concentración de $3 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$
- Germanio puro a 500 K ($n_i(500 \text{ K}) = 2,1 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$)
- A 500 K dopado con antimonio en una concentración de $3 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$.
- A 500 K dopado con indio en una concentración de $4 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$

d) $n = p = n_i = 2,1 \cdot 10^{22} \text{ e-h/m}^3$

e) $N_D + p = N_A + n$
 $N_A = 0$, y $N_D = 3 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$

$$\begin{cases} p \cdot n = n_i^2 \\ n = N_D + p \end{cases}$$

$$n = 4,08 \cdot 10^{22} \text{ electrones/m}^3$$

$$p = 1,08 \cdot 10^{22} \text{ huecos/m}^3$$

f) $N_D = 0$, y $N_A = 4 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$

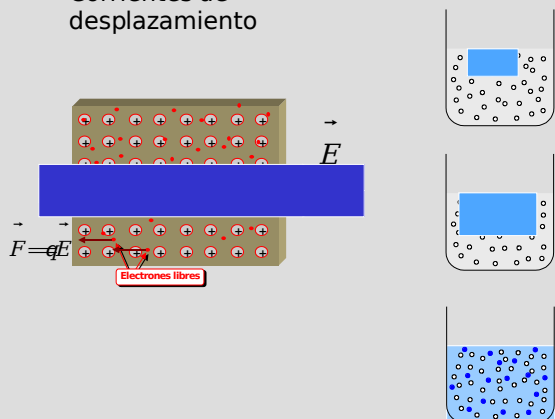
$$\begin{cases} p \cdot n = n_i^2 \\ p = N_A + n \end{cases}$$

$$p = 4,90 \cdot 10^{22} \text{ huecos/m}^3$$

$$n = 2,10 \cdot 10^{22} \text{ electrones/m}^3$$

Corrientes de desplazamiento y de difusión

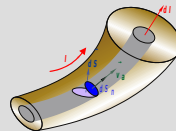
- Corrientes de desplazamiento



Corrientes de desplazamiento y de difusión

- Densidad de corriente:

Tema 2



$$\vec{j} = nq\vec{v}_d$$

- Movilidad (μ):

$$\mu = \frac{v_d}{E}$$

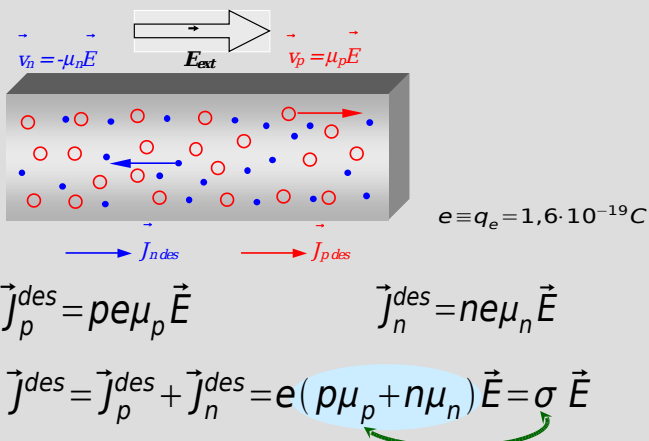
- Ley de Ohm:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \sigma = nq\mu$$

Corrientes de desplazamiento y de difusión

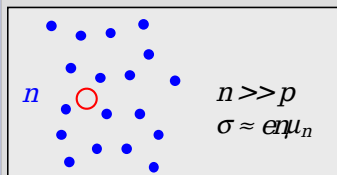
$$\begin{aligned} \vec{v}_p &= \mu_p \vec{E} & \vec{v}_n &= -\mu_n \vec{E} \\ \vec{j}_p^{des} &= pe \vec{v}_p & \vec{j}_n^{des} &= n(-e) \vec{v}_n \\ \vec{j}_p^{des} &= pe\mu_p \vec{E} & \vec{j}_n^{des} &= ne\mu_n \vec{E} \\ \vec{j}^{des} &= \vec{j}_p^{des} + \vec{j}_n^{des} = e(p\mu_p + n\mu_n) \vec{E} = \sigma \vec{E} \\ e &\equiv q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} C \end{aligned}$$

C. de desplazamiento en semiconductores



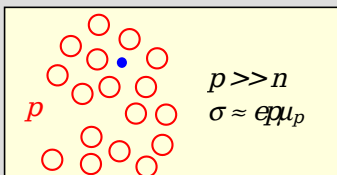
C. de desplazamiento en semiconductores

$$\vec{j}^{des} = \vec{j}_p^{des} + \vec{j}_n^{des} = e(p\mu_p + n\mu_n) \vec{E} = \sigma \vec{E}$$



$$n \gg p \\ \sigma \approx en\mu_n$$

semiconductores extrínsecos tipo n



$$p \gg n \\ \sigma \approx ep\mu_p$$

semiconductores extrínsecos tipo p

Ejercicio

Halla la resistividad del silicio en las circunstancias siguientes:

- A 300 K.
- A 300 K dopado con indio en una concentración de $5 \cdot 10^{20}$ átomos/m³
- A 500 K (n_i (500 K) = $3,7 \cdot 10^{20}$ m⁻³)
- A 500 K dopado con indio en una concentración de $5 \cdot 10^{20}$ átomos/m³

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{e(p\mu_p + n\mu_n)}$$

$$a) \quad \rho = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,5 \cdot 10^{16} \cdot (0,05 + 0,135)} = 2252 \, \Omega m$$

$$b) \quad \rho \approx 5 \cdot 10^{20} \, m^{-3} \\ \rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{e p \mu_p} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{20} \cdot 0,05} = 0,25 \, \Omega m$$

Ejercicio

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{e(p\mu_p + n\mu_n)}$$

c)

$$\rho = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,7 \cdot 10^{20} \cdot (0,05 + 0,135)} = 0,09 \, \Omega m$$

d)

$$\left. \begin{array}{l} n \cdot p = n_i^2 \\ \rho = N_A + n \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} p = 6,95 \cdot 10^{20} m^{-3} \\ n = 1,97 \cdot 10^{20} m^{-3} \end{array} \right\}$$

$$\rho = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (6,95 \cdot 10^{20} \cdot 0,05 + 1,97 \cdot 10^{20} \cdot 0,135)} = 0,1 \, \Omega m$$

Ejemplo 9-1

Un semiconductor intrínseco contiene $2 \cdot 10^{21}$ pares electrón-hueco por m^3 .
Calcula su resistividad, sabiendo que las movilidades son $\mu_n = 0,3 \, m^2/Vs$; $\mu_p = 0,09 \, m^2/Vs$

$$\sigma = q_e n_i (\mu_n + \mu_p)$$

$$\sigma = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{21} (0,3 + 0,09) = 125 \, (\Omega m)^{-1}$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = 0,008 \, \Omega m$$

Ejercicio

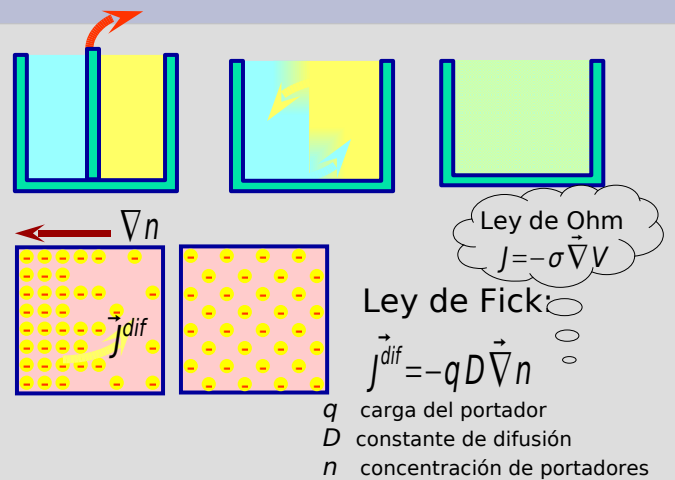
Un semiconductor intrínseco contiene 10^{20} pares electrón-hueco por m^3 .
Calcular la resistividad, sabiendo que las movilidades son $\mu_n = 0,2 \, m^2/Vs$; $\mu_p = 0,06 \, m^2/Vs$
Sol: $\rho = 0,24 \, \Omega m$

$$\sigma = e(p\mu_p + n\mu_n)$$

$$\sigma = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{20} (0,2 + 0,06) = 4,16 \, \Omega^{-1} m^{-1}$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{4,16} = 0,24 \, \Omega m$$

Procesos de difusión



Corrientes de difusión

• Huecos:

$$\vec{J}_p^{dif} = -eD_p \vec{\nabla} p$$

• Electrones:

$$\vec{J}_n^{dif} = eD_n \vec{\nabla} n$$

$$[D] = L^2 T^{-1}$$

$$e = q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$$

Corrientes de difusión

• Huecos: $\vec{J}_p^{dif} = -eD_p \vec{\nabla} p$

• Electrones: $\vec{J}_n^{dif} = eD_n \vec{\nabla} n$

• Relaciones de Einstein:

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{D_n}{\mu_n} = V_T$$

V_T : Potencial equivalente de temperatura:

$$V_T = \frac{kT}{e}$$

$$V_T(300 \, K) = 25,85 \, mV$$

Densidad de corriente total

- Desplazamiento:

$$\vec{J}_p^{des} = p e \mu_p \vec{E} \quad \vec{J}_n^{des} = n e \mu_n \vec{E}$$

- Difusión:

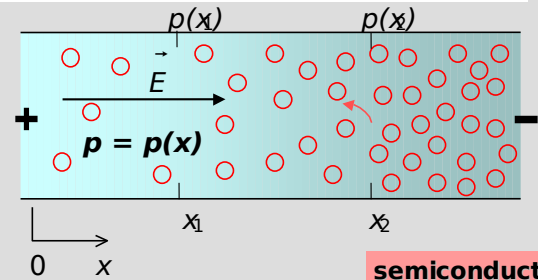
$$\vec{J}_p^{dif} = -e D_p \vec{\nabla} p \quad \vec{J}_n^{dif} = e D_n \vec{\nabla} n$$

- Densidad de corriente total:

$$\vec{J} = e(p\mu_p + n\mu_n)\vec{E} - eD_p\vec{\nabla} p + eD_n\vec{\nabla} n$$

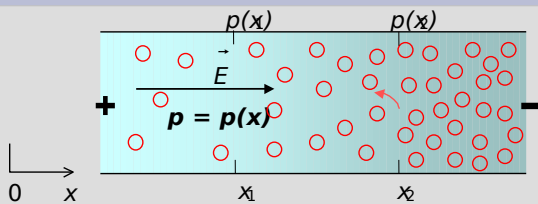
Dopado no uniforme

Los diodos y transistores son cristales de semiconductor en que el dopado no es uniforme, con zonas tipo "p" y zonas tipo "n".



semiconductor tipo "p"
 $N_A = N_A(x), p = p(x)$

Dopado no uniforme



Régimen estacionario

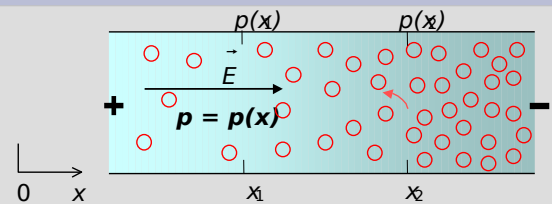
Densidad de corriente de electrones y huecos nula

$$J_p = p\mu_p e E_x - eD_p \frac{dp}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \exists \vec{E} \neq 0$$

$$E_x = \frac{D_p}{p\mu_p} \frac{dp}{dx} = -\frac{dV}{dx}$$

$$V_2 - V_1 = V_T \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Dopado no uniforme



$$p_1 = 10^{16} \text{ huecos/m}^3$$

$$p_2 = 10^{22} \text{ huecos/m}^3$$

$$T = 300 \text{ K } (27^\circ \text{C})$$

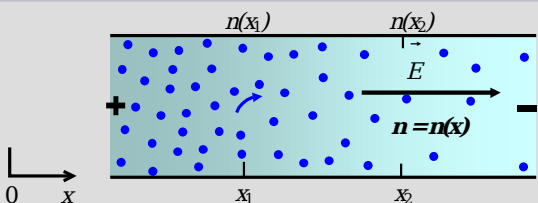
$$k = 1,4 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$V_2 - V_1 = V_T \ln \frac{p_1}{p_2} = -0,36 \text{ V}$$

$$V_T = \frac{kT}{e} = 25,85 \text{ mV}$$

Dopado no uniforme



Régimen estacionario

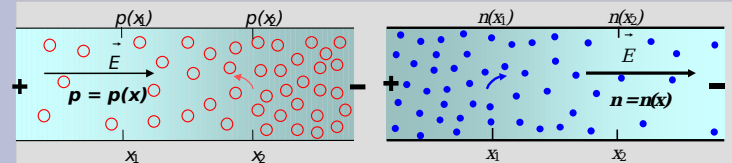
Densidad de corriente de electrones y huecos nula

$$J_n = n\mu_n e E_x + eD_n \frac{dn}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \exists \vec{E} \neq 0$$

$$E_x = -\frac{D_n}{n\mu_n} \frac{dn}{dx} = -\frac{dV}{dx}$$

$$V_2 - V_1 = -V_T \ln \frac{n_1}{n_2}$$

Dopado no uniforme



$$V_2 - V_1 = V_T \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$V_2 - V_1 = -V_T \ln \frac{n_1}{n_2}$$

$$p_1 = p_2 e^{(V_2 - V_1)/V_T}$$

$$n_1 = n_2 e^{-(V_2 - V_1)/V_T}$$

$$n_1 p_1 = n_2 p_2$$

Temario

6. Diodo
7. El transistor
8. Magnetismo
9. Inducción electromagnética
10. Circuitos de corriente alterna
11. Ondas electromagnéticas
12. Aplicaciones ópticas

Trabajos

Diodo

1. Diodo Zener
2. Diodo LED
3. Fotodiodo
4. Diodo túnel
5. Diodo Schottky

El transistor

6. El JFET, fundamentos y aplicaciones
7. El MOSFET, fundamentos
8. El MOSFET, aplicaciones: circuitos lógicos, memorias, CCDs, TFTs, ...

Grupos 2-4 alumnos
jogomez@fis.upv.es

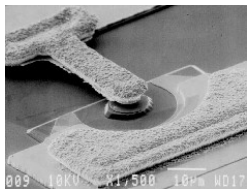
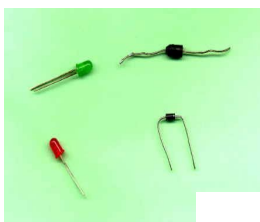
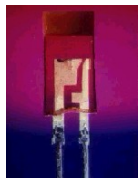
Presentación: 31 de marzo

Revisión: 30 de abril

30 % nota segundo parcial

Materia examen: 2 preguntas

Tema 6: El diodo



Tema 6. El diodo

Objetivos:

- Comprender cualitativamente los fundamentos físicos de la unión $p-n$ en equilibrio y polarizada.
- Conocer la curva característica $I-V$ de los diodos.
- Saber utilizar las distintas aproximaciones del diodo para resolver circuitos con diodos.
- Conocer algunos diodos especiales: Zener, LED y Schottky.

Tema 6. El diodo

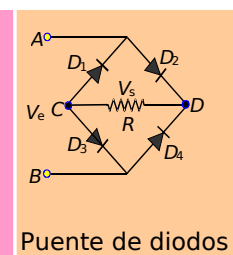
- 6.1 La unión $p-n$ en equilibrio.
- 6.2 Polarización del diodo.
- 6.3 Curva característica del diodo.
- 6.4 Diodos especiales: Zener, Schottky, LED.
- 6.5 Aplicaciones: limitador de tensión, rectificador, puertas lógicas.

Introducción

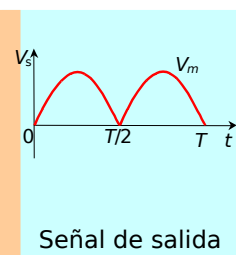
- Rectificación de corriente alterna: puente de diodos.



Señal de entrada



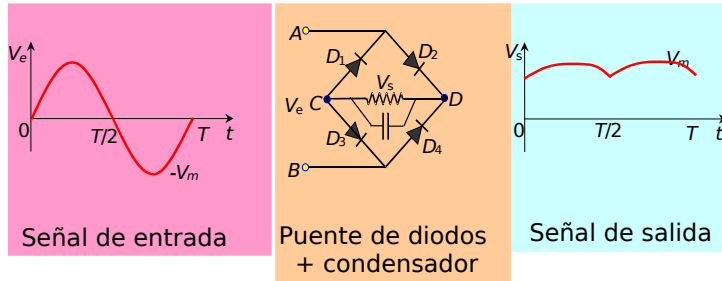
Puente de diodos



Señal de salida

Introducción

- Rectificación de corriente alterna: puente de diodos.



Introducción: corriente

- Desplazamiento:

$$\vec{j}_p^{des} = p e \mu_p \vec{E} \quad \vec{j}_n^{des} = n e \mu_n \vec{E}$$

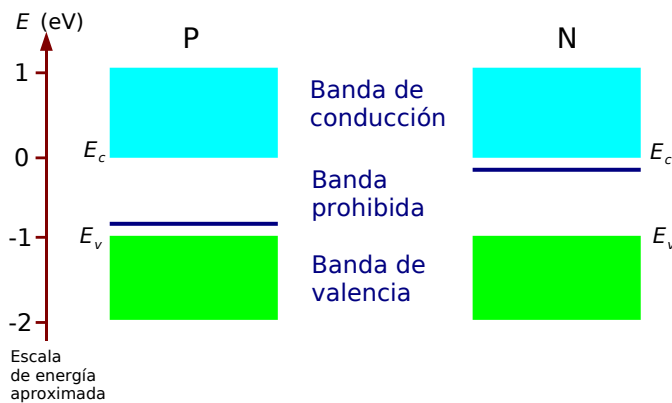
- Difusión:

$$\vec{j}_p^{dif} = -e D_p \vec{\nabla} p \quad \vec{j}_n^{dif} = e D_n \vec{\nabla} n$$

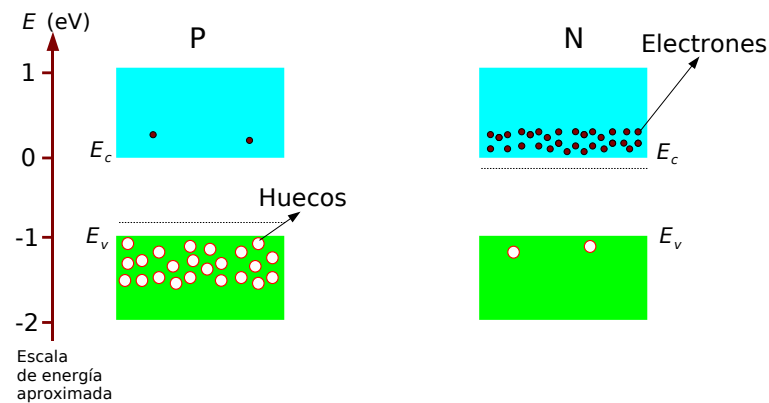
- Densidad de corriente total:

$$\vec{j} = e(p \mu_p + n \mu_n) \vec{E} - e D_p \vec{\nabla} p + e D_n \vec{\nabla} n$$

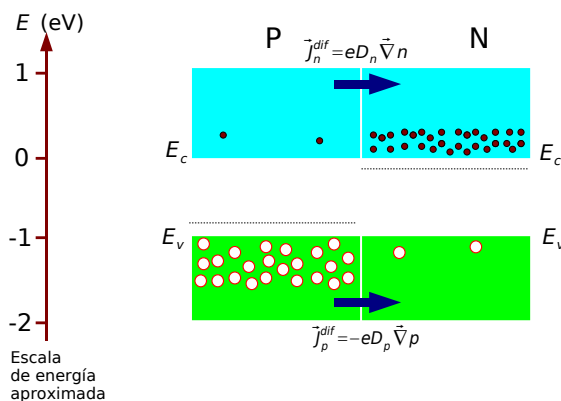
La unión p-n en equilibrio



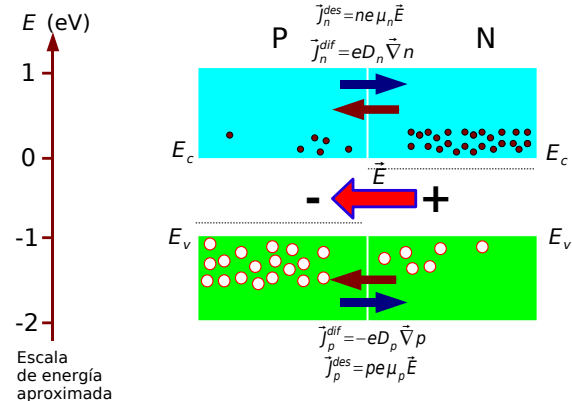
La unión p-n en equilibrio



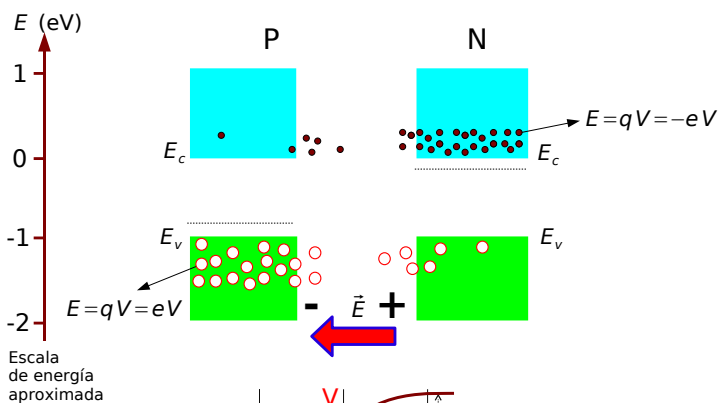
La unión p-n en equilibrio



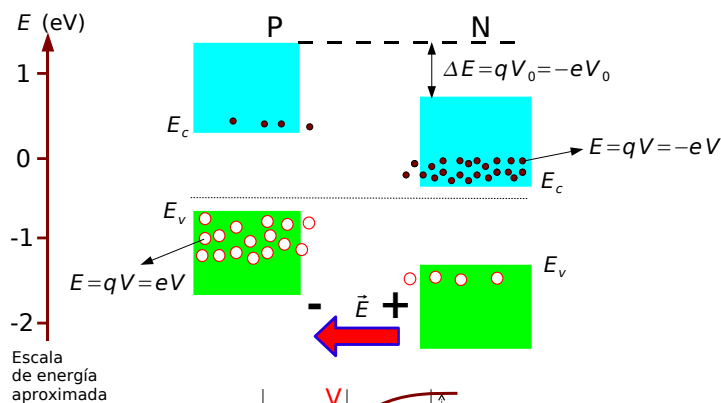
La unión p-n en equilibrio



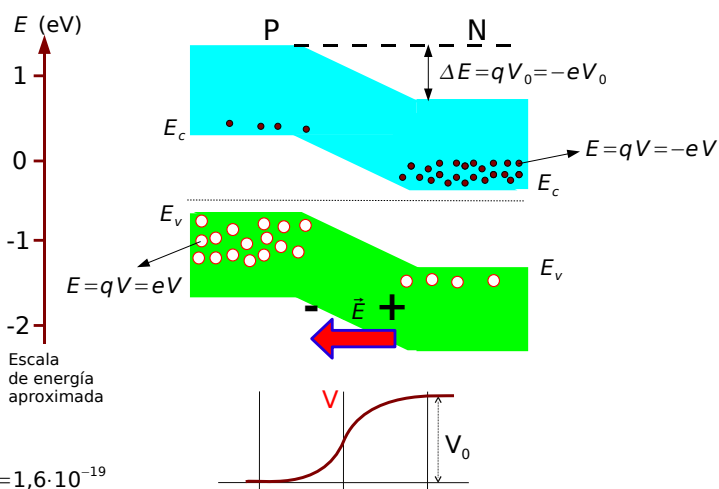
La unión p-n en equilibrio



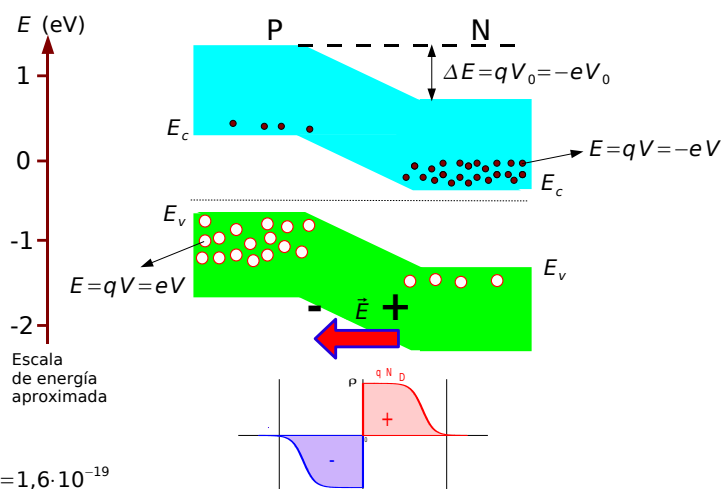
La unión p-n en equilibrio



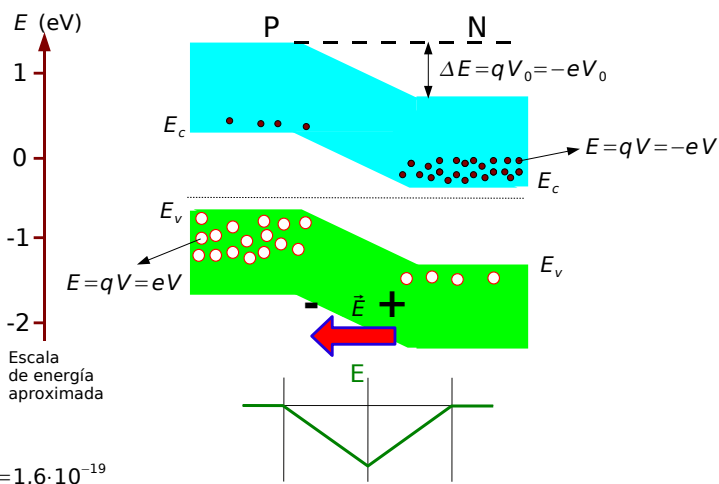
La unión p-n en equilibrio



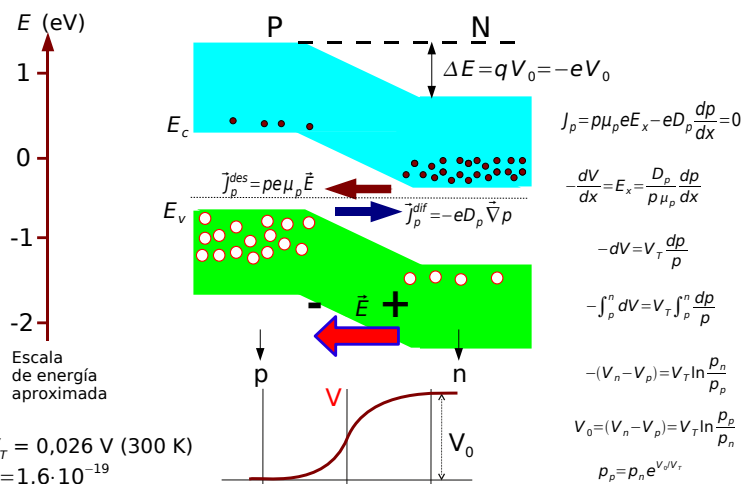
La unión p-n en equilibrio



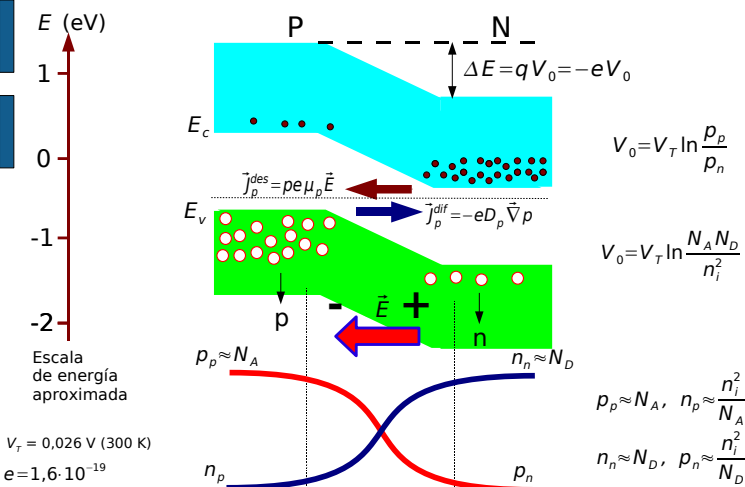
La unión p-n en equilibrio



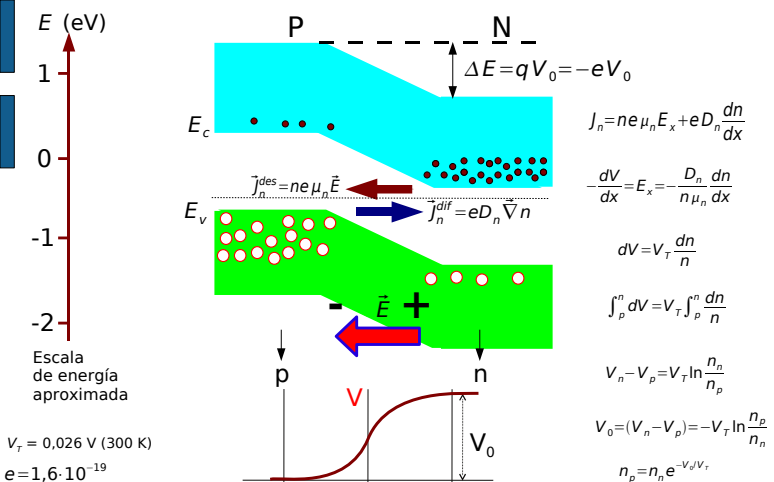
La unión p-n en equilibrio



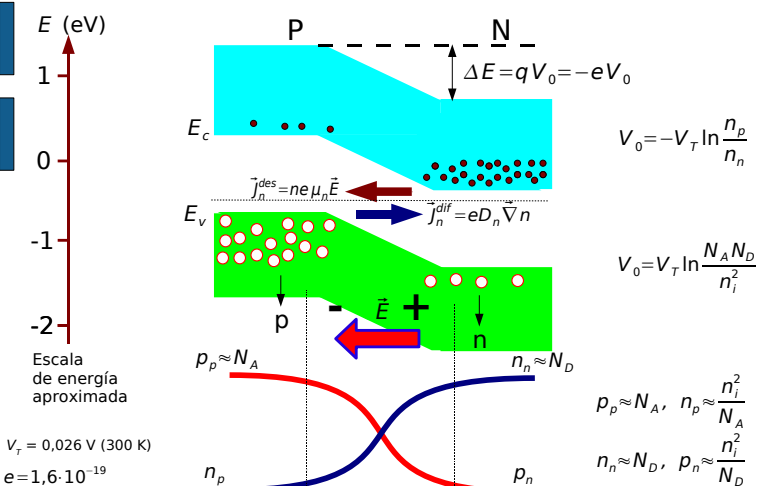
La unión p-n en equilibrio



La unión p-n en equilibrio



La unión p-n en equilibrio

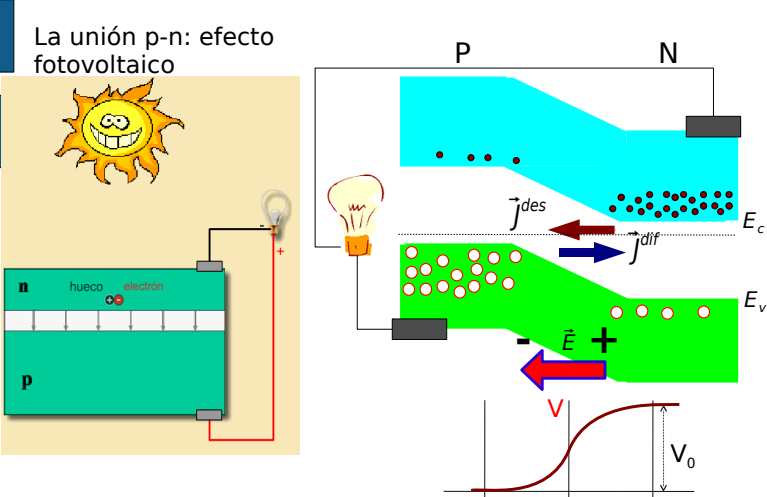


Ejemplo 10-1

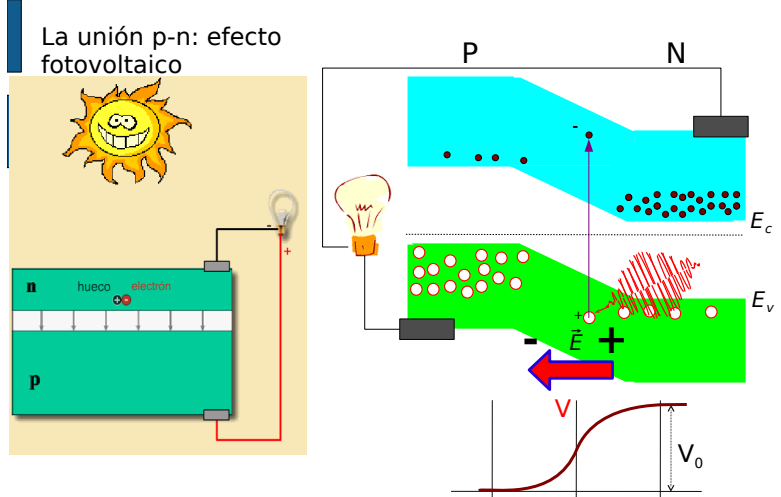
Calcula la diferencia de potencial en la unión pn de un diodo de germanio, dopado con antimonio en una concentración de $4 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ en su zona n , y con indio en una concentración de $3 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ en su zona p , a 300 K.

$$V_0 = V_n - V_p = V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0,026 \cdot \ln \frac{3 \cdot 10^{22} \cdot 4 \cdot 10^{22}}{(2,36 \cdot 10^{19})^2} = 0,379 \text{ V}$$

La unión p-n en equilibrio

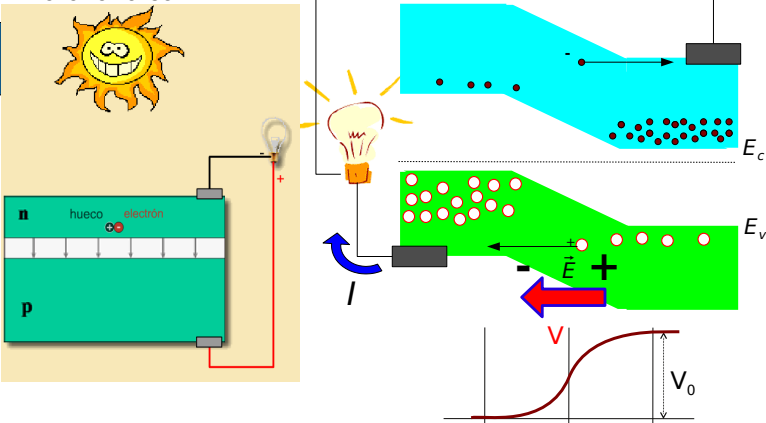


La unión p-n en equilibrio

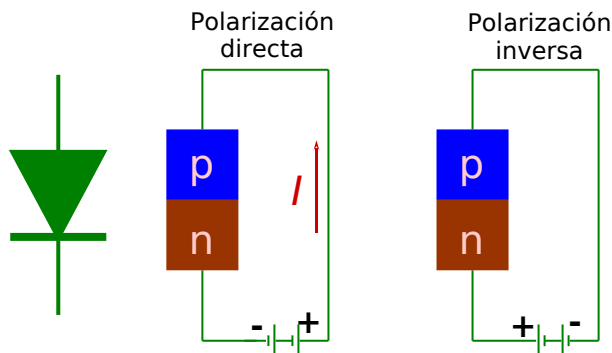


La unión p-n en equilibrio

La unión p-n: efecto fotovoltaico

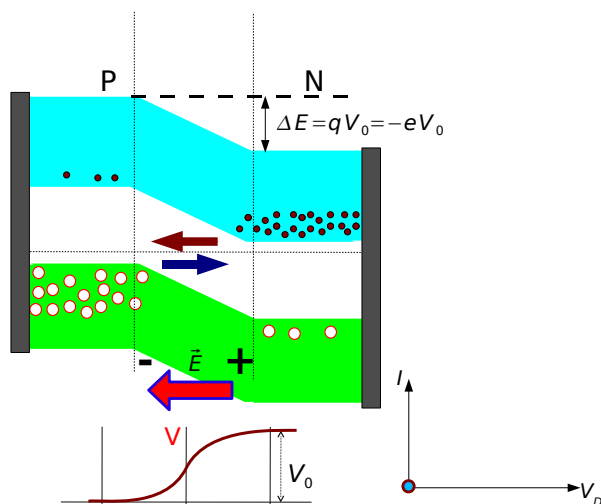


Polarización del diodo

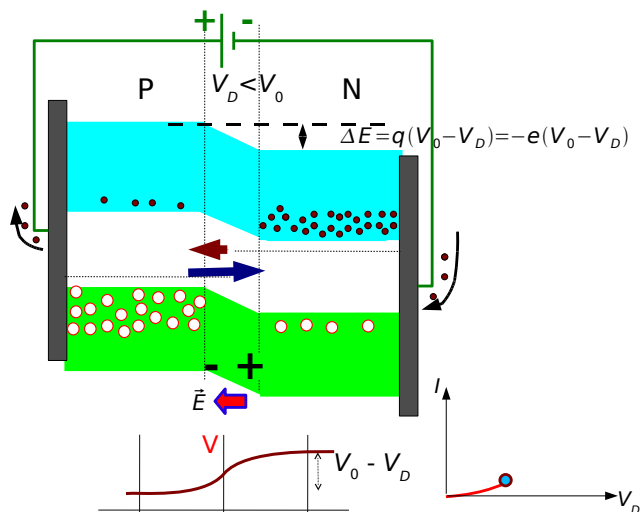


Polarización directa

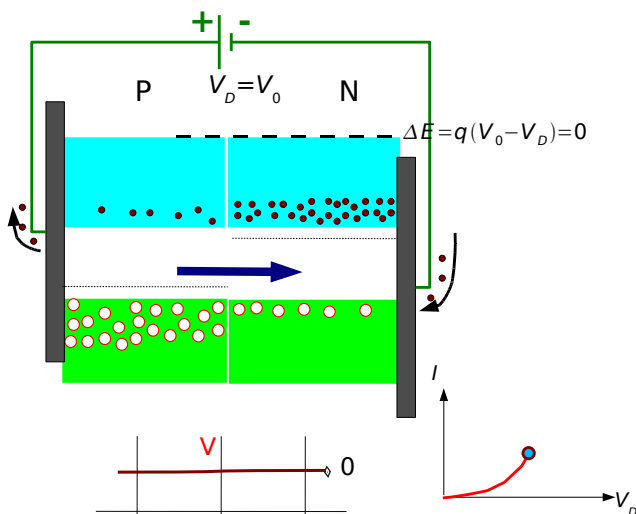
Equilibrio:



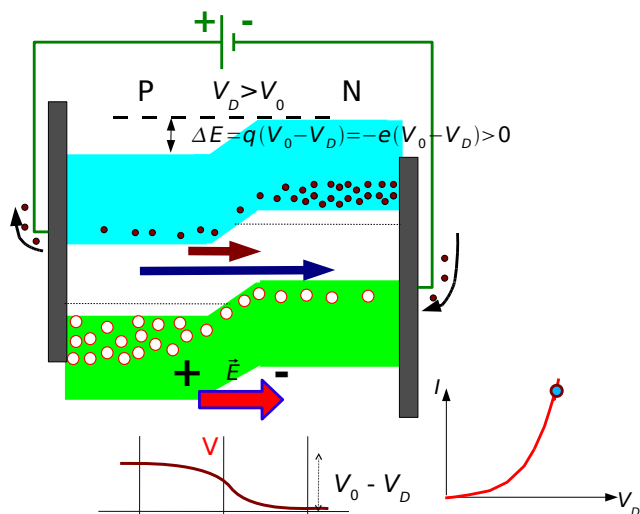
Polarización directa



Polarización directa

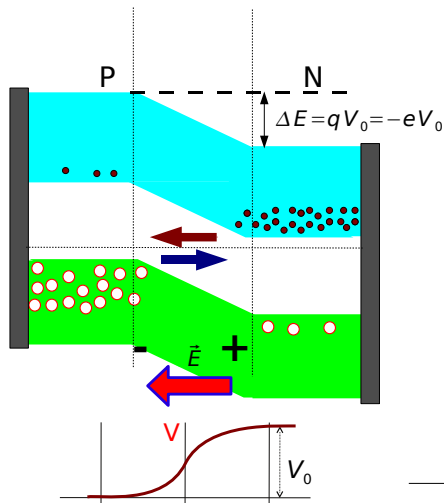


Polarización directa



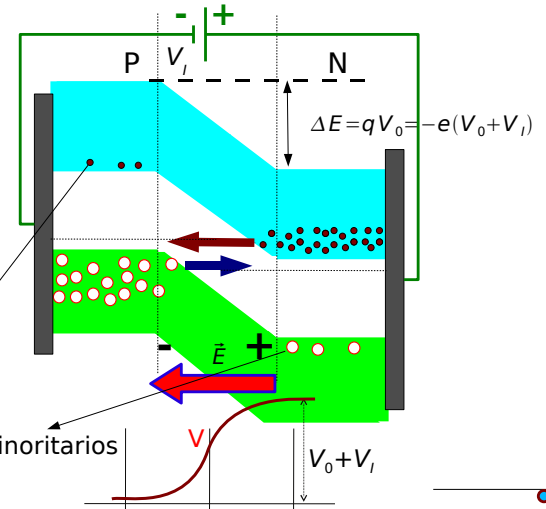
Polarización inversa

Equilibrio:



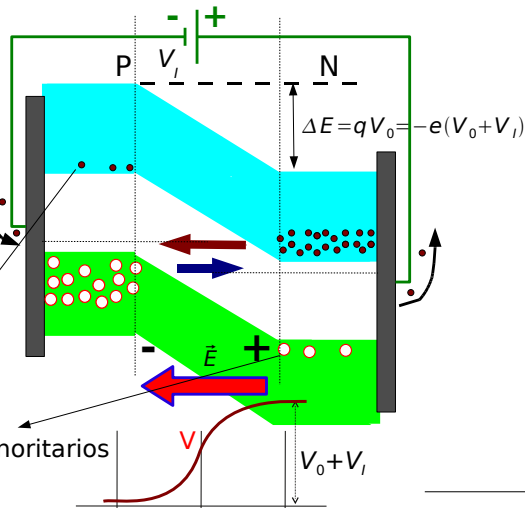
Polarización inversa

Portadores minoritarios



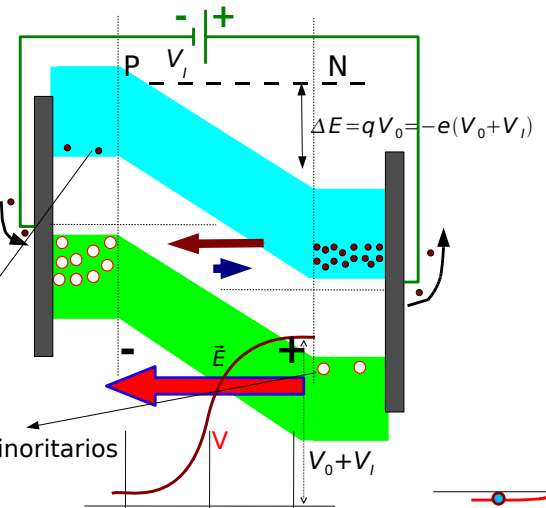
Polarización inversa

Portadores minoritarios



Polarización inversa

Portadores minoritarios

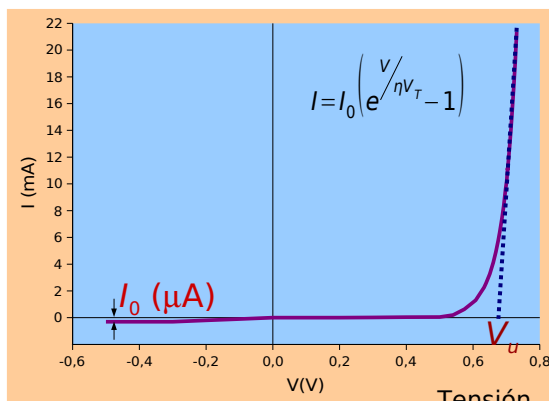
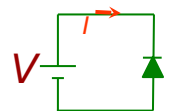


Curva característica del diodo

• Polarización directa:



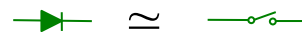
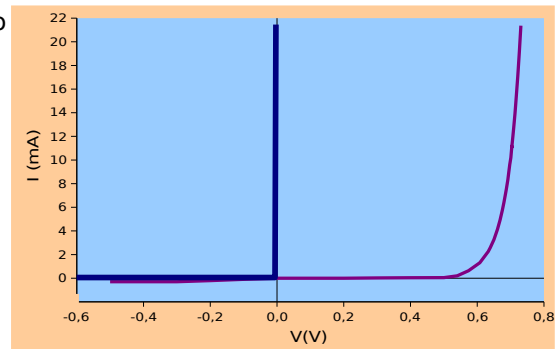
• Polarización inversa:



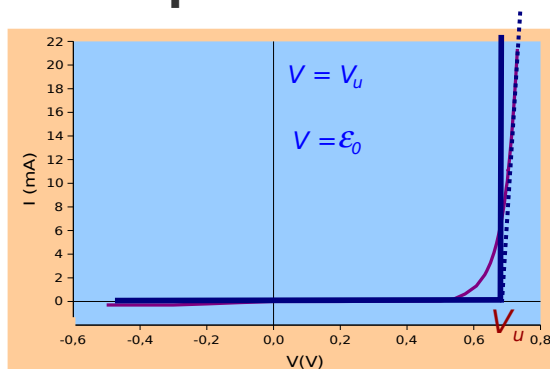
I_0 corriente máxima en polarización inversa (μA)

Tensión umbral

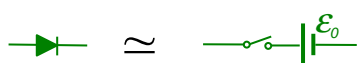
diodo ideal



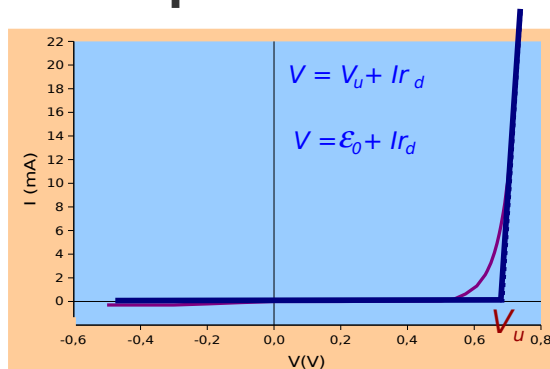
Diodo rectificador: 2ª aproximación



Tensión umbral



Diodo rectificador: 3ª aproximación

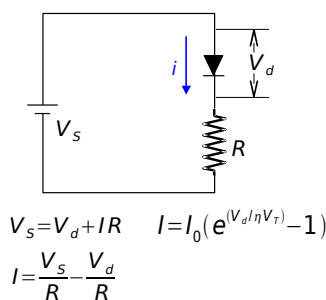
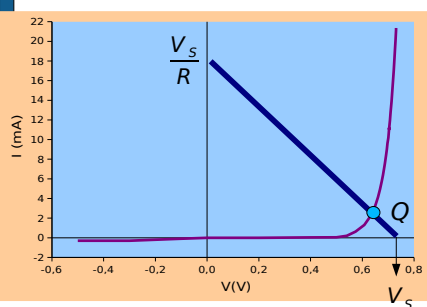


Tensión umbral

Aproximación lineal



Recta de carga Punto de trabajo Q



$$V_s = V_d + IR$$

$$I = I_0 (e^{(V_d / \eta V_T)} - 1)$$

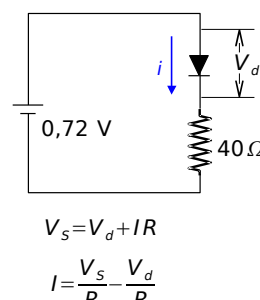
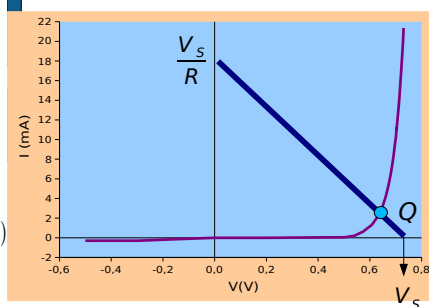
$$I = \frac{V_s}{R} - \frac{V_d}{R}$$

Puntos de corte con los ejes:

$$V_d = 0 \Rightarrow I = \frac{V_s}{R}$$

$$I = 0 \Rightarrow V_d = V_s$$

Recta de carga Punto de trabajo Q



$$V_s = V_d + IR$$

$$I = \frac{V_s}{R} - \frac{V_d}{R}$$

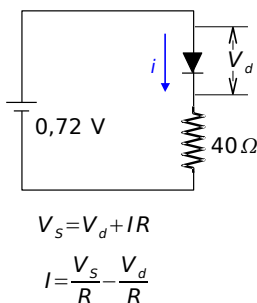
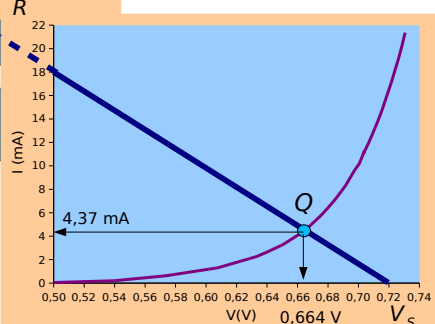
Puntos de corte con los ejes:

$$V_d = 0 \Rightarrow I = \frac{V_s}{R} = \frac{0,72}{40} = 18 \text{ mA}$$

$$I = 0 \Rightarrow V_d = V_s = 0,72 \text{ V}$$

Al punto de corte con el eje V_d se le llama "Corte" y al punto de corte con el eje I se le llama "Saturación".

Recta de carga Punto de trabajo Q



$$V_s = V_d + IR$$

$$I = \frac{V_s}{R} - \frac{V_d}{R}$$

Recta de carga:

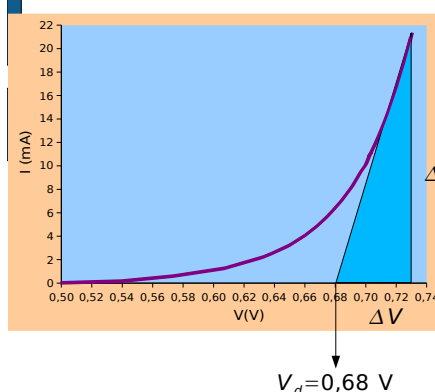
$$V_d = 0,664 \text{ V} \quad I = 4,37 \text{ mA}$$

Puntos de corte con los ejes:

$$V_d = 0 \Rightarrow I = \frac{V_s}{R} = \frac{0,72}{40} = 18 \text{ mA}$$

$$I = 0 \Rightarrow V_d = V_s = 0,72 \text{ V}$$

Parámetros del diodo



$$r = \frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{0,05 \text{ V}}{22 \text{ mA}} = 2,27 \Omega$$

$$V_d = 0,68 \text{ V}$$

Recta de carga Punto de trabajo Q

Primera aproximación:

$$V_d = 0 \quad I = \frac{0,72}{40} = 18 \text{ mA}$$

Segunda aproximación:

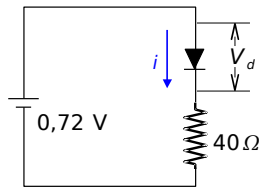
$$V_d = 0,68 \quad I = \frac{0,72 - 0,68}{40} = 1 \text{ mA}$$

Tercera aproximación:

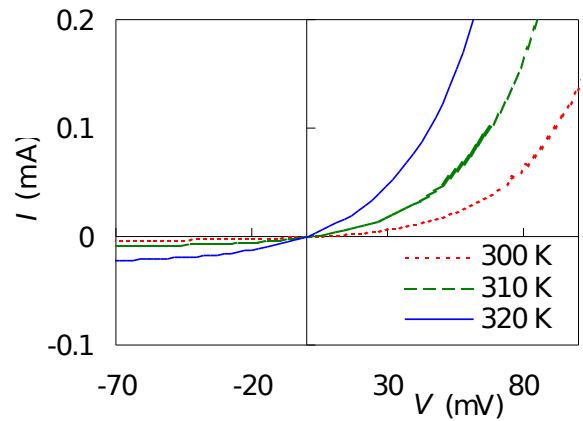
$$V_d = 0,68 \quad I = \frac{0,72 - 0,68}{40 + 2,27} = 0,95 \text{ mA}$$

Recta de carga:

$$V_d = 0,664 \text{ V} \quad I = 4,37 \text{ mA}$$



Influencia de la temperatura



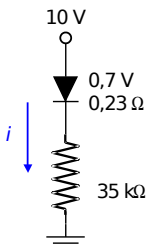
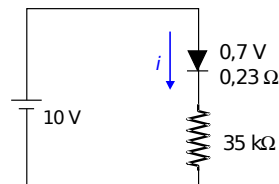
Ejemplo 10-2

Calcula la intensidad que circula por el diodo de la figura, utilizando las tres aproximaciones del diodo.

$$i = \frac{10}{35 \cdot 10^3} = 0,286 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 0,286 \text{ mA}$$

$$i = \frac{10 - 0,7}{35 \cdot 10^3} = 0,265 \text{ mA}$$

$$i = \frac{10 - 0,7}{35 \cdot 10^3 + 0,23} = 0,2657 \text{ mA}$$

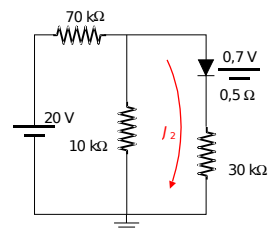
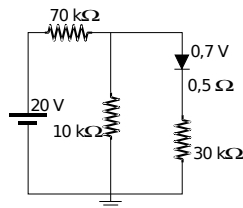


Ejemplo 10-3

Calcula la intensidad que circula por el diodo de la figura.

$$\begin{pmatrix} 20 \\ -0,7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 & -10 \\ -10 & 40,005 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 80 & 20 \\ -10 & -0,7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 80 & -10 \\ -10 & 40,005 \end{vmatrix}} = 46,4 \text{ μA}$$



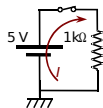
Ejercicio 4

Calcula la corriente que circula por el circuito de la figura, utilizando las tres aproximaciones para el diodo:

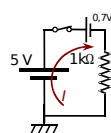
- Diodo ideal.
- Segunda aproximación.
- Tercera aproximación.

La tensión de codo del diodo es de 0,7 V, y su resistencia de 0,23 Ω.

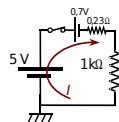
$$a) \quad I = \frac{5}{1000} = 0,005 \text{ A} = 5 \text{ mA}$$



$$b) \quad I = \frac{5 - 0,7}{1000} = 0,0043 \text{ A} = 4,3 \text{ mA}$$



$$c) \quad I = \frac{5 - 0,7}{1000 + 0,23} = 4,299 \cdot 10^{-3} = 4,299 \text{ mA}$$

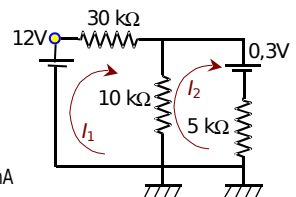
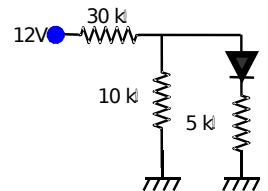


Ejercicio 7

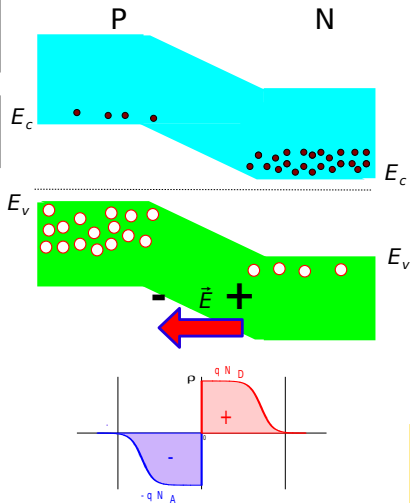
Calcula la corriente que circula por el diodo de la figura, sabiendo que se trata de un diodo de Germanio cuya tensión de codo o tensión umbral es de 0,3 V.

$$\begin{pmatrix} 12 \\ -0,3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 & -10 \\ -10 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 40 & 12 \\ -10 & -0,3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 40 & -10 \\ -10 & 15 \end{vmatrix}} = \frac{-12 + 120}{600 - 100} = \frac{108}{500} = \frac{27}{125} = 0,216 \text{ mA}$$

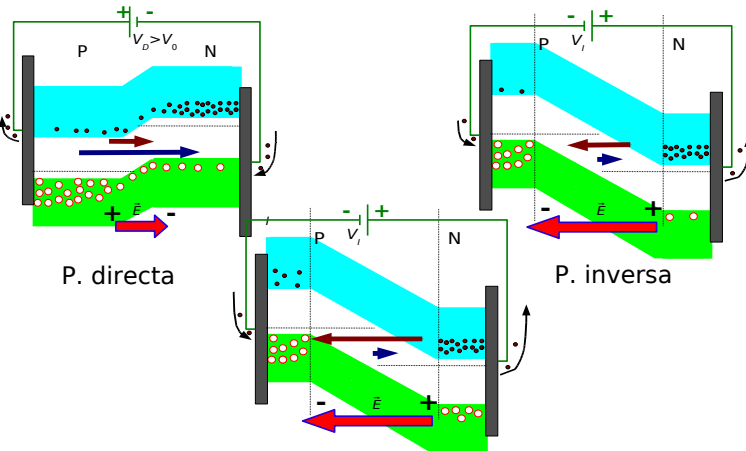


Capacidad de la unión p-n



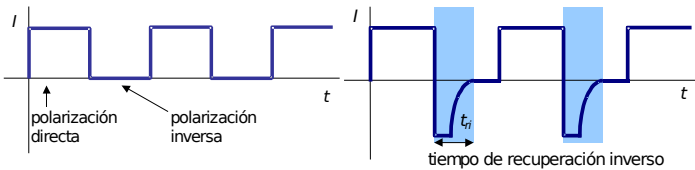
diodos varactores:
condensadores de semiconductor
con capacidad variable

Tiempo de recuperación inverso del diodo



Tiempo de recuperación inverso del diodo

$10^{-6} - 10^{-9} \text{ s}$

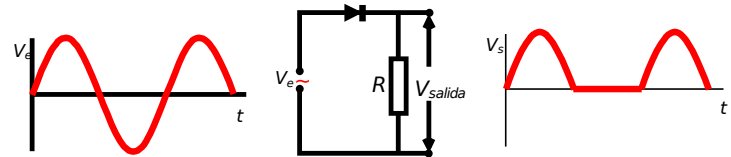


Comportamiento deseable de un diodo rectificador ante una señal alterna cuadrada; el paso de conducir a no conducir es instantáneo

comportamiento real de un diodo p-n con un tiempo de recuperación inverso del mismo orden que el periodo de oscilación de la señal

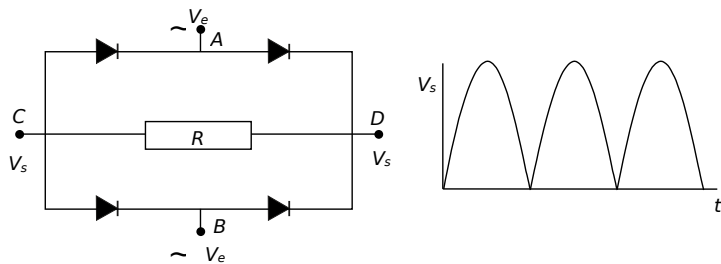
Aplicaciones del diodo

Rectificación de media onda:



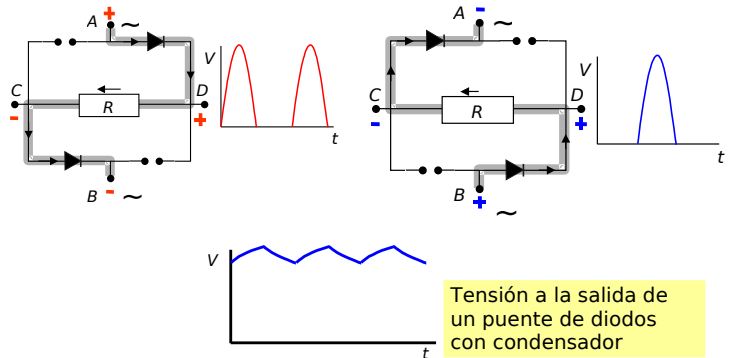
Aplicaciones del diodo

Puente de diodos: rectificación de onda completa



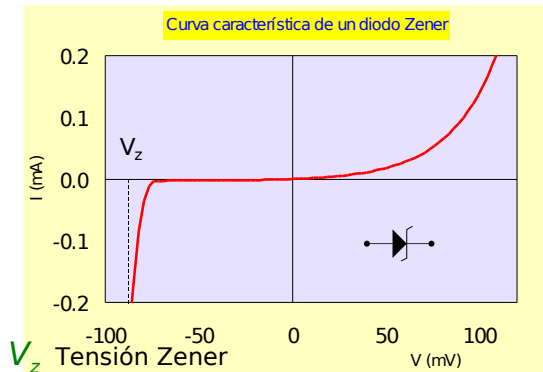
Aplicaciones del diodo

Puente de diodos: rectificación de onda completa



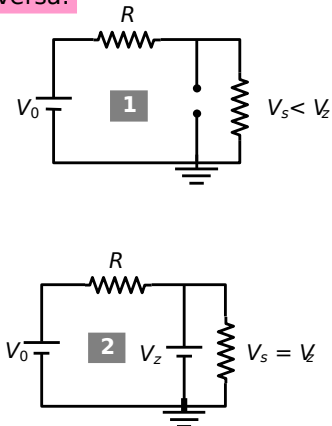
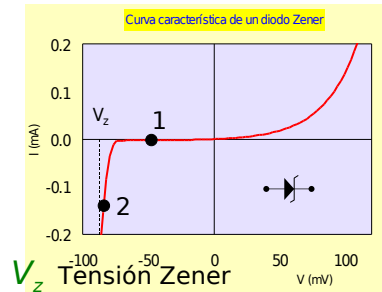
Tensión a la salida de un puente de diodos con condensador

Diodo Zener



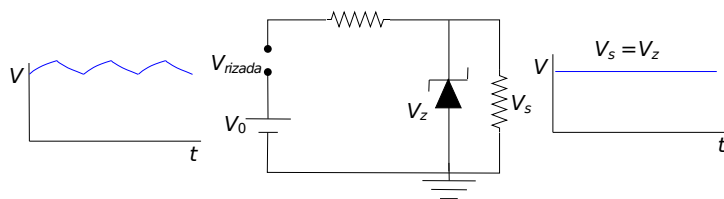
Diodo Zener

Modelización del diodo Zener en inversa:

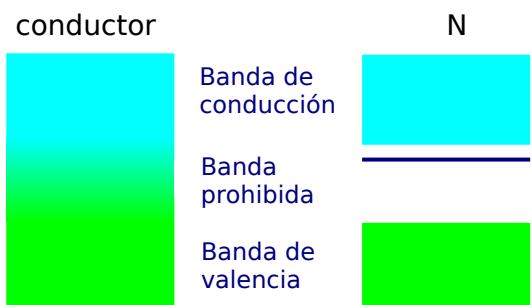


Diodo Zener

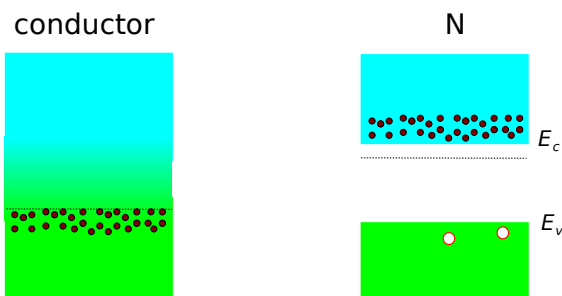
Aplicación del diodo Zener: mantener constante un valor de la tensión.



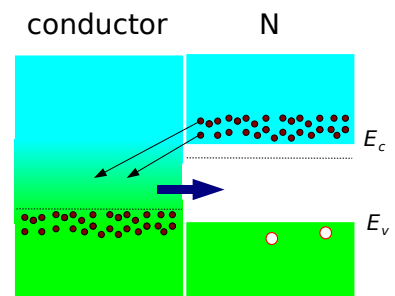
Diodo Schottky



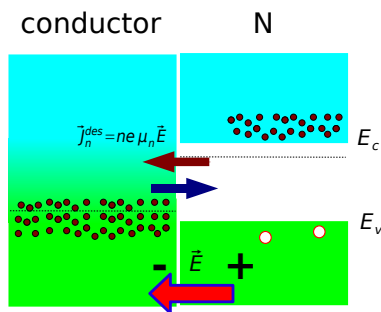
Diodo Schottky



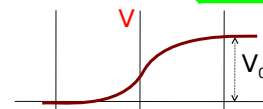
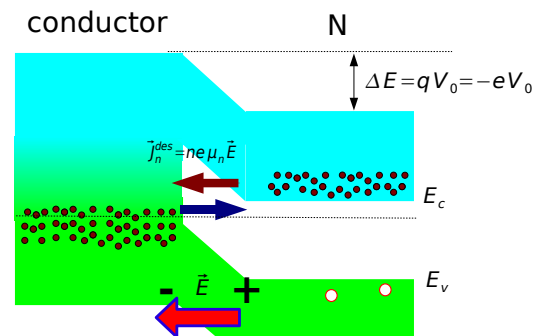
Diodo Schottky



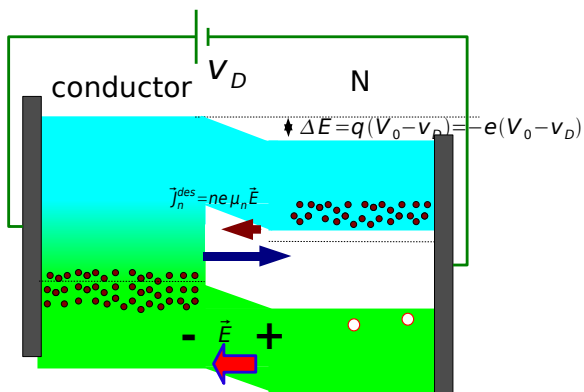
Diodo Schottky



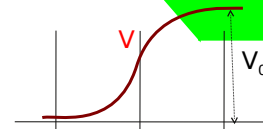
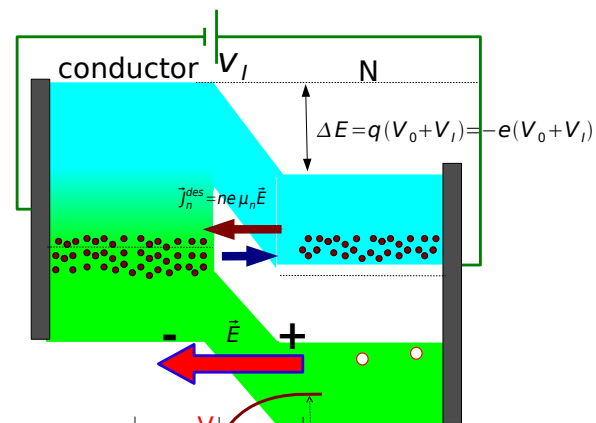
Diodo Schottky



Diodo Schottky: directa

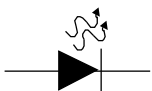


Diodo Schottky: inversa

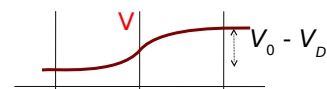
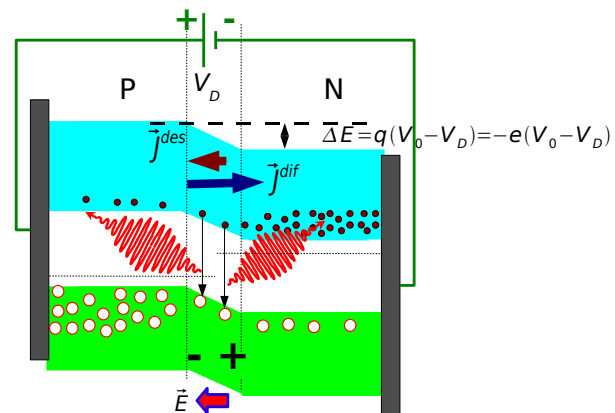


Diodo Led

LED
Light Emitting Diode



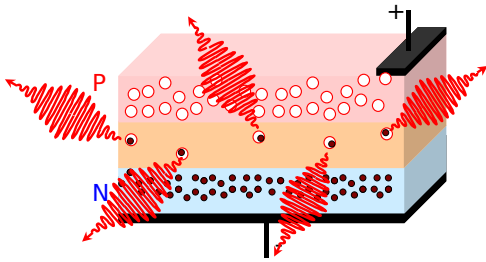
Polarización directa



Diodo Led

$$\Delta E = hf$$

$h = \text{constante de Planck}$
 $6,6 \cdot 10^{-34} \text{Js}$



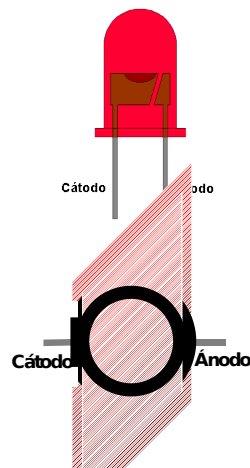
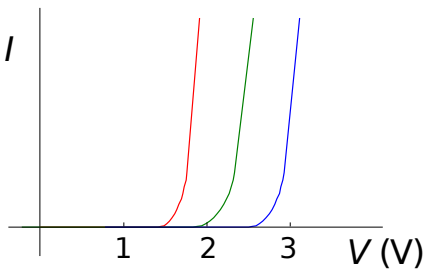
Diodo Led

Material	Dopante	Long. de onda (nm)	Color
GaAs	Zn	900	IR
GaAs	Si	900 - 1020	IR
GaP	N	570	Verde
GaP	N, N	590	Amarillo
GaP	Zn, O	700	Rojo
GaAs _{0.6} P _{0.4}	--	650	Rojo
GaAs _{0.35} P _{0.65}	N	632	Naranja
GaAs _{0.15} P _{0.85}	N	589	Amarillo
SiC	--	490	Azul
ZnSe	--	490	Azul

λ longitud de onda

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{ch}{\Delta E}$$

Diodo Led



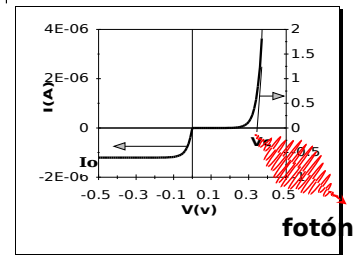
Diodo Led

diodo rectificador
diodo LED

$$2V \leq V_c \leq 3V$$

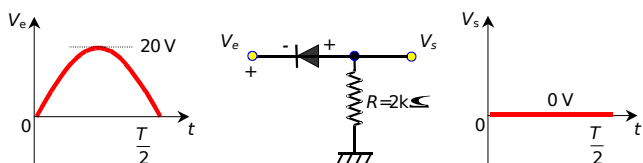
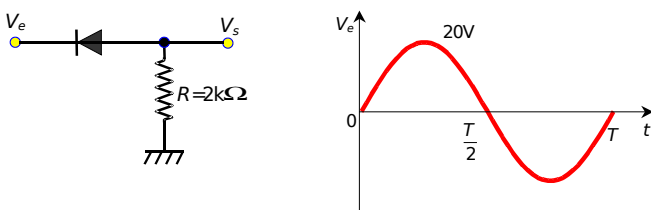
$$E_{g(\text{AsGa}+P)} \simeq 2 \text{ eV}$$

$$\Delta E = E_g e = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

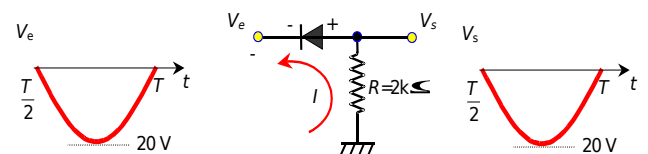
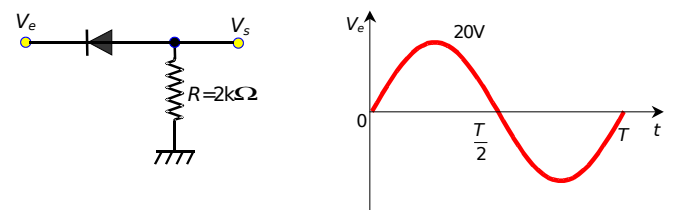


$$\lambda = \frac{ch}{\Delta E} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1} \cdot 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 619 \text{ nm}$$

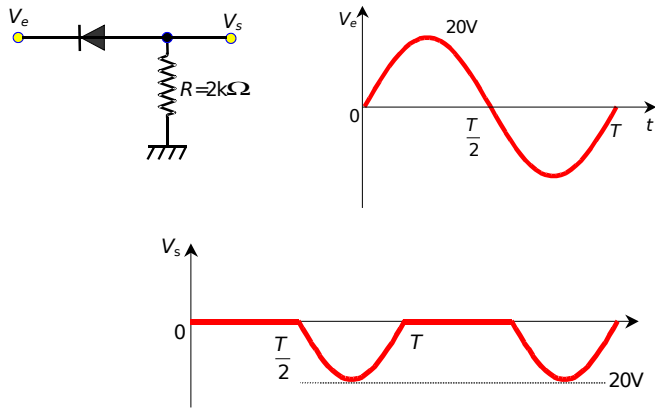
Ejercicio 12



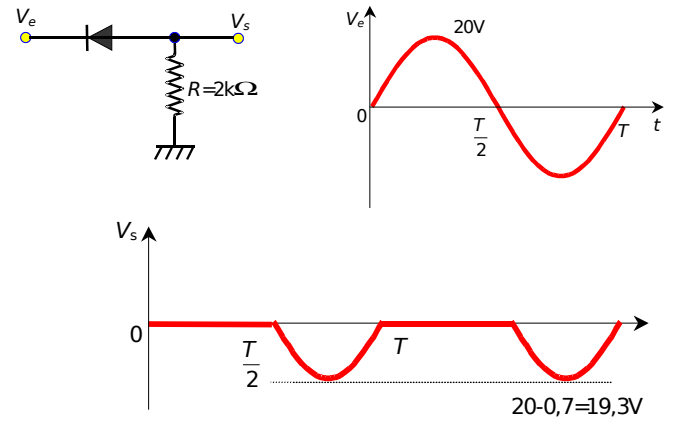
Ejercicio 12



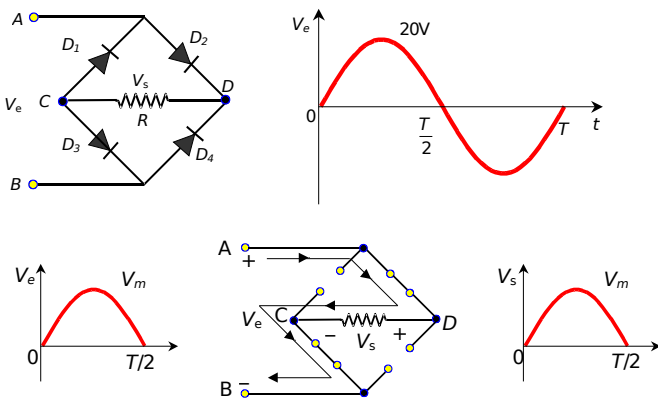
Ejercicio 12



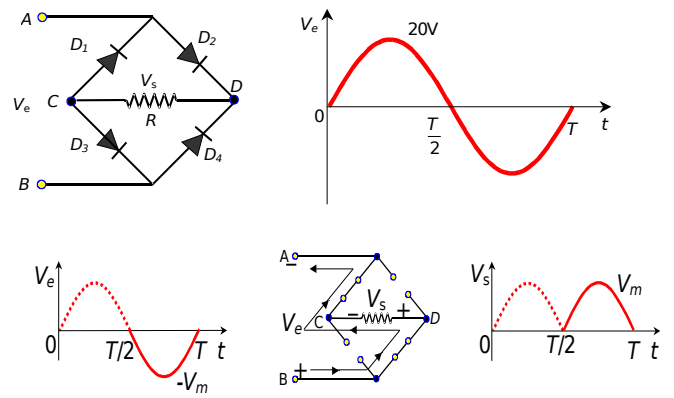
Ejercicio 12



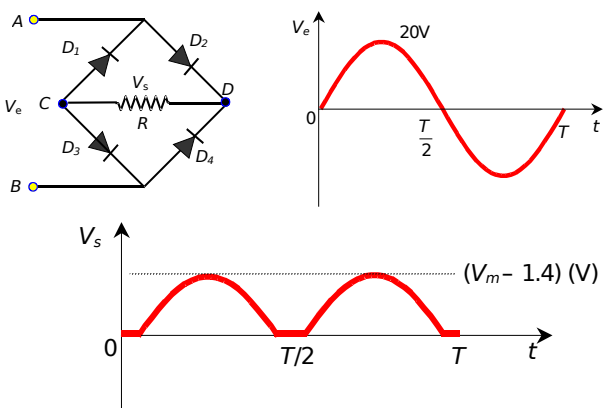
Ejercicio 14



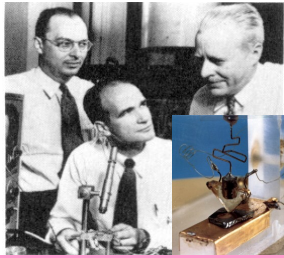
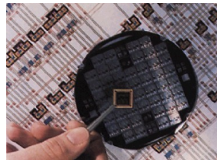
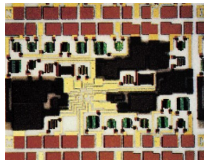
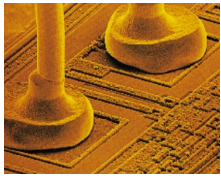
Ejercicio 14



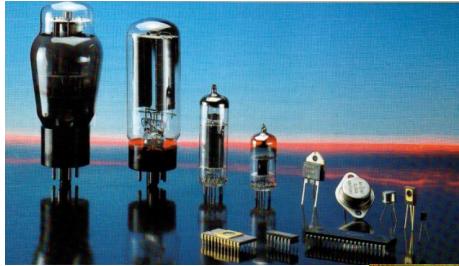
Ejercicio 14



Tema 7. El transistor



Shockley, Bardeen, Brattain (1948)
Nobel 1956



Tema 7. El Transistor

7.1 El transistor bipolar de unión (BJT).

El transistor de unión como amplificador.

7.2 Transistores de efecto campo.

Transistores de efecto campo de unión (JFET).

Transistores de efecto campo metal-óxido-semiconductor (MOS-FET).

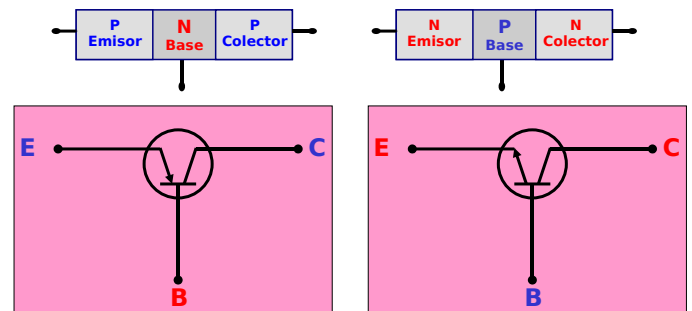
Tema 7. El transistor

Objetivos:

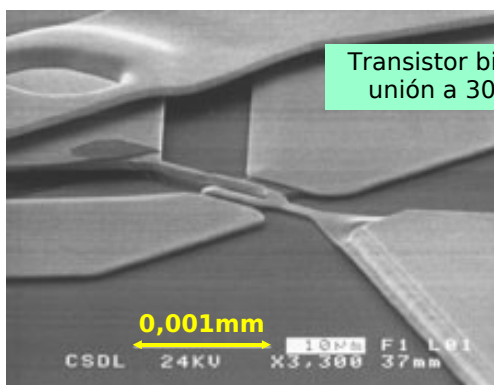
- Entender cualitativamente el funcionamiento de los transistores de unión y de efecto campo.
- Conocer algunas aplicaciones de transistores.

El transistor bipolar de unión

Transistor bipolar de unión BJT (Bipolar Junction Transistor)

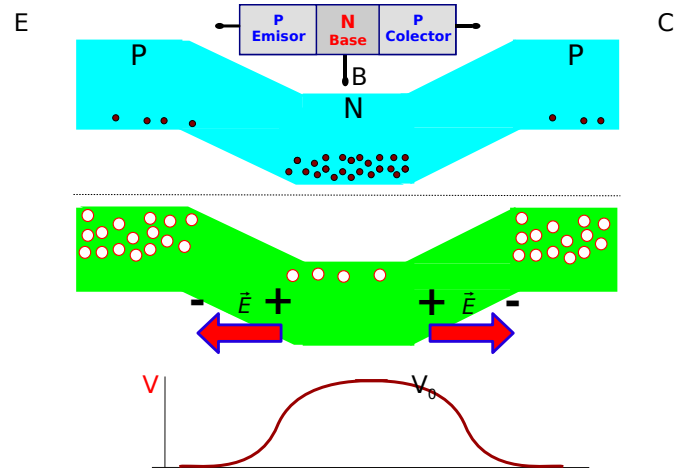


El transistor bipolar de unión

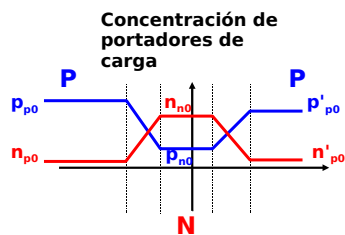
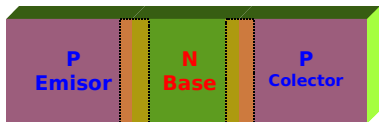


Transistor bipolar de unión a 300 GHz

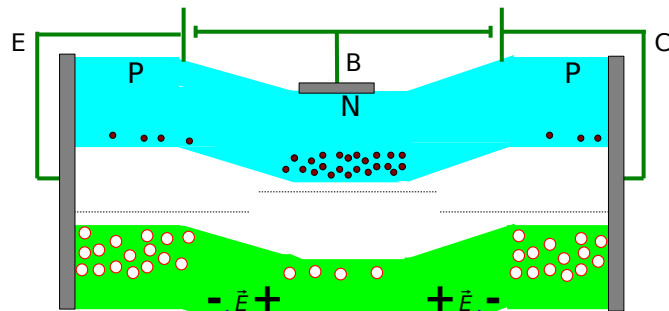
El transistor bipolar de unión



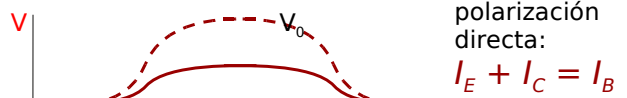
Concentración de portadores



El transistor bipolar de unión

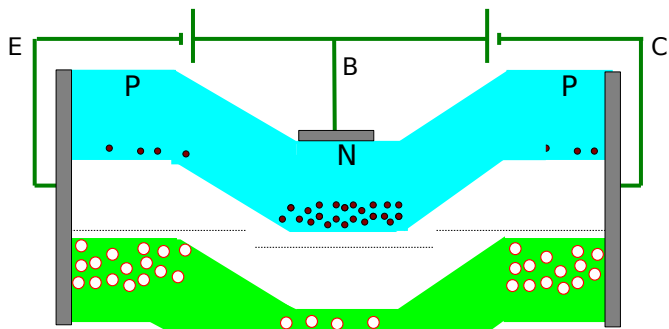


Saturación

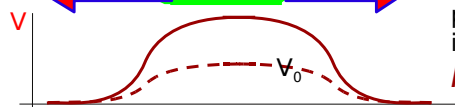


Análogo a dos diodos con polarización directa:
 $I_E + I_C = I_B$

El transistor bipolar de unión

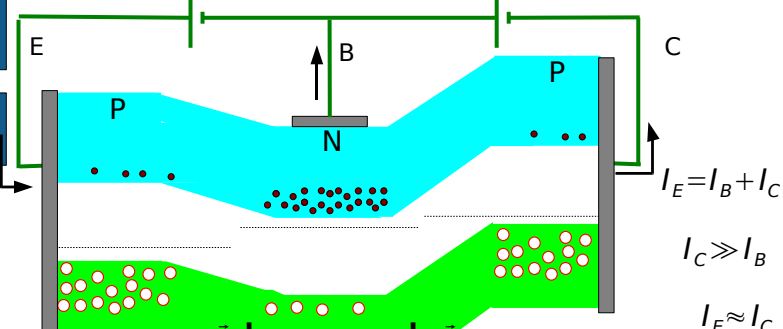


Corte



Análogo a dos diodos con polarización inversa:
 $I_E = I_C = I_B = 0$

Transistor polarizado en forma activa

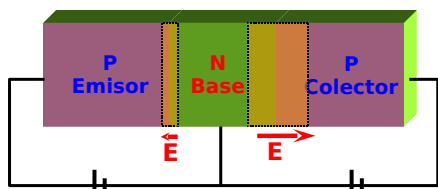


Activa

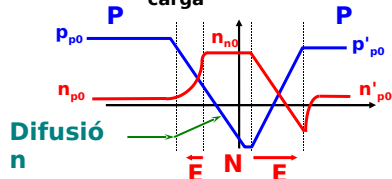


$$I_C = \beta I_B$$

Transistor polarizado en forma activa

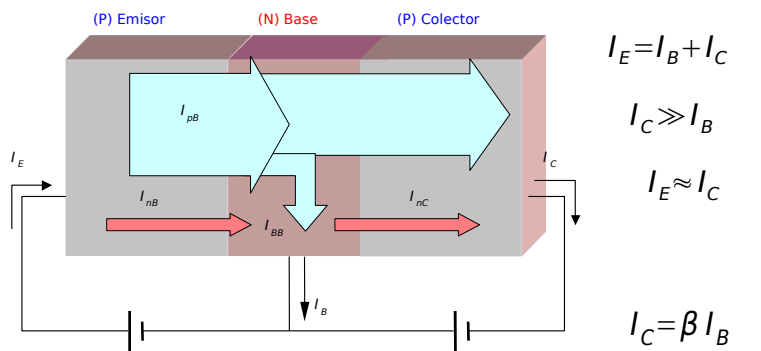


Concentración de portadores de carga



Difusión n

Transistor polarizado en forma activa



$$I_E = I_B + I_C$$

$$I_C \gg I_B$$

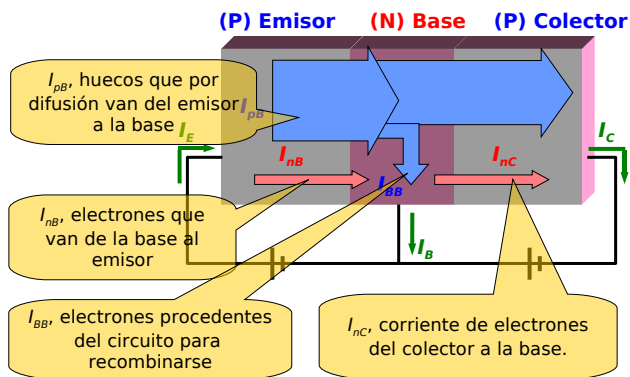
$$I_E \approx I_C$$

$$I_C = \beta I_B$$

(región activa)

β factor de ganancia

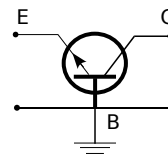
Transistor polarizado en forma activa



$$I_E = I_{pB} + I_{nB} \quad I_B = -I_{nC} + I_{BB} + I_{nB} \quad I_C = I_{pB} - I_{BB} + I_{nC}$$

Configuraciones del transistor

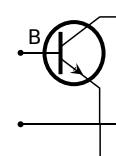
hay 4 variables que dependen del tipo de conexión:
 V_{salida} , $V_{entrada}$, I_{salida} , $I_{entrada}$.



Base común

Variables:

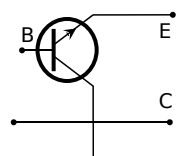
$$V_{BE}, V_{CB}, I_E, I_C$$



Emisor común

Variables:

$$V_{BE}, V_{CE}, I_B, I_C$$

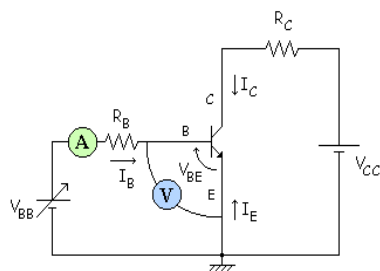


Colector común

Variables:

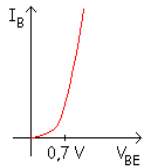
$$V_{CB}, V_{CE}, I_B, I_E$$

Curva característica de entrada

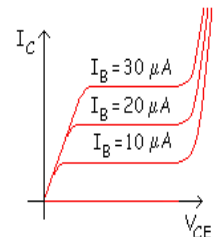
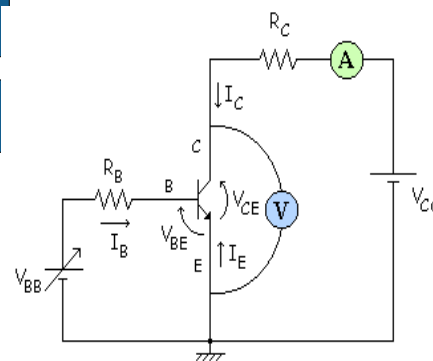


Si variamos el valor del generador V_{BB} de la malla de entrada, tomando valores de I_B y V_{BE} podemos obtener la característica de (la malla de) entrada.

Como vemos, en la característica del diodo base-emisor

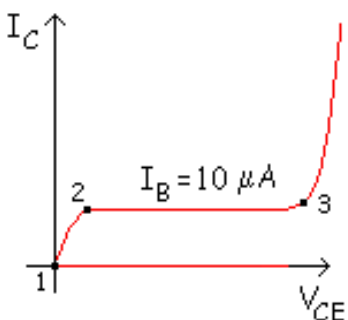


Curva característica de salida



Ajustando V_{BB} fijo un valor de I_B que voy a mantener constante (por ejemplo $I_B = 10 \text{ mA}$). Ahora variando V_{CC} mido valores de V_{BE} y I_C y obtengo la correspondiente curva de $I_B = 10 \text{ mA}$.

Curva característica de salida



Zona entre 1 y 2: ZONA DE SATURACIÓN.

E-B directa.

C-B directa.

Zona entre 2 y 3: ZONA ACTIVA.

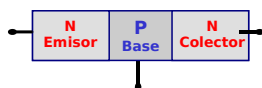
E-B directa.

C-B inversa.

Zona a partir de 3: ZONA DE RUPTURA.

E-B directa.

C-B muy en inversa.



Emisor común: variables

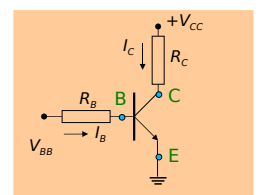
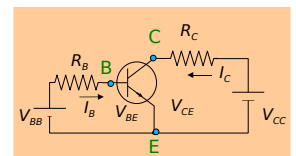
Variables: V_{BE} , V_{CE} , I_B , I_C

$V_{BE} \approx 0,7 \text{ V}$ para el silicio

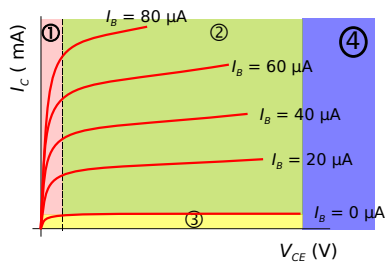
$$V_{BE} = V_{BB} - I_B R_B$$

$$I_C = \beta I_B \quad (\text{en activa})$$

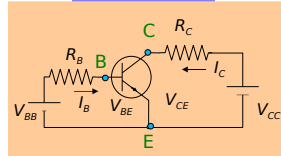
$$V_{CE} = V_{CC} - I_C R_C$$



Curva característica del transistor CE

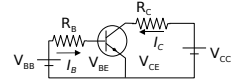
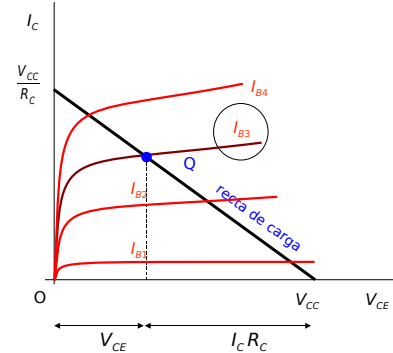


- 1 Región de saturación
- 2 Región activa
- 3 Región de corte
- 4 Ruptura



- En **región activa**: unión EB con polarización directa, BC con polarización inversa. Aplicación en amplificación.
- En **región de corte**: las dos uniones polarizadas inversamente: **circuito abierto**.
- En **región de saturación**: las dos uniones polarizadas directamente: **cortocircuito**.

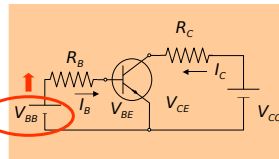
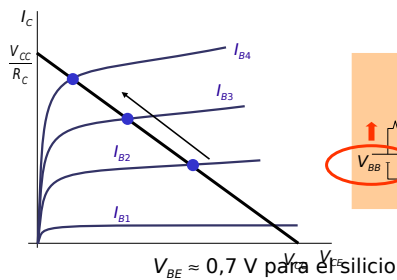
Recta de carga y punto de funcionamiento Q



$$V_{CE} = -I_C R_C + V_{CC}$$

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C}$$

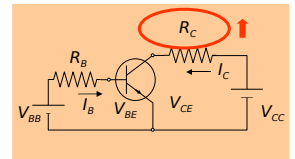
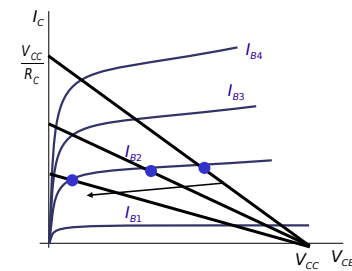
Punto de trabajo: I_B



$$V_{BE} \approx 0,7 \text{ V para el silicio}$$

$$V_{BE} = V_{BB} - I_B R_B$$

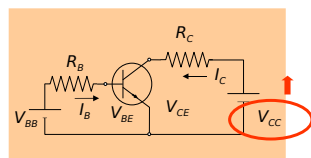
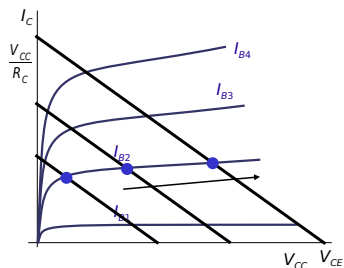
Punto de trabajo: I_B



$$V_{CE} = -I_C R_C + V_{CC}$$

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C}$$

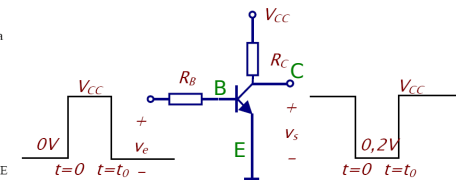
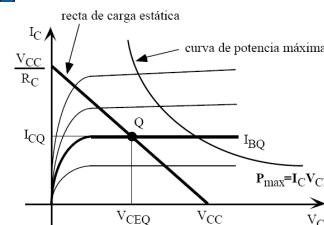
Punto de trabajo: I_B



$$V_{CE} = -I_C R_C + V_{CC}$$

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C}$$

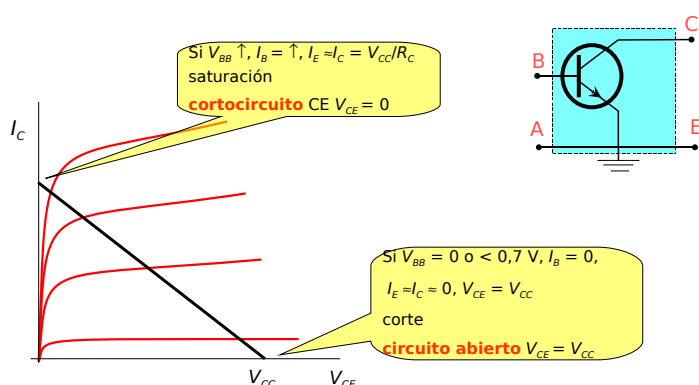
Punto de trabajo (Q)



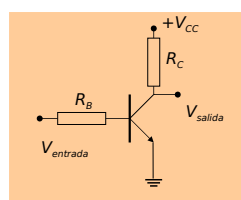
$$I_B = \frac{V_e - V_y}{R_B}$$

$$\text{Recta de carga } V_{CC} = V_{CE} + I_C R_C$$

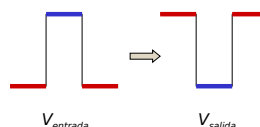
El transistor como conmutador



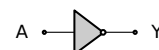
Circuito inversor simple



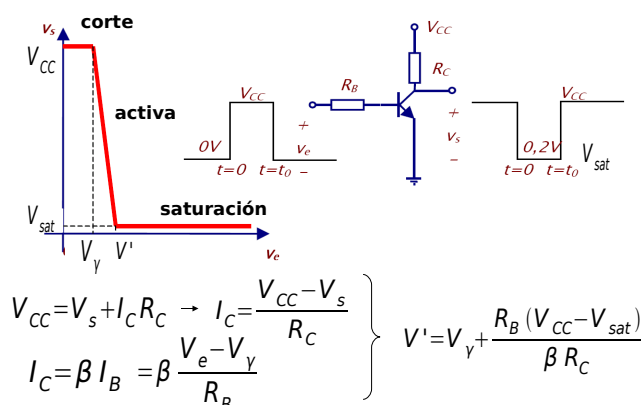
$V_{BE} \text{ (V)}$	$V_{CE} \text{ (V)}$	$I_C \text{ (mA)}$	$I_B \text{ (}\mu\text{A)}$
0,7	1,0	0	0
0,8	9,38	0,63	6,25
0,9	8,75	1,25	12,5
1	8,13	1,88	18,75
1,2	6,88	3,13	31,25
1,4	5,63	4,38	43,75
1,6	4,38	5,63	56,25
1,8	3,13	6,88	68,75
2	1,88	8,13	81,25
2,2	0,63	9,38	93,75
2,3	0	10	100



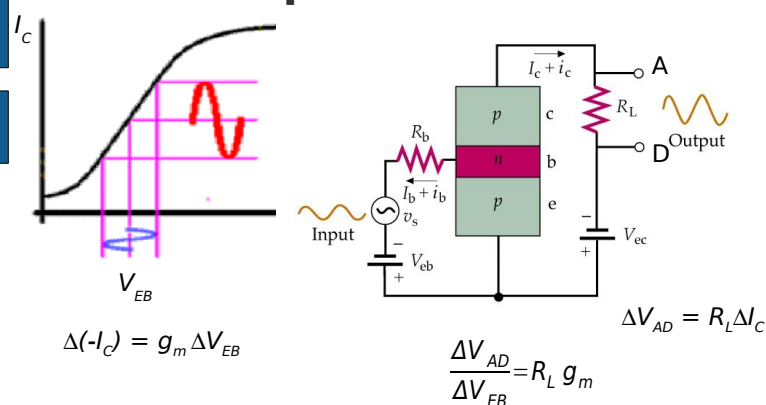
INVERSOR $Y = \text{not } A$



Curva de transferencia Vs (Ve)

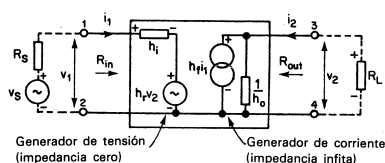
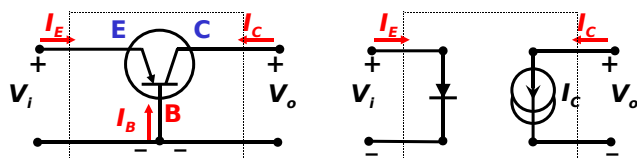


El transistor de unión: amplificador



g_m : transconductancia

Transistor de unión: modelización



Transistores de efecto campo

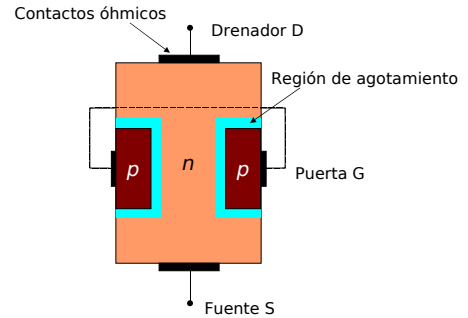
- FET
- Monopolares
- Control por voltaje
- Muy alta integración

Transistores de efecto campo

- Transistor de efecto campo de unión (JFET)
- Transistor de efecto campo metal-óxido-semiconductor (MOSFET)

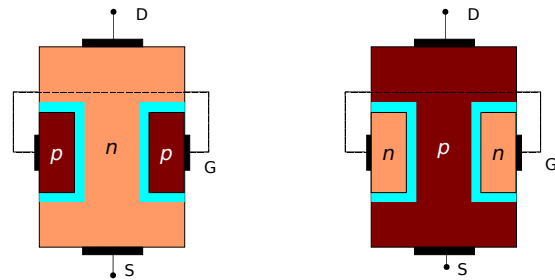
Transistores de efecto campo de unión (JFET)

El transistor de efecto de campo de unión JFET (Juntion Field Effect Transistor)



Transistores de efecto campo de unión (JFET)

El transistor de efecto de campo de unión JFET

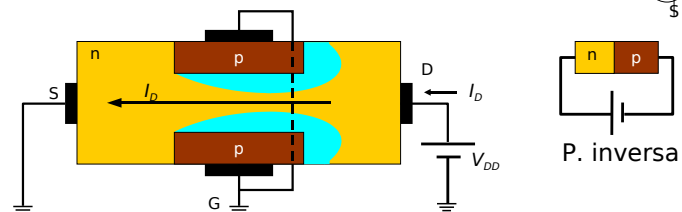


transistor de canal n.

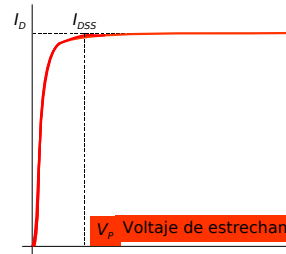
transistor de canal p.



Transistores de efecto campo de unión (JFET)

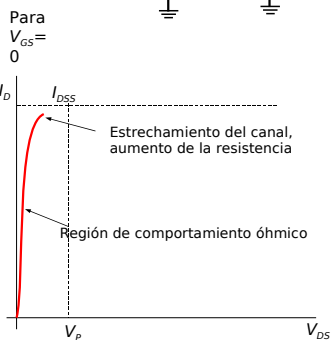
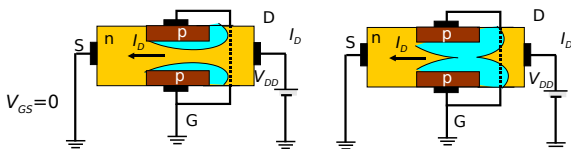


P. inversa



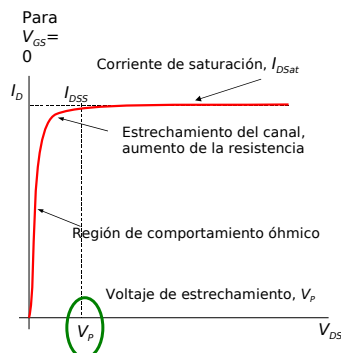
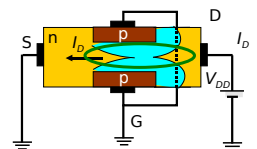
Al aumentar la tensión entre Drenador y Fuente V_{DS} , la intensidad I_D aumenta, al tiempo que se estrecha el pasillo debido al incremento de la de las uniones $p-n$ y la ampliación de la región de agotamiento. El pasillo se cierra para $V_{DS} = V_p$; tensión para la que I_D deja de aumentar.

Transistores de efecto campo de unión (JFET)



Manteniendo nula la tensión entre la fuente y G, V_{GS} , al aumentar la tensión entre Drenador y Fuente V_{DS} , la intensidad I_D aumenta, al tiempo que se estrecha el pasillo debido al incremento de la de las uniones $p-n$ y la ampliación de la región de agotamiento.

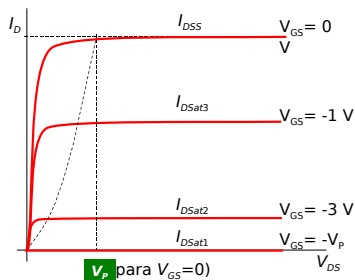
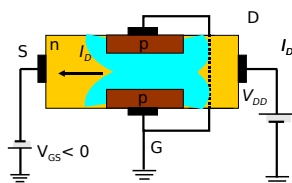
Transistores de efecto campo de unión (JFET)



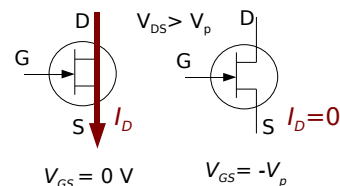
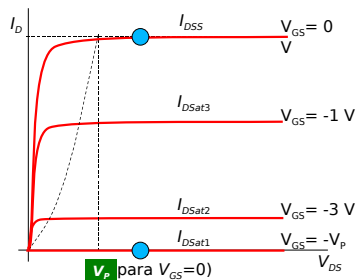
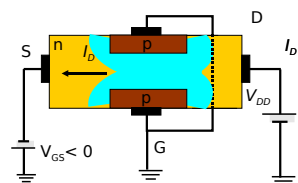
Al aumentar la tensión entre Drenador y Fuente V_{DS} , la intensidad I_D aumenta, al tiempo que se estrecha el pasillo debido al incremento de las uniones $p-n$ y la ampliación de la región de agotamiento. El pasillo se cierra para $V_{DS} = V_p$.

Transistores de efecto campo de unión (JFET)

Con valores negativos de V_{GS} el pasillo se cierra antes, siendo la corriente de saturación menor



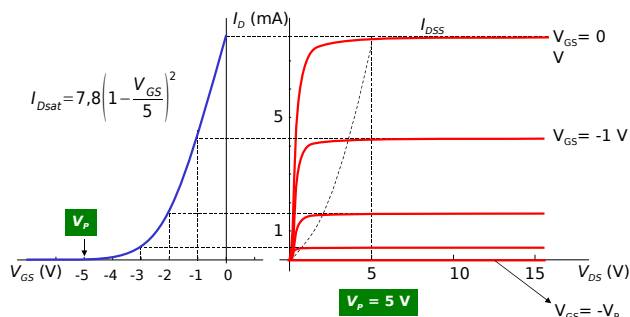
Transistores de efecto campo de unión (JFET)



Intensidad de saturación

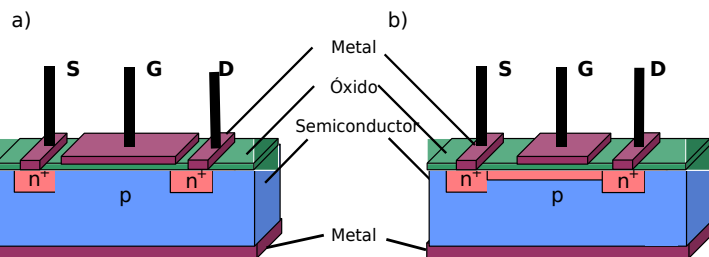
$$I_{DS} = f(V_{GS})$$

$$I_{Dsat} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2$$



Transistores de efecto campo MOSFET

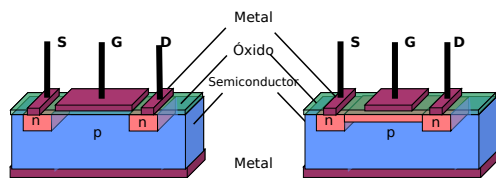
El Transistor de efecto de campo metal-óxido-semiconductor MOSTFET (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor)



Modo enriquecimiento

Modo "agotamiento"

Transistores de efecto campo MOSFET

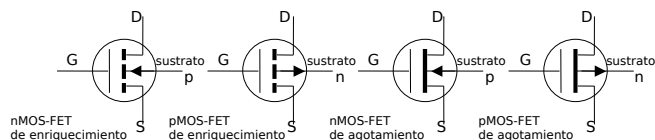


de enriquecimiento

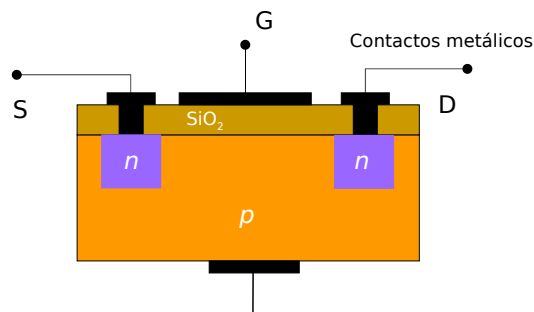
de agotamiento

Formado por una placa de metal y un semiconductor, separados por una zona de óxido del semiconductor - por ejemplo SiO_2 - de unos 100 nm de espesor. Posee cuatro electrodos:

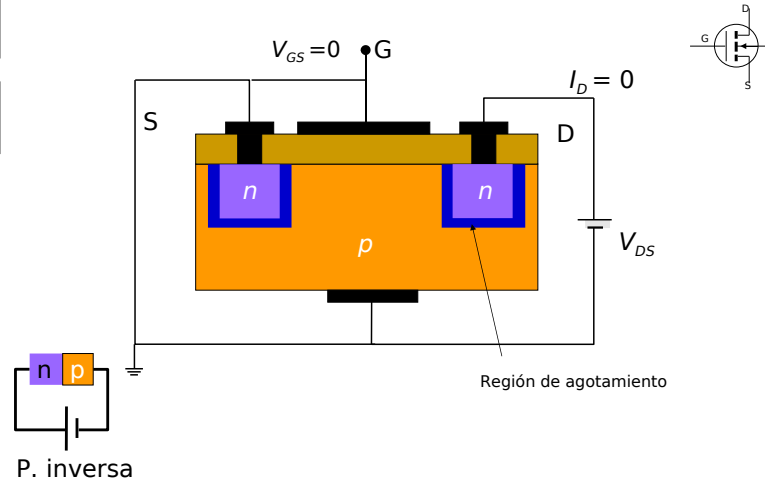
- Puerta, gate en inglés, simbolizado con G; que se conecta a la placa metálica.
- Fuente (Source) y drenador (Drain), ambos simétricos, que se internan en el sustrato.
- Sustrato (Body), generalmente conectado eléctricamente con la fuente.



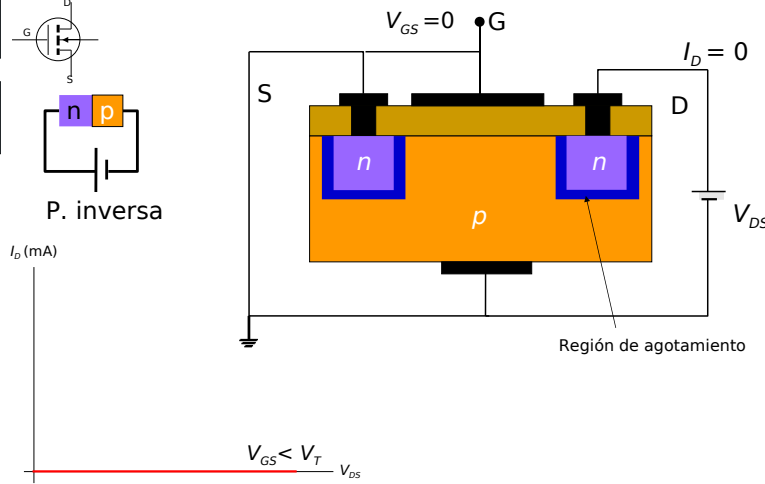
MOSFET de enriquecimiento n



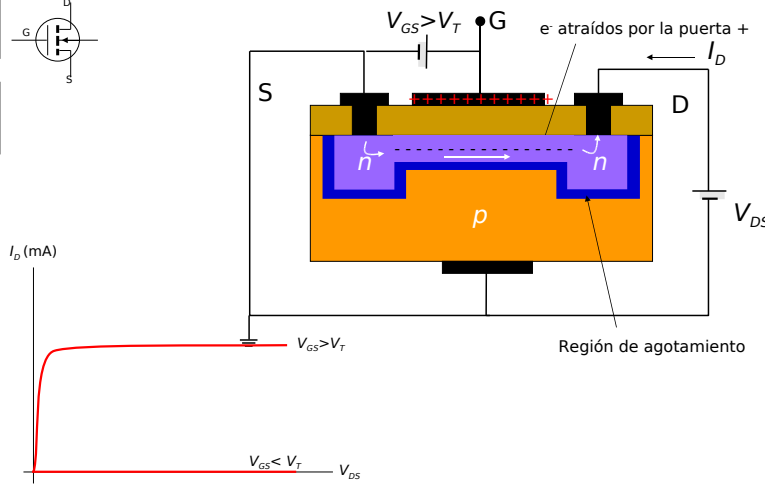
Formación del canal en el MOSFET de enriquecimiento n



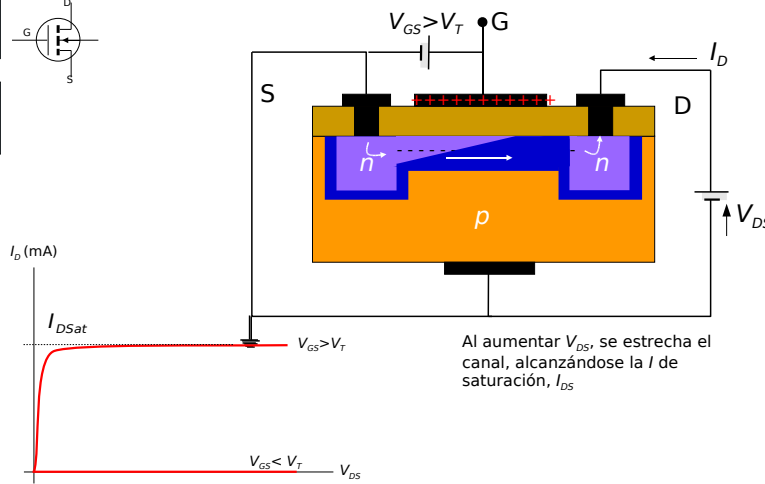
Formación del canal en el MOSFET de enriquecimiento n



Formación del canal en el MOSFET de enriquecimiento n

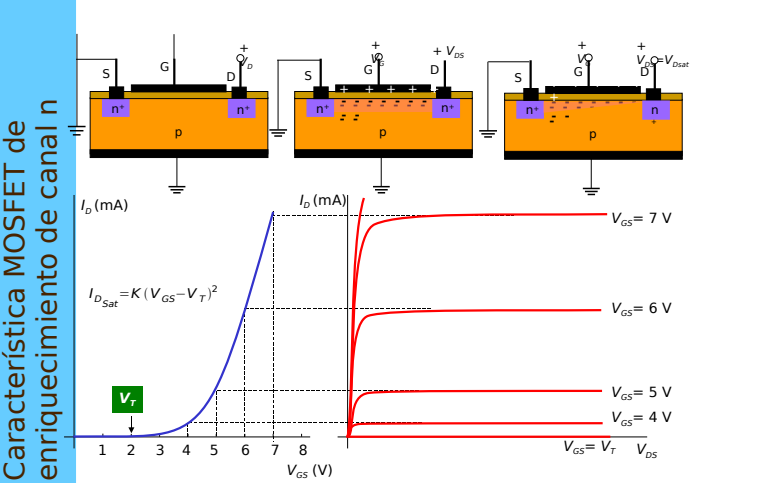
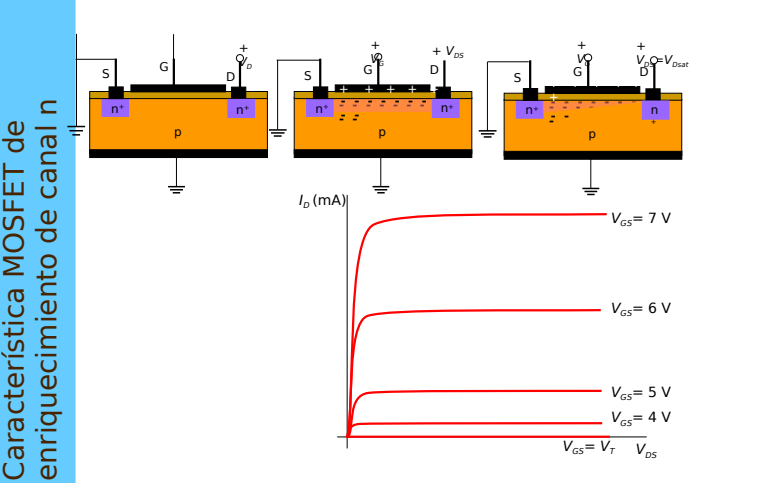


Formación del canal en el MOSFET de enriquecimiento n



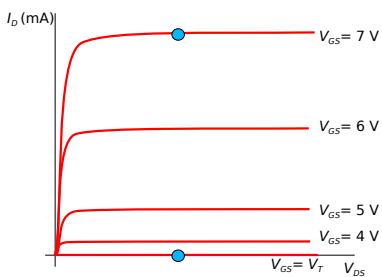
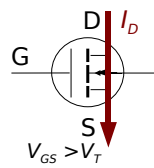
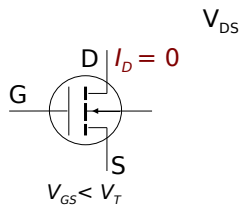
En ausencia de canal para $V_{GS} = 0$, no hay corriente I_D . Es necesario un valor mínimo de **voltaje umbral V_T** positivo de V_{GS} para que se forme el canal. Aumentando V_{GS} aumenta el valor de la corriente de saturación

En ausencia de canal para $V_{GS} = 0$, no hay corriente I_D . Es necesario un valor mínimo de **voltaje umbral V_T** positivo de V_{GS} para que se forme el canal. Aumentando V_{GS} aumenta el valor de la corriente de saturación

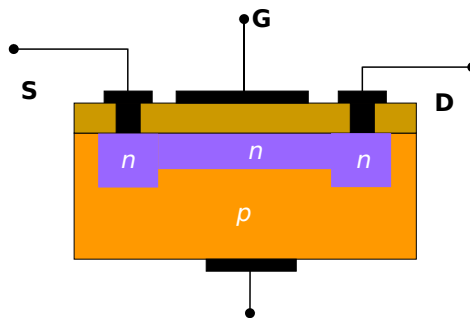


Característica MOSFET de enriquecimiento de canal n

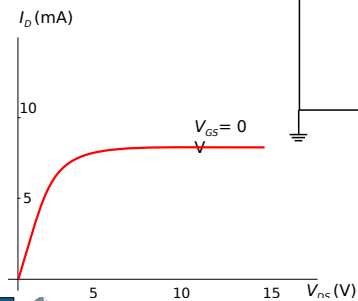
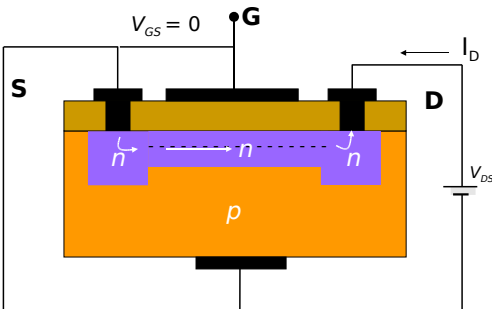
Característica MOSFET de enriquecimiento de canal n



MOSFET de agotamiento n

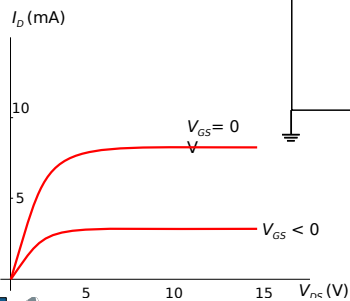
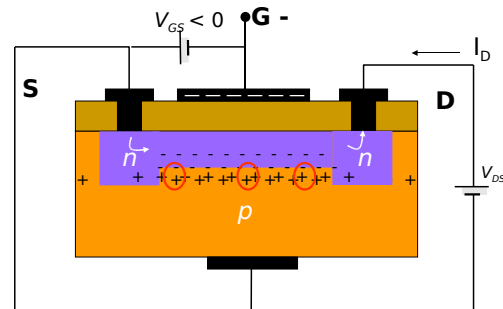


MOSFET de agotamiento n



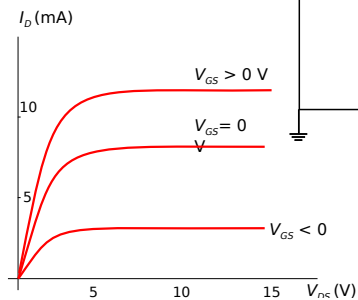
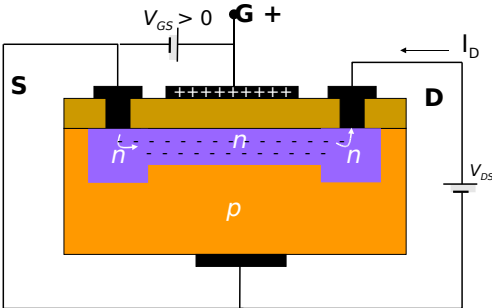
Con $V_{GS}=0$ ya existe canal y hay corriente de electrones

MOSFET de agotamiento n



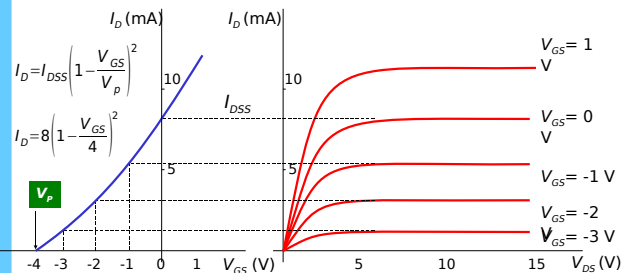
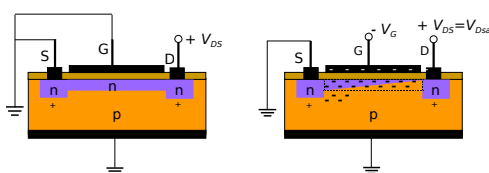
Con $V_{GS} < 0$, los e^- del canal son repelidos hacia la zona p , recombinándose con huecos. La corriente de saturación disminuye.

MOSFET de agotamiento n

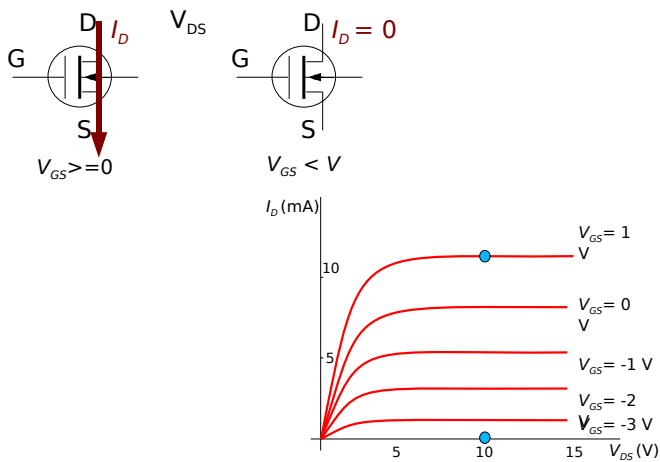


Con $V_{GS} > 0$, los e^- atraídos. La corriente de saturación aumenta. (como el MOSFET de enriquecimiento)

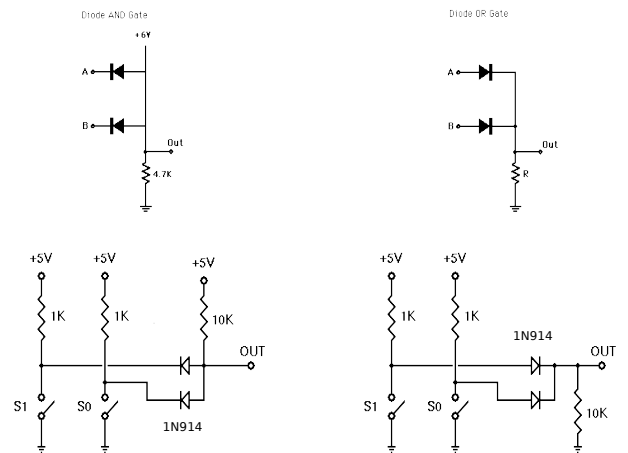
Característica MOSFET de agotamiento de canal n



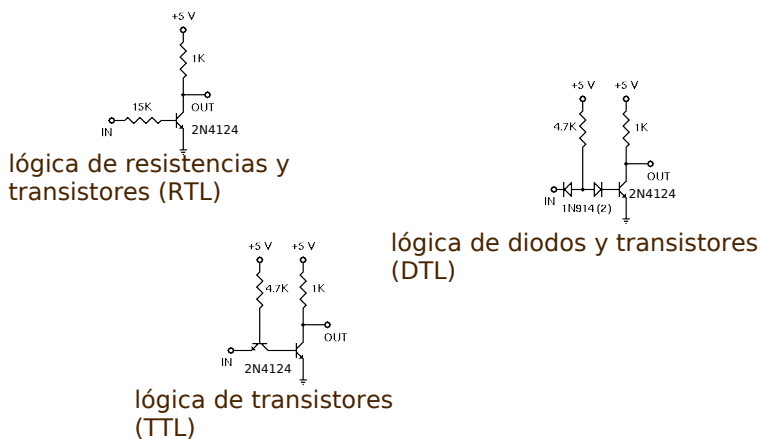
MOSFET de agotamiento n



Lógica de diodos: puertas AND y OR



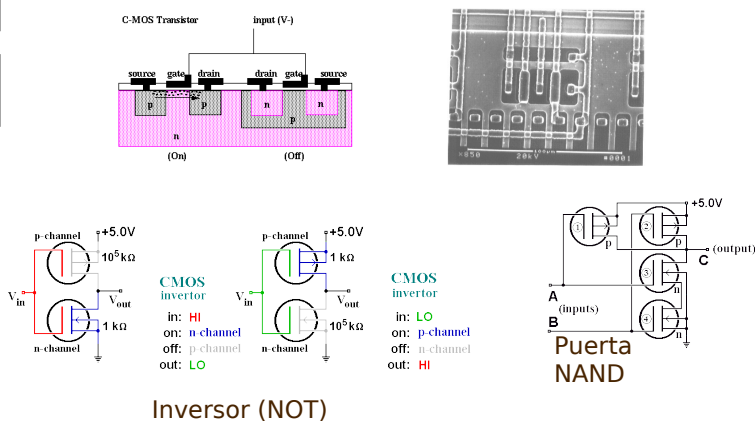
Aplicaciones: circuitos lógicos inversores



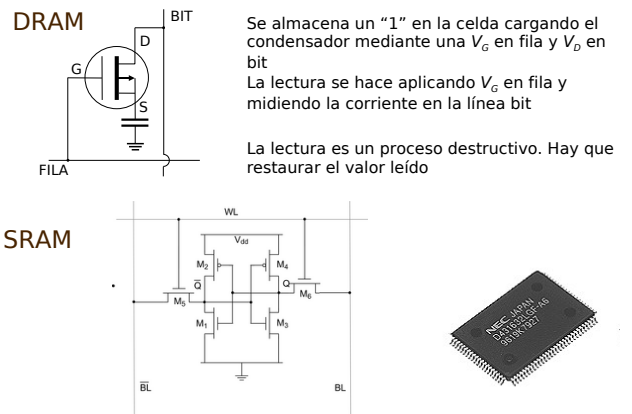
De las válvulas de vacío al CMOS

- 1950:** Abandono de las válvulas de vacío y sustitución por transistores individuales
- 1960:** Circuitos integrados en sustrato de silicio
- 1980:** Transistores de efecto campo
- 1993:** Tecnología CMOS

Aplicaciones: circuitos lógicos, tecnología CMOS



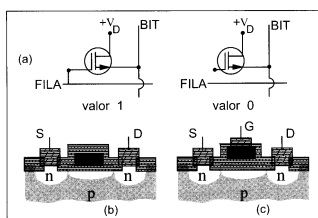
Aplicaciones: memoria RAM



Aplicaciones: memorias ROM

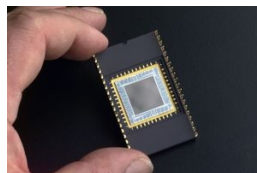


EPROM

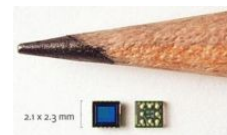
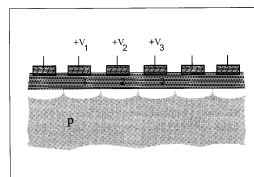


MOSFET ROM

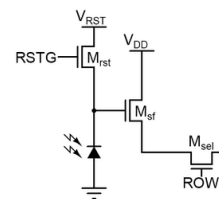
Aplicaciones: CCD



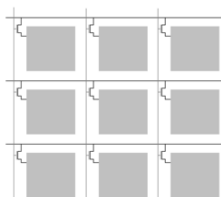
CCD



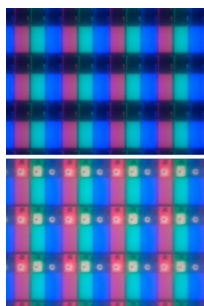
CMOS sensor



Aplicaciones: TFT

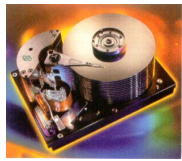


Estructura DRAM con celda LCD y LED

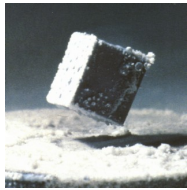
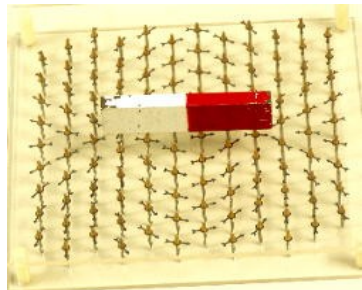


RGB

Tema 8. Magnetismo

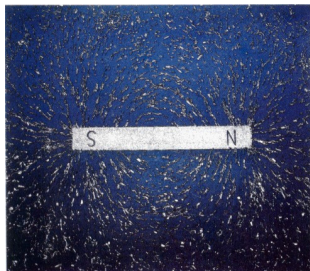


Disco magnético de 47 Gb



Introducción

- Imanes: Se **atraen** o **repelen** entre sí, de manera similar a las cargas
- Polos de un imán: polo **norte** y polo **sur**. (análogos a las cargas + y -)



8. Magnetismo

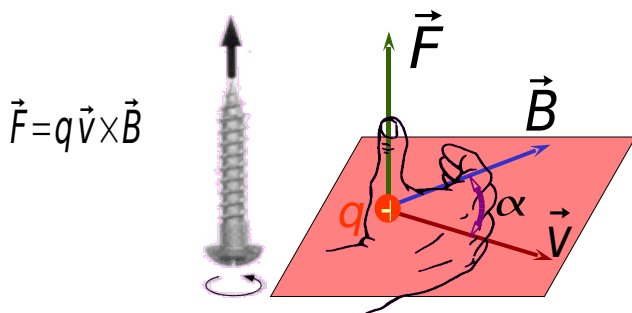
1. Fuerza magnética sobre cargas en movimiento. Campo magnético.
2. Fuerza sobre un elemento de corriente.
3. Acción de un c. magnético uniforme sobre una espira plana.
4. Efecto Hall.
5. Ley de Biot y Savart (corriente rectilínea, espira en su centro).
6. Teorema de Ampère.
7. Materiales. Ferromagnetismo.

Fuerza magnética sobre cargas en movimiento

- Cuando una **carga** eléctrica q se **mueve**, con velocidad $\vec{v}$, dentro de un **campo magnético** $\vec{B}$, sobre ella aparece una **fuerza** $\vec{F}$ que:
 - Es proporcional a q y a $\vec{v}$.
 - Se anula cuando $\vec{v}$ va en la **dirección** de $\vec{B}$.
 - Es perpendicular a $\vec{B}$ y a $\vec{v}$.
 - El sentido de $\vec{F}$ viene definido por la regla de la mano derecha, respecto de $\vec{B}$ y $\vec{v}$.
 - Es proporcional al **seno** del ángulo que forman $\vec{B}$ y $\vec{v}$.

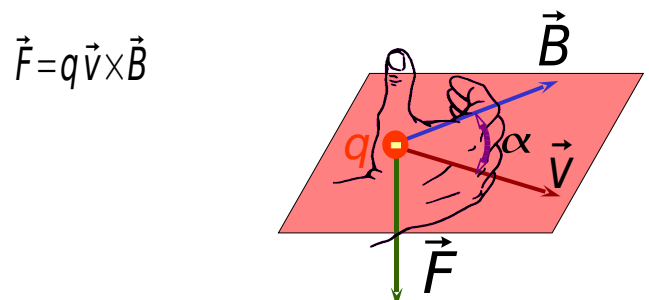
Fuerza magnética sobre cargas en movimiento

- Todas las propiedades anteriores se pueden resumir como:



Fuerza magnética sobre cargas en movimiento

- Evidentemente, la carga debe llevar su signo, por lo que si ésta es negativa, la fuerza cambia de sentido:



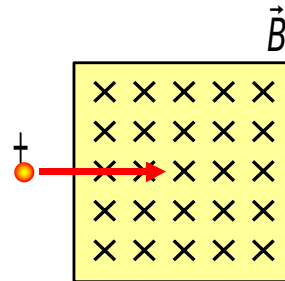
Campo magnético. Unidades

- De la ecuación anterior se derivan las **dimensiones** de $\vec{B}$:

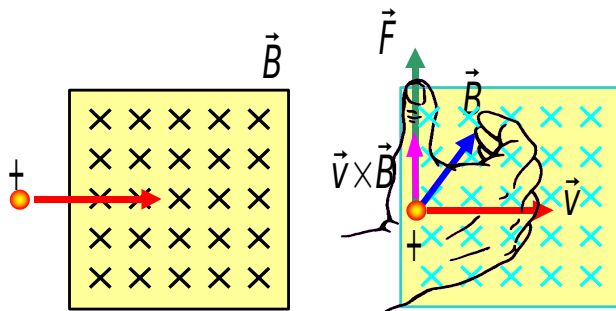
$$[\vec{B}] = \frac{[\vec{F}]}{[q][\vec{v}]} = MT^{-2}I^{-1}$$

- Unidad S.I.: Tesla.
- Otra unidad utilizada: Gauss $1G=10^{-4}T$.
- Campo terrestre: $0,5 \times 10^{-4} T$.
- Campos en laboratorio: *decenas de Teslas*.

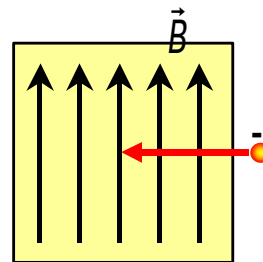
Ejercicio 2a



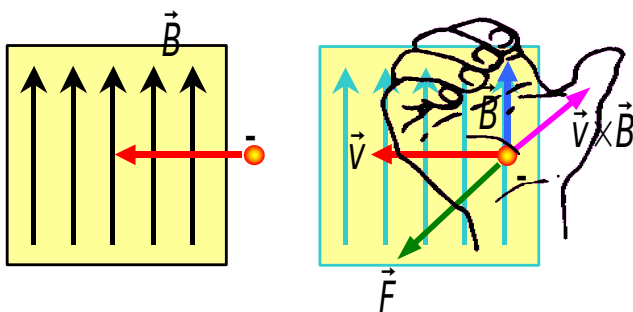
Ejercicio 2a



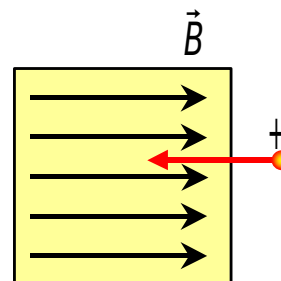
Ejercicio 2b



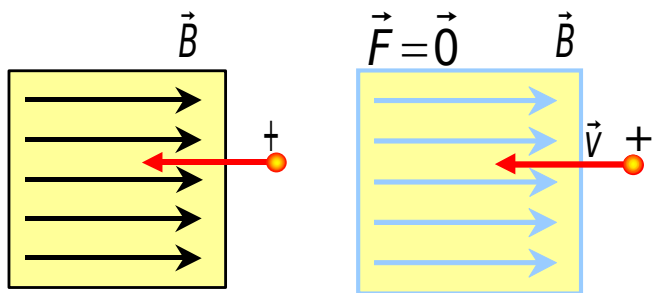
Ejercicio 2b



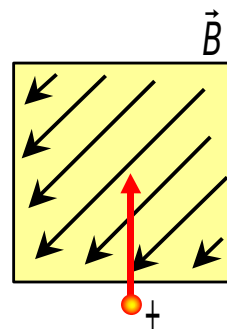
Ejercicio 2c



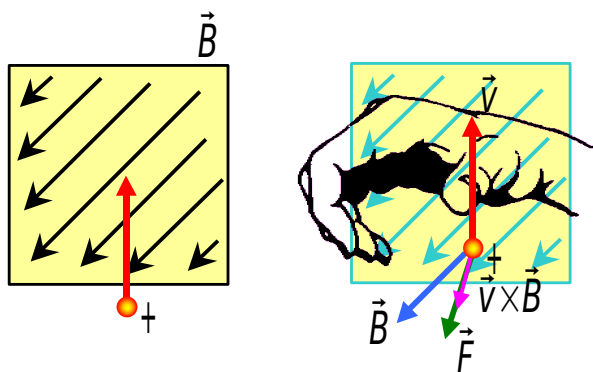
Ejercicio 2c



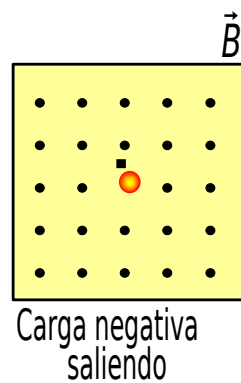
Ejercicio 2d



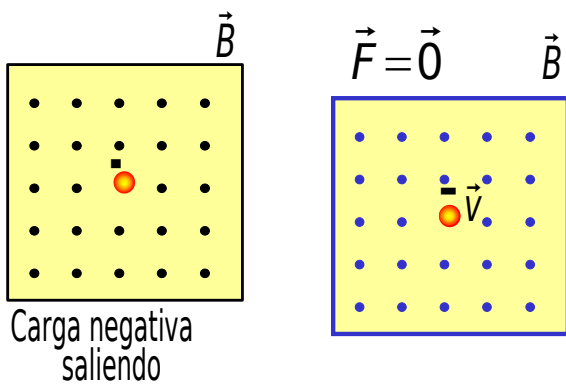
Ejercicio 2d



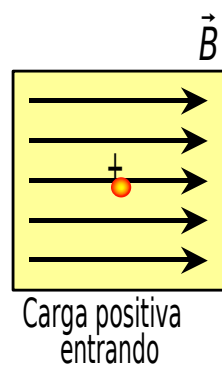
Ejercicio 2e



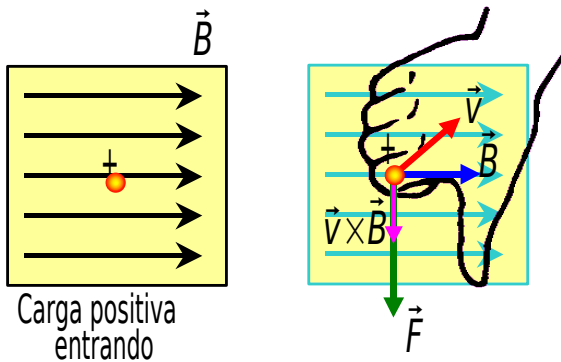
Ejercicio 2e



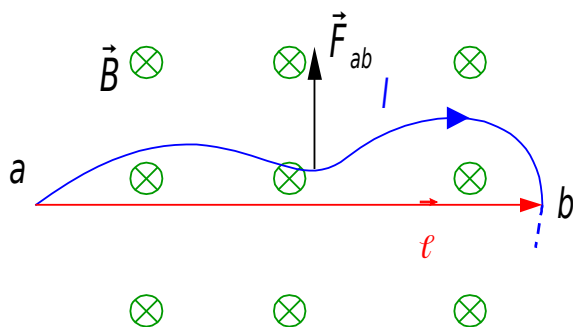
Ejercicio 2f



Ejercicio 2f



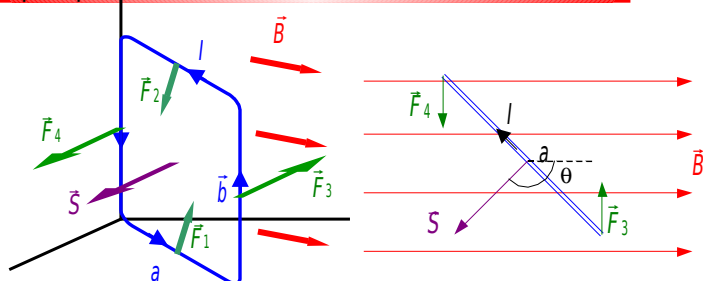
Corriente en un campo magnético uniforme



$$\vec{F}_{ab} = \int_a^b d\vec{F} = I \left(\int_a^b d\vec{\ell} \right) \times \vec{B} = I \vec{\ell} \times \vec{B}$$

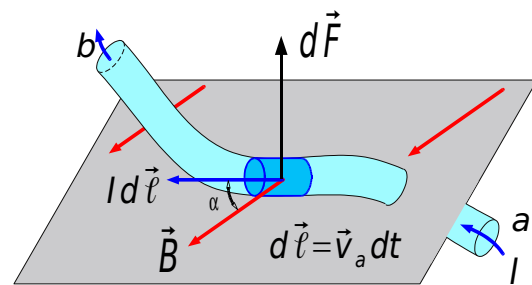
Espira plana

Acción de un campo magnético uniforme sobre una espira plana



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad \vec{F}_3 = -\vec{F}_4 \quad \sum \vec{F} = 0$$

Fuerza sobre un elemento de corriente



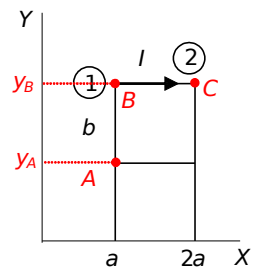
$$d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B} = I (d\vec{\ell} \times \vec{B})$$

$$\vec{F} = \int_a^b (I d\vec{\ell} \times \vec{B}) = I \int_a^b d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

Problema 15

15. Sea la espira rectangular de la figura de lados a y b , recorrida por una corriente de intensidad I en el sentido indicado, situada en el interior de un campo magnético no uniforme de valor $\vec{B} = B_0 \frac{a}{X} \vec{k}$

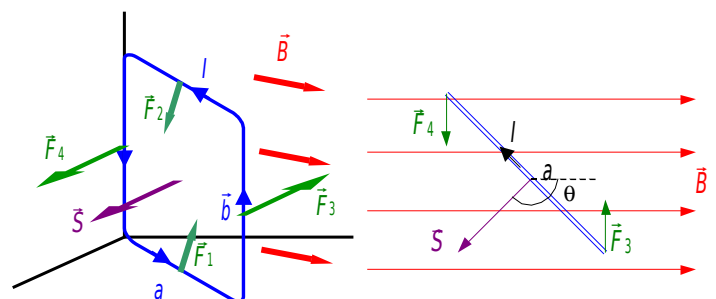
Calcula la fuerza que aparece sobre los lados 1 y 2.



$$\vec{F}_1 = I \int_A^B d\vec{\ell} \times \vec{B} = I \int_{y_A}^{y_B} dy B_0 \frac{a}{X} \vec{j} \times \vec{k} = I \int_{y_A}^{y_B} dy B_0 \frac{a}{a} \vec{i} = I B_0 (y_B - y_A) \vec{i} = I B_0 b \vec{i}$$

$$\vec{F}_2 = I \int_B^C d\vec{\ell} \times \vec{B} = I \int_a^{2a} dx B_0 \frac{a}{X} \vec{i} \times \vec{k} = I B_0 a (-\vec{j}) \int_a^{2a} \frac{dx}{X} = I B_0 a (-\vec{j}) [\ln x]_a^{2a} = I B_0 a \ln 2 (-\vec{j})$$

Espira plana



$$\vec{M}_{34} = \vec{a} \times \vec{F}_3 = I (\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{B}))$$

$$\vec{M}_{12} = \vec{b} \times \vec{F}_2 = I (\vec{b} \times (-\vec{a} \times \vec{B}))$$

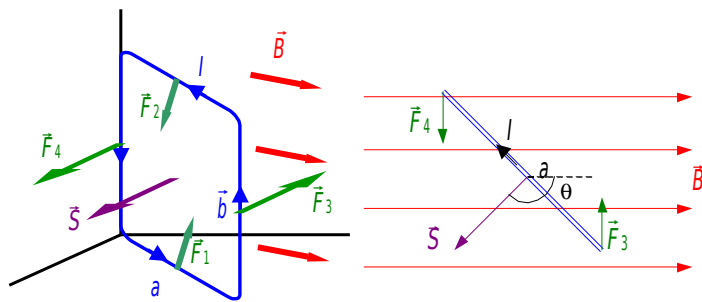
$$\vec{M} = \vec{M}_{34} + \vec{M}_{12}$$

Espira plana

$$\vec{p} = \vec{q} \times (\vec{r} \times \vec{s}) = \begin{vmatrix} \vec{r} & \vec{s} \\ \vec{q} \cdot \vec{r} & \vec{q} \cdot \vec{s} \end{vmatrix} = (\vec{q} \cdot \vec{s}) \vec{r} - (\vec{q} \cdot \vec{r}) \vec{s}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_{34} &= \vec{a} \times \vec{F}_3 = I (\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{B})) \\ \vec{M}_{12} &= \vec{b} \times \vec{F}_2 = I (\vec{b} \times (-\vec{a} \times \vec{B})) \\ \vec{M} &= \vec{M}_{34} + \vec{M}_{12} \end{aligned}$$

Espira plana



$$\vec{m} = I \vec{S} \quad \text{Momento magnético}$$

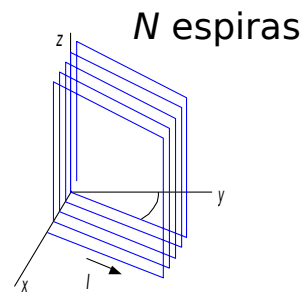
$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \quad \text{Momento del par o momento de las fuerzas}$$

Espira plana

$$\begin{aligned} \vec{M}_{34} &= \vec{a} \times \vec{F}_3 = I (\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{B})) \\ \vec{M}_{12} &= \vec{b} \times \vec{F}_2 = I (\vec{b} \times (-\vec{a} \times \vec{B})) \\ \vec{M} &= \vec{M}_{34} + \vec{M}_{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \vec{M}_{34} + \vec{M}_{12} = I (\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{B}) - \vec{b} \times (\vec{a} \times \vec{B})) = \\ &= I ((\vec{a} \cdot \vec{B}) \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{B} - (\vec{b} \cdot \vec{B}) \vec{a} + (\vec{b} \cdot \vec{a}) \vec{B}) = \\ &= I ((\vec{a} \cdot \vec{B}) \vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{B}) \vec{a}) = I \vec{B} \times (\vec{b} \times \vec{a}) = I (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{B} \end{aligned}$$

Espira plana

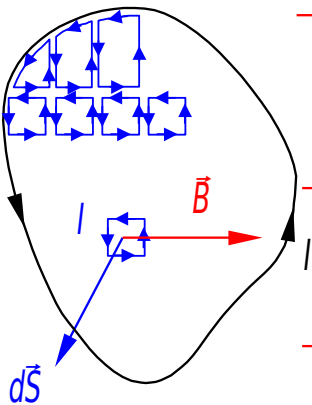


$$\vec{m} = N I \vec{S}$$

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

Espira plana

Acción de un campo magnético uniforme sobre una espira plana de forma arbitraria



$$d\vec{m} = I d\vec{S}$$

$$\vec{m} = \int I d\vec{S}$$

$$\vec{M} = \int d\vec{M} = \int d\vec{m} \times \vec{B}$$

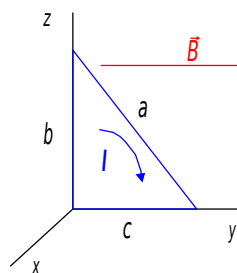
$$\vec{M} = \int d\vec{m} \times \vec{B} = \left(\int d\vec{m} \right) \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}$$

Ejemplo 11-3 Problema 14

Sea la espira de la figura de lados a , b y c , por la que circula una intensidad I en el sentido indicado, situada en el interior de un campo magnético $\vec{B}$.

Halla:

- Fuerzas magnéticas sobre los lados de la espira.
- Momento magnético de la espira.
- Momento resultante de las fuerzas sobre la espira.



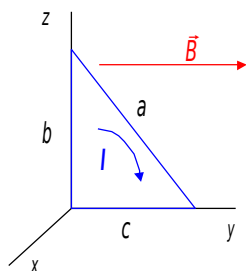
Ejemplo 11-3 Problema 14

a)
$$\vec{F} = I \int_A d\vec{l} \times \vec{B} = I (\vec{l} \times \vec{B})$$

$$\vec{F}_a = I(\vec{a} \times \vec{B}) = I((-b\vec{k} + c\vec{j}) \times B\vec{j}) = IbB\vec{i}$$

$$\vec{F}_b = IbB(\vec{k} \times \vec{j}) = -IbB\vec{i}$$

$$\vec{F}_c = IbB(\vec{j} \times \vec{j}) = 0$$



b)
$$\vec{m} = I\vec{S} = I \frac{1}{2} cb(-\vec{i}) = -\frac{1}{2} Icb\vec{i}$$

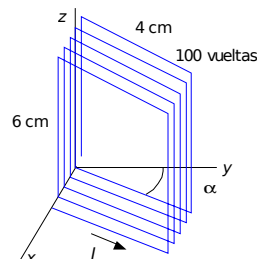
c)
$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = -\frac{1}{2} Icb\vec{i} \times B\vec{j} = -\frac{1}{2} IcbB\vec{k}$$

la espira gira alrededor del eje OZ (en sentido horario visto desde arriba)

Ejemplo 11-4

Una bobina consta de 100 espiras rectangulares de 6x4 cm de lado, y la recorre una corriente de 2,5 A. Se encuentra orientada como muestra la figura, formando el plano de las espiras 37° con el eje y.

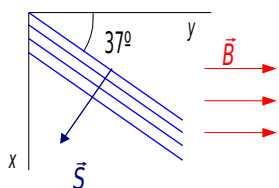
a) ¿Cuál es el momento magnético de la bobina?
b) ¿Cuál es el momento del par que actúa sobre la bobina si se aplica un campo magnético de 2 T en la dirección del eje y en sentido positivo?



Ejemplo 11-4

a)
$$\vec{S} = S \begin{pmatrix} \cos 37^\circ \\ -\sin 37^\circ \\ 0 \end{pmatrix} = 24 \begin{pmatrix} 0,8 \\ -0,6 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ cm}^2$$

$$\vec{m} = NI\vec{S} = 250 \cdot 24 \cdot 10^{-4} \begin{pmatrix} 0,8 \\ -0,6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,48 \\ -0,36 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Am}^2$$



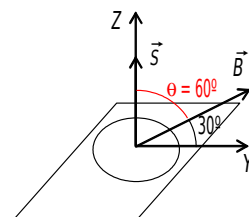
b)
$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0,48 & -0,36 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0,96\vec{k} \text{ Nm}$$

Ejercicio 13

13. Para medir un campo magnético se coloca una bobina de 200 espiras de 14 cm² de sección formando éstas un ángulo de 30° con el campo. Al circular una intensidad de 0,7 A se mide un momento de 980·10⁻⁶ Nm. Calcula B.

$$\vec{M} = NI\vec{S} \times \vec{B}$$

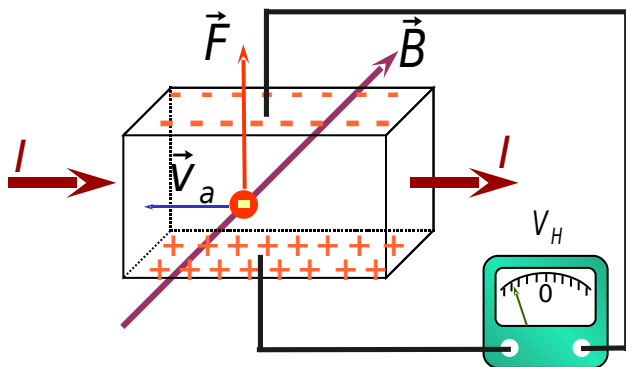
$$M = NISB \sin \theta$$



$$B = \frac{M}{NIS \sin \theta} = \frac{980 \cdot 10^{-6}}{0,7 \cdot 200 \cdot 14 \cdot 10^{-4} \sin 60} = 5,77 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

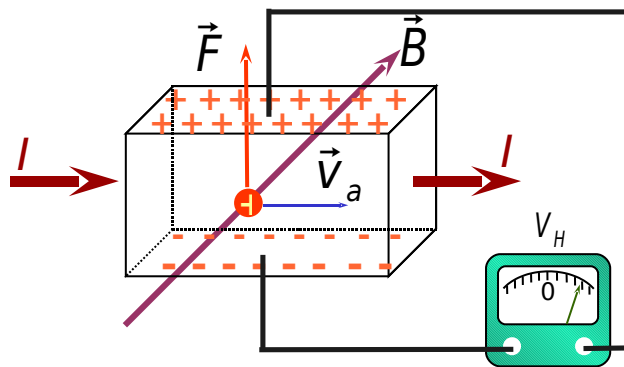
Efecto Hall

- Si las cargas que se desplazan por el conductor son **cargas negativas**:

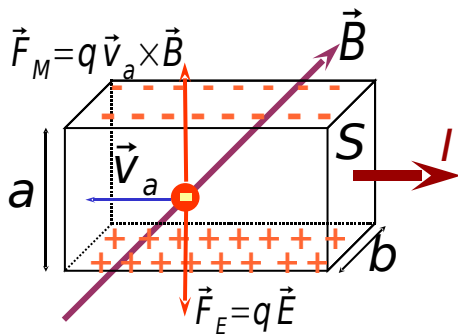


Efecto Hall

- Si las cargas que se desplazan por el conductor son **cargas positivas**:



Efecto Hall



$$q v_d B = q E$$

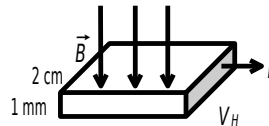
$$V_H = E a = v_d B a = \frac{I}{n q S} B a = \frac{I B}{n q b}$$

Ejercicio 8

8. Una tira de cobre de 2 cm de ancho y 1 mm de espesor se coloca en un campo magnético $B = 1,5 \text{ T}$ como se representa en la figura.

¿Cuál es la diferencia de potencial Hall si se hace circular una corriente de 200 A por ella, suponiendo que hay un electrón libre por átomo?

(La densidad del Cu es $\rho_{\text{Cu}} = 8,71 \text{ g/cm}^3$ y su masa atómica relativa 63,54 g/mol)
Dato: Constante de Avogadro: $6,02 \cdot 10^{23} \text{ at/mol}$.



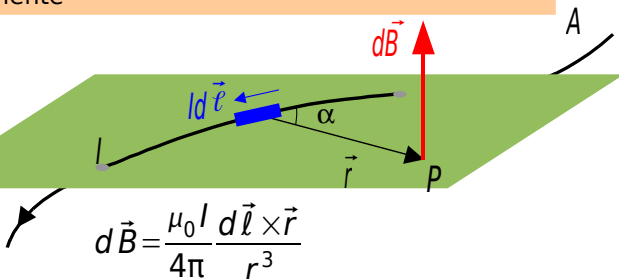
$$V_H = \frac{I B}{n q e}$$

$$n = 8,71 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \frac{1}{63,54 \text{ g/mol}} 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 8,25 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 8,25 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$V_H = \frac{I B}{n q e} = \frac{200 \cdot 1,5}{8,25 \cdot 10^{28} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 10^{-3}} = 2,27 \cdot 10^{-5} = 22,7 \mu\text{V}$$

Ley de Bio y Savart

Campo magnético creado por un elemento de corriente



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{B} = \int_A \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$
permeabilidad magnética del vacío

Ejemplo 11-5

Una tira de plata de 5 cm de anchura y 0,5 mm de espesor se coloca en un campo magnético de 2 T tal como se indica en la figura. ¿Cuál es la diferencia de potencial Hall si se hace circular una intensidad de 200 A por ella, suponiendo que hay un promedio de 0,65 electrones libres por átomo?

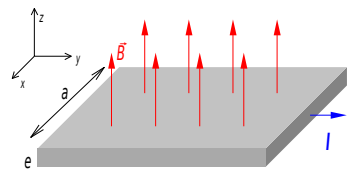
Datos: Densidad de la plata 10,5 g/cm³; masa molar de la plata 107,9 g/mol.

$$V_H = v_d B a$$

$$V_H = E a = v_d B a = \frac{I}{n q S} B a = \frac{I B}{n q b}$$

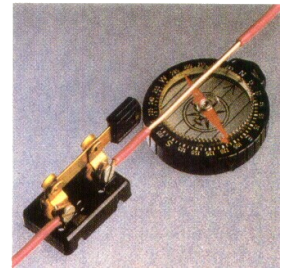
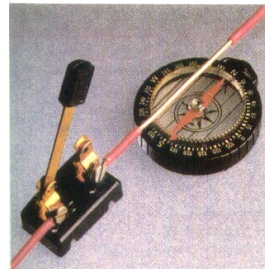
$$n_e = 0,65 \frac{10500 \text{ Kg/m}^3}{0,1079 \text{ Kg/mol}} 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 3,81 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$V_H = \frac{I B}{n_e q e} = \frac{200 \cdot 2}{3,81 \cdot 10^{28} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} = 131 \mu\text{V}$$



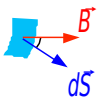
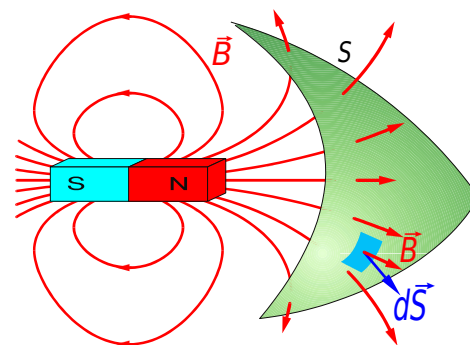
Experiencia de Oersted (1820)

- En 1820, **Oersted** descubre que una **corriente eléctrica desvía** la posición de una **brújula**.



- Consecuencia: Evidente **relación** entre **corriente eléctrica y magnetismo**

Flujo magnético

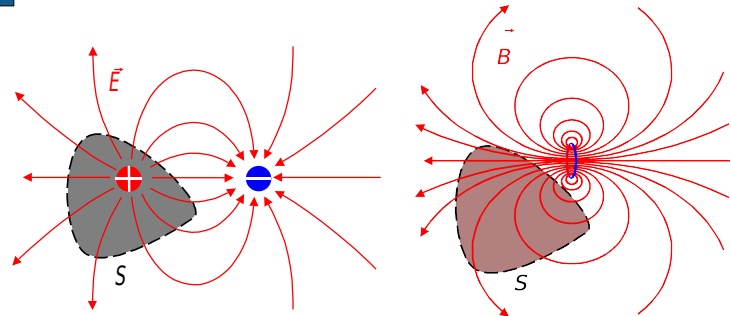


$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Unidad: Weber
 $\text{Wb} = \text{T m}^2$

Flujo magnético

- El **flujo** magnético a través de una **superficie cerrada** cualquiera es **CERO**: el flujo entrante es siempre igual al saliente.
 $\Rightarrow$ las líneas del campo magnético son cerradas.

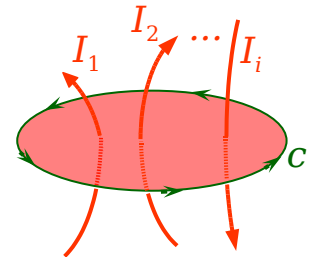


Teorema de Ampère

- La **circulación** del vector **campo magnético** a lo largo de una **curva cerrada** es igual a $\mu_0 I$, donde I es la corriente total que pasa a través de **cualquier** superficie limitada por la curva cerrada:

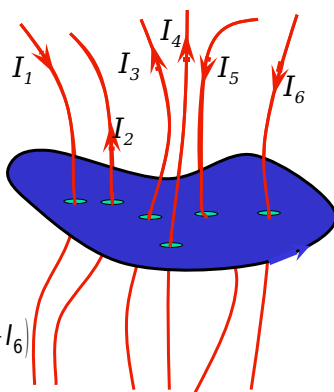
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum_i I_i$$

- El teorema de Ampère es el "equivalente", en **Electro-** magnetismo, del **teorema de Gauss** de la Electro- tática.



Teorema de Ampère

- Cada **intensidad** debe llevar su **signo**, según la regla de la **mano derecha**



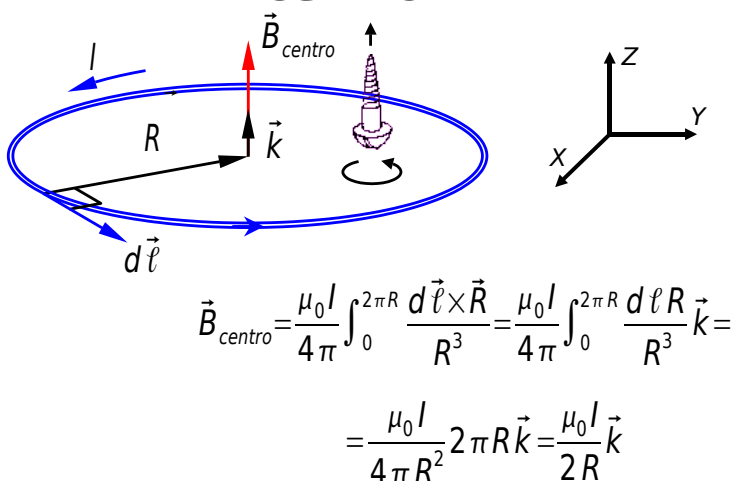
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 (-I_1 + I_2 + I_3 + I_4 - I_5 - I_6)$$

Teorema de Ampère

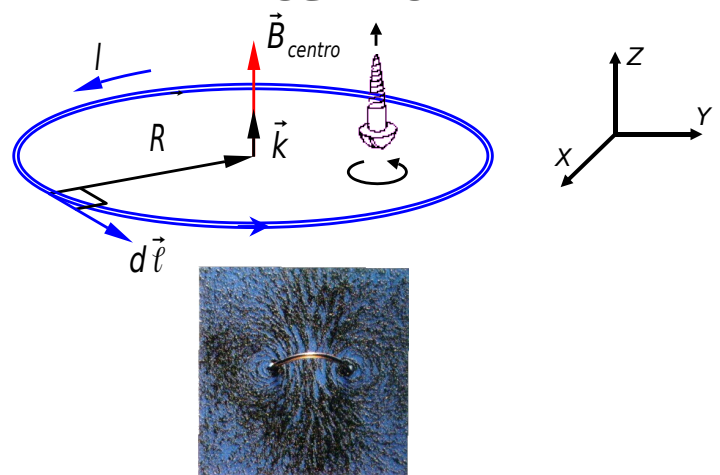
- Se **utiliza** para **calcular campos** magnéticos creados por corrientes **cuando existe simetría**.
- Para que el cálculo de la **circulación** de B sea **sencillo**, es **conveniente** que la línea elegida para calcular la circulación cumpla dos condiciones:
 - a) El **módulo** del **campo magnético** tenga el **mismo valor** en todos sus puntos
 - b) El vector **campo magnético** sea **paralelo** al vector **línea** en cualquiera de sus puntos.
- De este modo:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint_C B d\ell = B \oint_C d\ell = BL$$

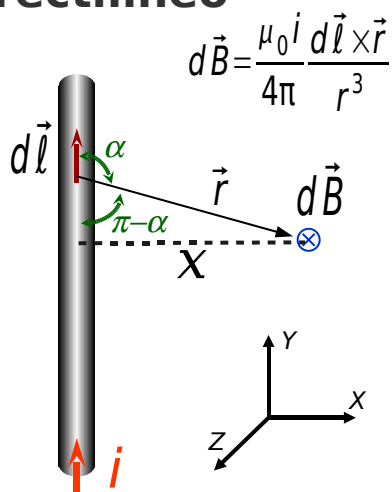
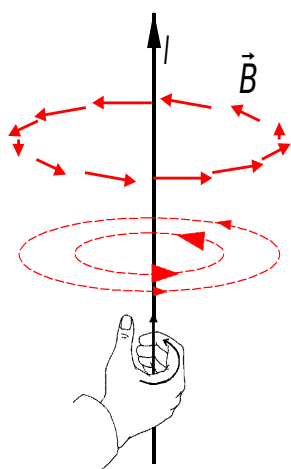
Espira de corriente en su centro



Espira de corriente en su centro



Conductor rectilíneo

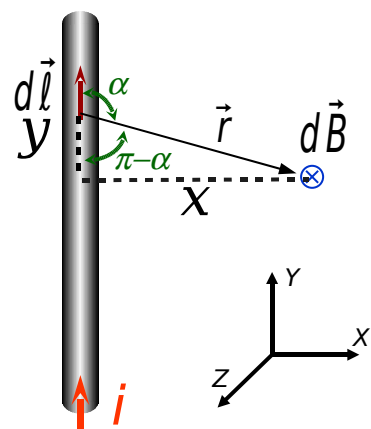


$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

Conductor rectilíneo

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$|d\vec{l} \times \vec{r}| = dy r \sin \alpha$$



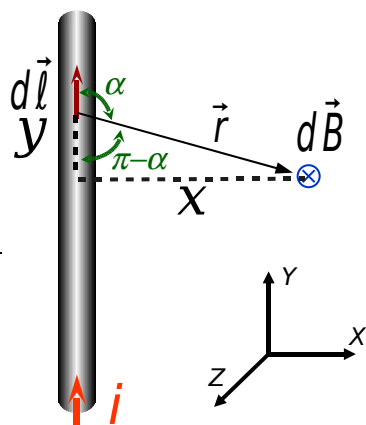
Conductor rectilíneo

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dy r \sin \alpha}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dy \sin \alpha}{r^2}$$

$$x = r \sin(\pi - \alpha) = r \sin \alpha \rightarrow r = \frac{x}{\sin \alpha}$$

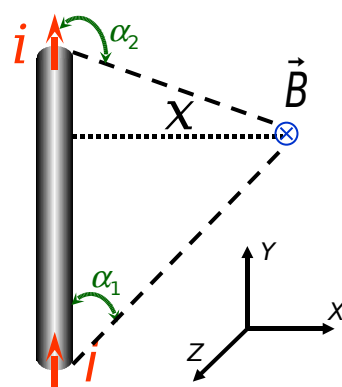
$$y = r \cos(\pi - \alpha) = -r \cos \alpha = \frac{-x \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$dy = -x \frac{-d\alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{x d\alpha}{\sin^2 \alpha}$$



Conductor rectilíneo

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \vec{k}$$



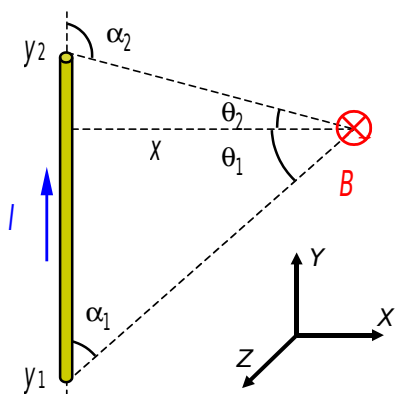
Conductor rectilíneo

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \vec{k}$$

$$\cos \alpha_2 = -\sin \theta_2$$

$$\cos \alpha_1 = \sin \theta_1$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} (\sin \theta_2 + \sin \theta_1)$$

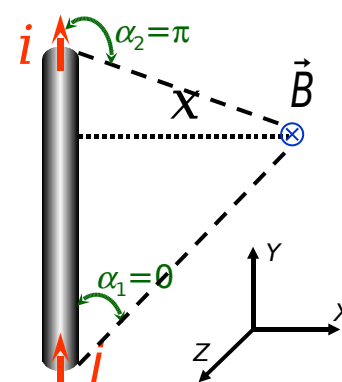


Conductor rectilíneo infinito

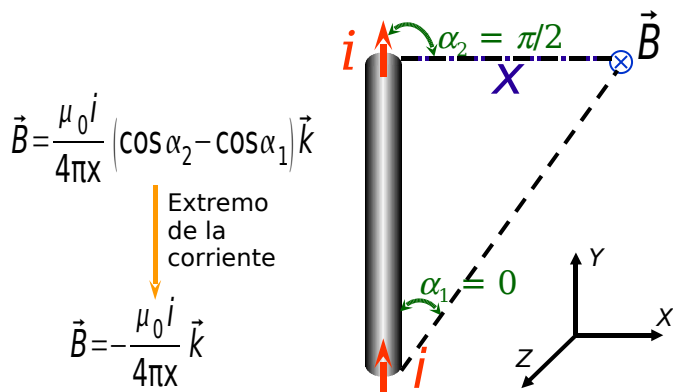
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \vec{k}$$

Conductor Infinito

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi x} \vec{k}$$

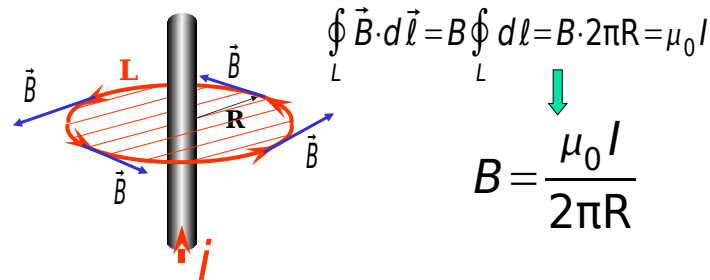


Conductor rectilíneo muy largo en su extremo



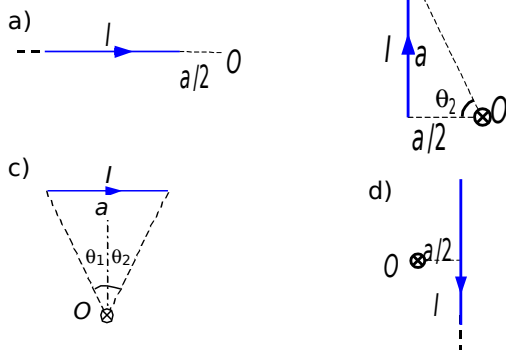
Conductor rectilíneo indefinido

- Las líneas de campo son circunferencias, por lo que tomando una de ellas de radio R, la superficie del círculo por ella definido, y aplicando el teorema de Ampère:



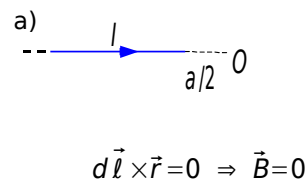
Ejemplo 12-3

Calcula el campo magnético producido por la corriente indefinida de la figura, en el punto O.



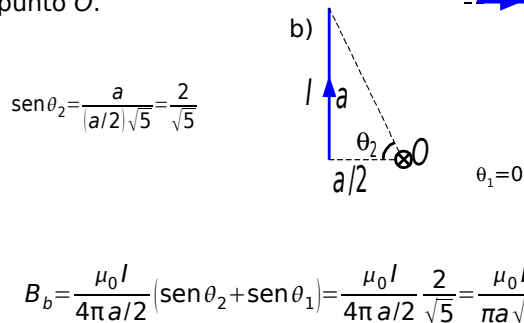
Ejemplo 12-3

Calcula el campo magnético producido por la corriente indefinida de la figura, en el punto O.



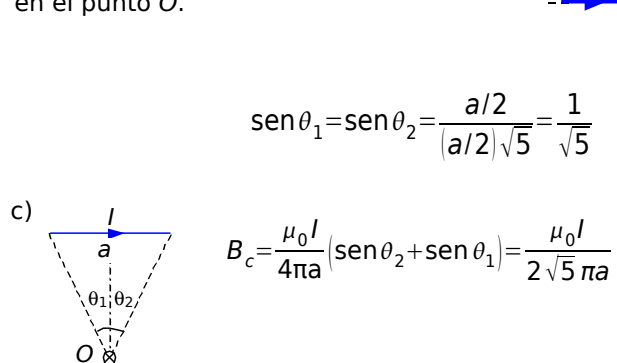
Ejemplo 12-3

Calcula el campo magnético producido por la corriente indefinida de la figura, en el punto O.



Ejemplo 12-3

Calcula el campo magnético producido por la corriente indefinida de la figura, en el punto O.

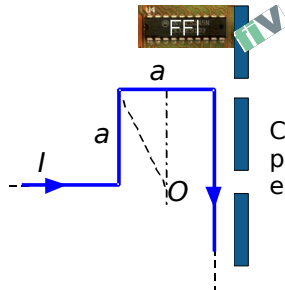
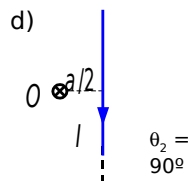


Ejemplo 12-3

Calcula el campo magnético producido por la corriente indefinida de la figura, en el punto O.

$$\sin \theta_1 = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

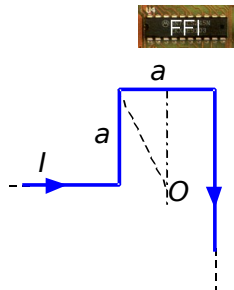
$$B_d = \frac{\mu_0 I}{4\pi a/2} (\sin \theta_2 + \sin \theta_1) = \frac{\mu_0 I}{\pi a} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$$



Ejemplo 12-3

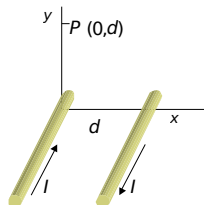
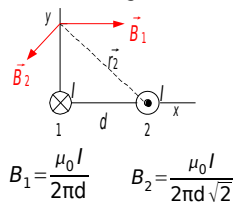
Calcula el campo magnético producido por la corriente indefinida de la figura, en el punto O.

$$B = \frac{\mu_0 I}{\pi a} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{2\sqrt{5}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} (\sqrt{5} + 1)$$



Ejemplo 12-4

Calcula el campo magnético producido por dos corrientes indefinidas de sentido contrario de intensidad I , separadas una distancia d en el punto $P(0,d)$, tal como muestra la figura.



$$\vec{u}_{B1} = \vec{u}_{I1} \times \vec{u}_{r1} = -\vec{k} \times \vec{j} = \vec{i}$$

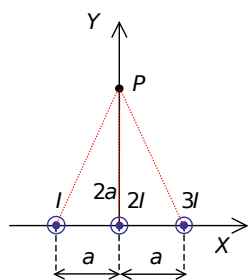
$$\vec{u}_{B2} = \vec{u}_{I2} \times \vec{u}_{r2} = \vec{k} \times \left(\frac{-d\vec{i} + d\vec{j}}{d\sqrt{2}} \right) = \vec{k} \times \frac{-\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{-1}{\sqrt{2}} (\vec{i} + \vec{j})$$

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \vec{i} + \frac{\mu_0 I}{2\pi d\sqrt{2}} \frac{-1}{\sqrt{2}} (\vec{i} + \vec{j}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\vec{i} - \vec{j})$$

Problema 18

La figura representa tres hilos conductores rectilíneos y paralelos, de longitud indefinida, recorridos por intensidades I , $2I$ y $3I$, todas ellas en el mismo sentido. Calcula el campo magnético creado por dichas corrientes en el punto P .

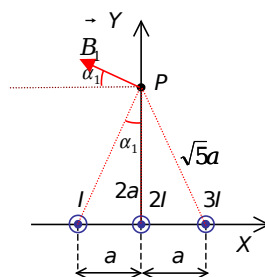
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$



Problema 18

La figura representa tres hilos conductores rectilíneos y paralelos, de longitud indefinida, recorridos por intensidades I , $2I$ y $3I$, todas ellas en el mismo sentido. Calcula el campo magnético creado por dichas corrientes en el punto P .

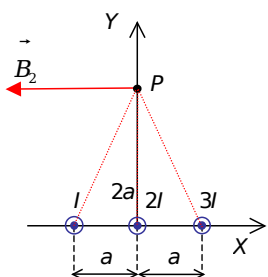
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$



Problema 18

La figura representa tres hilos conductores rectilíneos y paralelos, de longitud indefinida, recorridos por intensidades I , $2I$ y $3I$, todas ellas en el mismo sentido. Calcula el campo magnético creado por dichas corrientes en el punto P .

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$



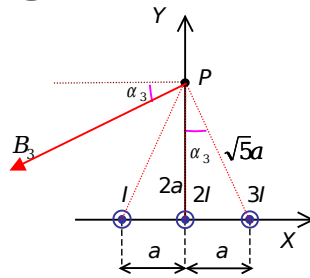
$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{5}a} (-\cos \alpha_1 \vec{i} + \sin \alpha_1 \vec{j}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{5}a} \left(-\frac{2a}{\sqrt{5}a} \vec{i} + \frac{a}{\sqrt{5}a} \vec{j} \right) = \frac{\mu_0 I}{10\pi a} (-2\vec{i} + \vec{j})$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 2I}{2\pi 2a} (-\vec{i}) = -\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \vec{i}$$

Problema 18

La figura representa tres hilos conductores rectilíneos y paralelos, de longitud indefinida, recorridos por intensidades I , $2I$ y $3I$, todas ellas en el mismo sentido. Calcula el campo magnético creado por dichas corrientes en el punto P .

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$



$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_0 3I}{2\pi\sqrt{5}a} (-\cos\alpha_3 \vec{i} - \sin\alpha_3 \vec{j}) = \frac{\mu_0 3I}{2\pi\sqrt{5}a} \left(-\frac{2a}{\sqrt{5}a} \vec{i} - \frac{a}{\sqrt{5}a} \vec{j} \right) = \frac{\mu_0 3I}{10\pi a} (-2\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{10\pi a} (-2\vec{i} + \vec{j})$$

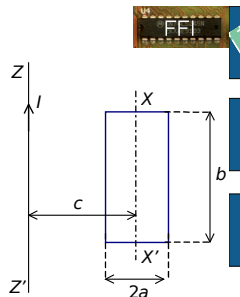
$$\vec{B}_2 = -\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \vec{i}$$

$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_0 3I}{10\pi a} (-2\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(\frac{-2}{5} \vec{i} + \frac{1}{5} \vec{j} - \vec{i} - \frac{6}{5} \vec{i} - \frac{3}{5} \vec{j} \right) = \frac{\mu_0 I}{10\pi a} (-13\vec{i} - 2\vec{j})$$

Problema 24

Un conductor rectilíneo, indefinido, $z'z'$ está recorrido por una corriente de intensidad I . La superficie rectangular de la figura de lados $2a$ y b , puede girar en torno a su eje $x'x$ paralelo al $z'z'$, del que dista una distancia c . Inicialmente el plano de la superficie contiene al conductor $z'z'$. Calcula la variación de flujo magnético creado por I a través de la superficie cuando ésta gira un ángulo de $\pi/2$ en torno a $x'x$.

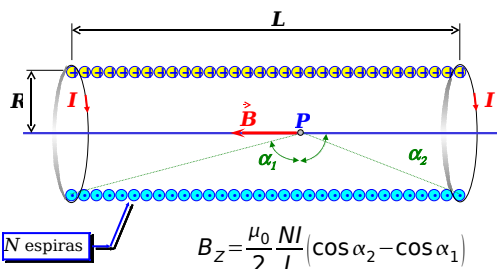


$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\pi/2 \rightarrow \phi_2 = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Solenoides rectos



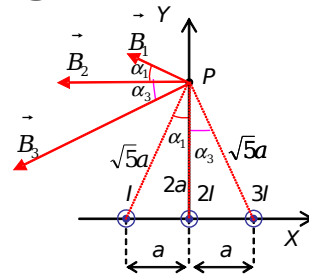
$$B_z = \frac{\mu_0 NI}{2L} (\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$$

$$L \gg R \rightarrow B_z = \frac{\mu_0 NI}{2L} (\cos 0^\circ - \cos 180^\circ) = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

Problema 18

La figura representa tres hilos conductores rectilíneos y paralelos, de longitud indefinida, recorridos por intensidades I , $2I$ y $3I$, todas ellas en el mismo sentido. Calcula el campo magnético creado por dichas corrientes en el punto P .

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$



$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{10\pi a} (-2\vec{i} + \vec{j})$$

$$\vec{B}_2 = -\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \vec{i}$$

$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_0 3I}{10\pi a} (-2\vec{i} - \vec{j})$$

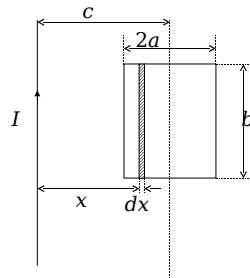
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(\frac{-2}{5} \vec{i} + \frac{1}{5} \vec{j} - \vec{i} - \frac{6}{5} \vec{i} - \frac{3}{5} \vec{j} \right) = \frac{\mu_0 I}{10\pi a} (-13\vec{i} - 2\vec{j})$$

Problema 24

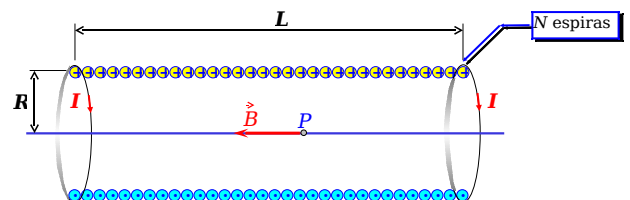
$$\phi_1 = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B dS$$

$$\phi_1 = \int_{c-a}^{c+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} b dx = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \frac{c+a}{c-a}$$

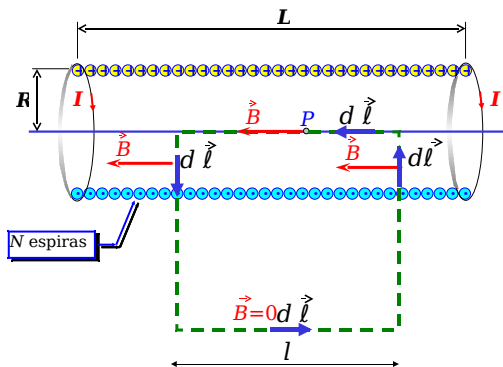
$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = -\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \frac{c+a}{c-a} \text{ (Wb)}$$



Solenoides rectos



Solenoid recto



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \int_1 d\vec{l} = Bl$$

$$\mu_0 \sum I = \mu_0 \frac{l}{L} NI$$

$$B_z = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

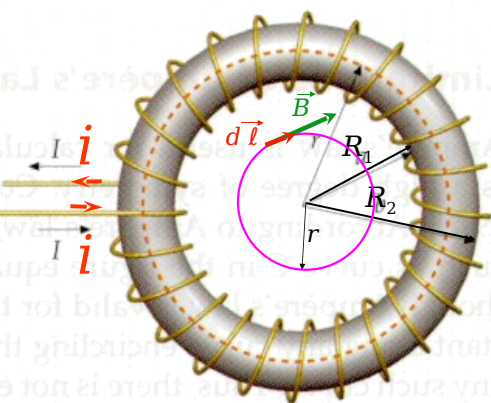
Ejemplo 12-6

Determina el flujo magnético a través de un solenoide de 25 cm de longitud, 1 cm de radio y 4000 vueltas por el que circulan 4 A.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 N^2 I S}{l} = \frac{\mu_0 N^2 I \pi r^2}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4000^2 \cdot 4\pi \cdot 0,01^2}{0,25} = 0,101 \text{ Wb}$$

Solenoid toroidal



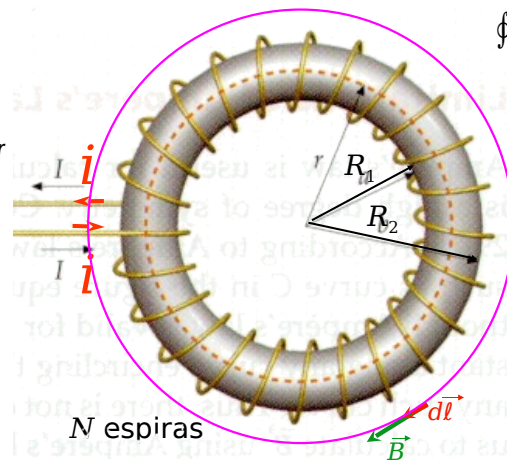
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_C B dl = B 2\pi r$$

$$r < R_1 \rightarrow \mu_0 \sum I_i = 0$$

$$B = 0$$

Solenoid toroidal



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_C B dl = B 2\pi r$$

$$r < R_1 \rightarrow \mu_0 \sum I_i = 0$$

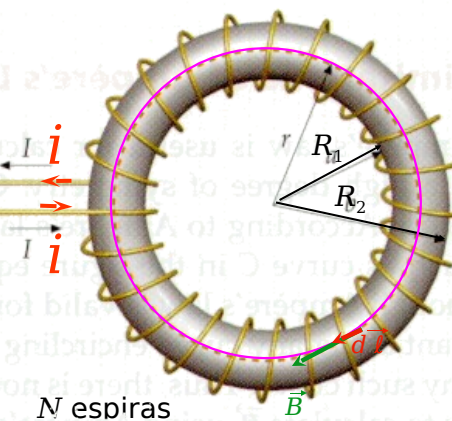
$$B = 0$$

$$r > R_2$$

$$\mu_0 \sum I_i = \mu_0 (N \cdot I - N \cdot I) = 0$$

$$B = 0$$

Solenoid toroidal



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_C B dl = B 2\pi r$$

$$r < R_1$$

$$B = 0$$

$$R_1 < r < R_2$$

$$\mu_0 \sum I_i = \mu_0 NI$$

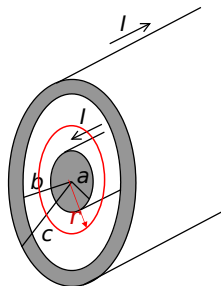
$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

$$r > R_2$$

$$B = 0$$

Problema 26

Un cable largo coaxial está formado por dos conductores concéntricos de radios a al interior, y el exterior (conductor hueco) b de radio interno y c de radio externo. Por los conductores circula la misma intensidad de corriente I pero en sentido opuesto. Calcula el campo magnético en: a) a una distancia $r < a$, b) a una distancia $a < r < b$ entre los conductores, c) a una distancia $b < r < c$ interior al conductor exterior, y d) fuera del cable a $r > c$.



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_C B dl = B \oint_C dl = B 2\pi r = \mu_0 \sum I$$

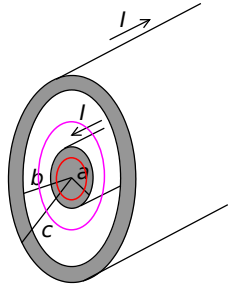
Problema 26

a) $r < a$

$$\sum I = \int_{s_1} \vec{j}_1 \cdot d\vec{S} = \int_{s_1} \frac{I}{\pi a^2} dS = \frac{I}{\pi a^2} \pi r^2 = \frac{I r^2}{a^2}$$

$$B 2\pi r = \mu_0 \sum I$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \frac{I r^2}{a^2} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$$



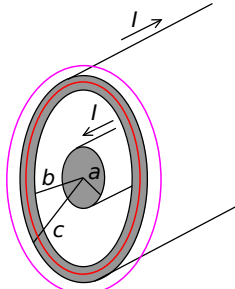
b) $a < r < b$

$$\sum I = I \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

c) $b < r < c$

$$\sum I = I - \int_{s_2} \vec{j}_2 \cdot d\vec{S} = I - \int_{s_2} \frac{I}{\pi(c^2 - b^2)} dS = I - I \left[\frac{\pi(r^2 - b^2)}{\pi(c^2 - b^2)} \right] = I \left[\frac{c^2 - r^2}{c^2 - b^2} \right]$$

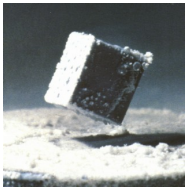
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{c^2 - r^2}{c^2 - b^2}$$



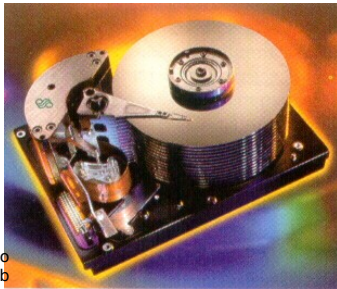
d) $r > c$

$$\sum I = I - I = 0 \Rightarrow B = 0$$

Materiales ferromagnéticos

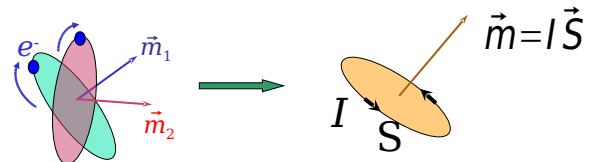


Disco magnético de 47 Gb



Imantación

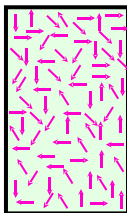
- Cada uno de los electrones de un **átomo** es comparable a una corriente eléctrica que recorriera una espira como la órbita del e⁻, definiendo un **momento magnético para cada e⁻**. Los momentos magnéticos de todos los e⁻ de un átomo pueden anularse entre sí, dando lugar a materiales cuyos átomos presenten **momento magnético nulo**. Pero también puede ocurrir que los átomos tengan un **momento magnético neto no nulo**:



Imantación

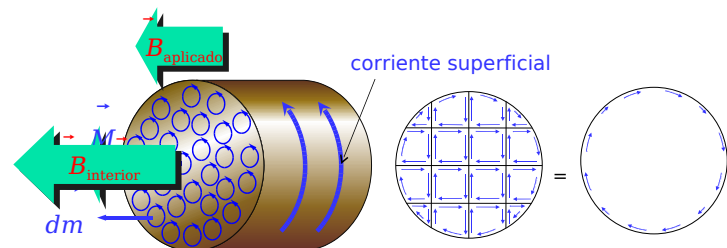
- En los materiales cuyos átomos presentan momentos magnéticos no nulos, al **momento magnético total por unidad de volumen** se le llama **imantación**, y es una magnitud vectorial, $\vec{M}$.

Momento magnético de uno de los átomos



$$\frac{d\vec{m}}{dV} = \vec{M} \quad [\text{IL}^{-1}]$$

Imantación



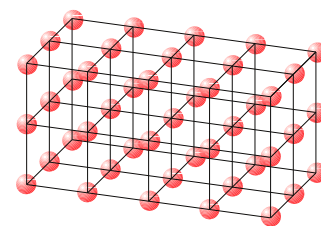
$$\vec{M} = \chi_m \frac{\vec{B}_{ap}}{\mu_0} \quad \chi_m \text{ susceptibilidad magnética}$$

$$\text{Permeabilidad magnética relativa } \mu_r = 1 + \chi_m = \frac{B_{\text{interior}}}{B_{\text{aplicado}}} \quad \begin{cases} > 1 \\ = 1 \\ < 1 \end{cases}$$

Permeabilidad magnética relativa

Sustancia	μ_r	Sustancia	μ_r	
Bismuto	0.99983	Vacío	1	Paramagnéticos
Mercurio	0.999968	Aire	1.0000036	
Oro	0.999964	Aluminio	1.000021	
Plata	0.99998	Volfranio	1.000068	
Plomo	0.999983	Paladio	1.00082	
Cobre	0.999991	Cobalto	250	Ferromagnéticos
Agua	0.999991	Níquel	600	
		Hierro comercial	6000	
		Hierro alta pureza	$2 \cdot 10^6$	
		Superalloy (79%Ni, 5%Mo)	10^6	

Ferromagnetismo

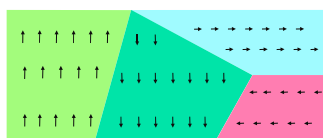


Direcciones "faciles"
Imantación preferente

direcciones "dificiles"

Ferromagnetismo

Dominios magnéticos



$$\vec{M}$$

$$\rightarrow B_{\text{aplicado}}$$

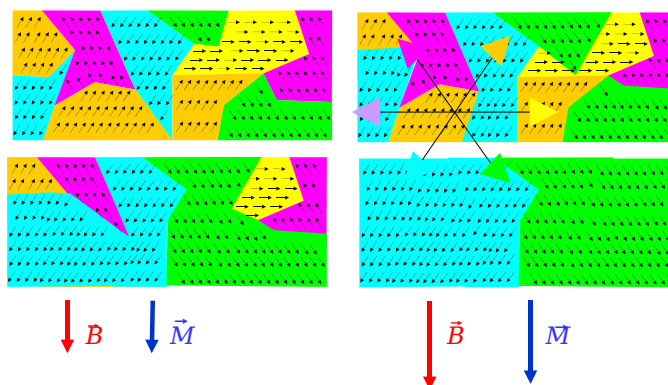
$$\rightarrow B_{\text{interio}}$$

$$\mu_r \gg 1$$

Ferromagnetismo

Crecimiento de los dominios magnéticos

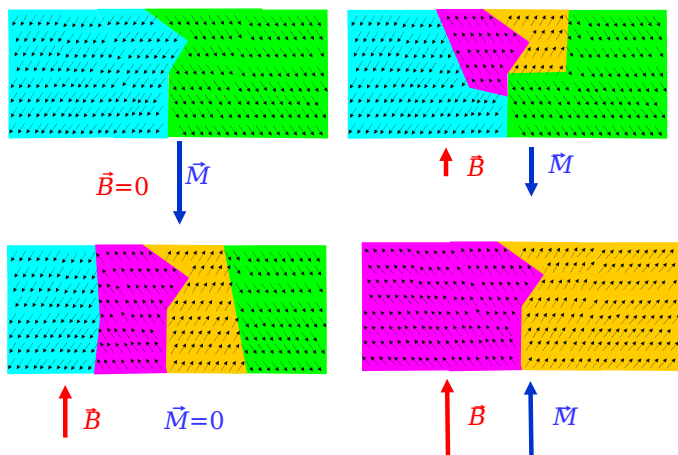
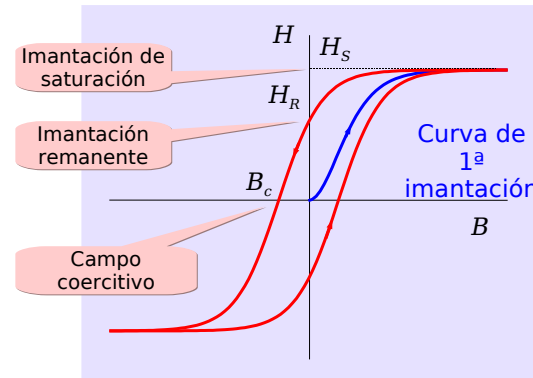
$$B = 0 \quad \vec{M} = 0$$



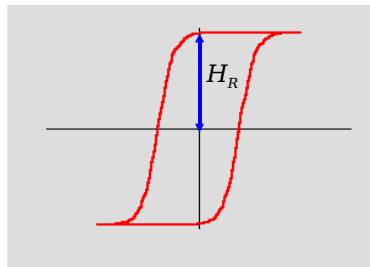
Ferromagnetismo

Ferromagnetismo

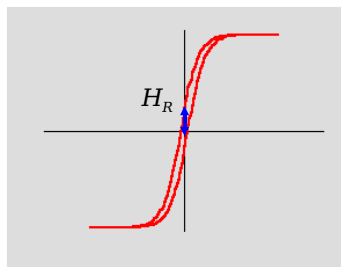
Ciclo de histéresis



Materiales duros y blandos

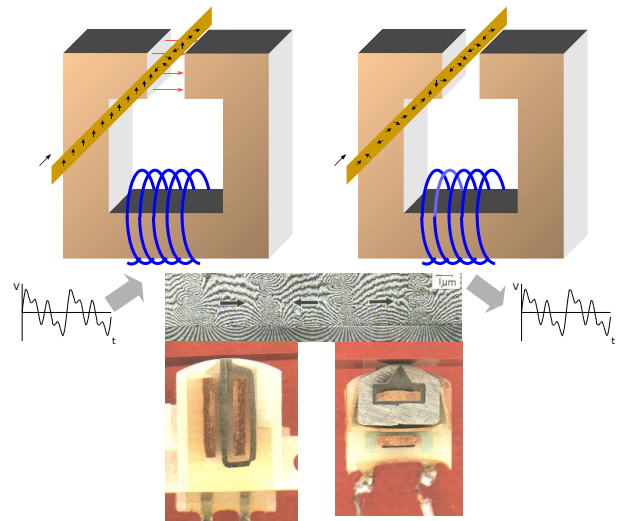


Material "duro"
 $M_r \gg$
 Acero

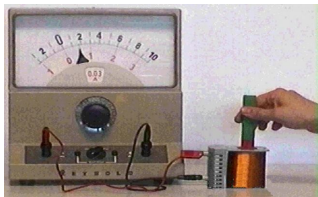


Material "blando"
 $M_r \ll$
 Hierro

Grabación y reproducción



Tema 9



Inducción electromagnética



Michael Faraday 1791-1867

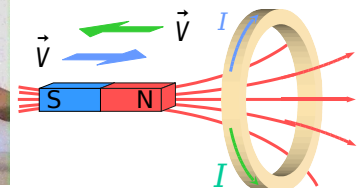
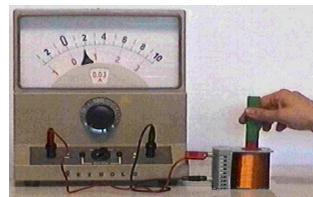
Inducción electromagnética

1. Fenómenos de inducción electromagnética.
2. Ley de Faraday. Ley de Lenz.
3. Inducción mutua. Autoinducción.
4. Circuito RL .
5. Energía almacenada en una autoinducción. Densidad de energía del campo magnético.
6. Aplicaciones de los fenómenos de inducción.

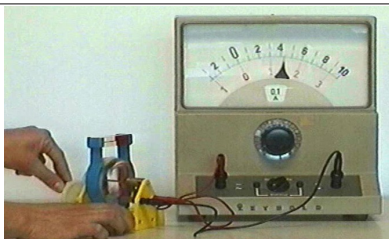
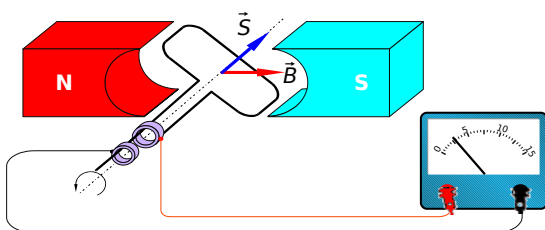
Objetivos

- Describir fenómenos de inducción electromagnética.
- Enunciar la ley de Faraday y la ley de Lenz y aplicarlas al cálculo de f.e.m. inducidas por flujos magnéticos variables.
- Conocer aplicaciones basadas en los fenómenos de inducción.
- Definir los conceptos de autoinducción, inducción mutua.
- Analizar circuitos con bobinas y resistencias.
- Definir energía magnética y densidad de energía.

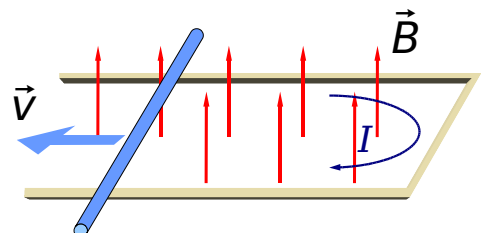
Fenómenos de inducción electromagnética



Fenómenos de inducción electromagnética



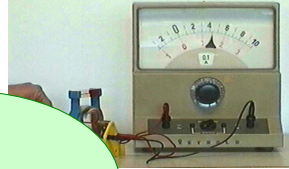
Fenómenos de inducción electromagnética



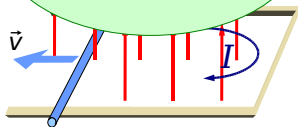
Fenómenos de inducción electromagnética

Varía el campo magnético en la bobina

Varía el ángulo entre la superficie y el campo magnético

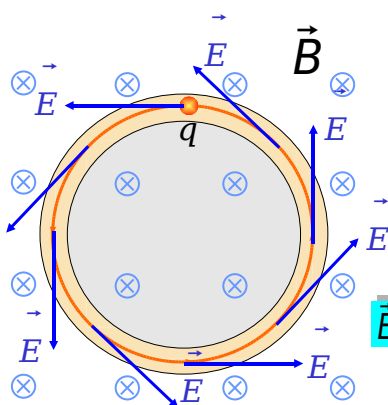


$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B dS \cos \alpha$$



Varía la superficie de la espira

Ley de Faraday



$$\Phi(t)$$

Φ varía con t

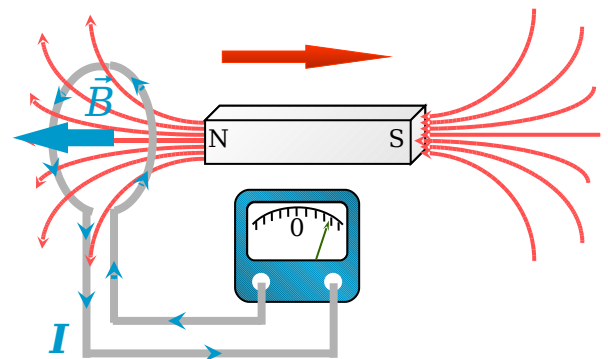
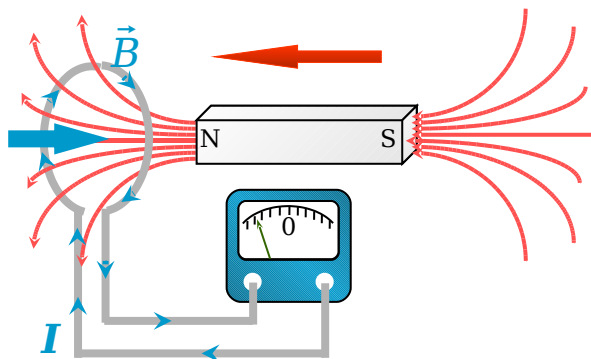
$$\varepsilon = \frac{W}{q} = \oint \frac{\vec{F}}{q} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$\vec{E}$ No es conservativo

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Ley de Lenz



Ley de Faraday

- Las corrientes que aparecen por inducción en una espira son debidas a la aparición de **fuerzas electromotrices (ε)**, cuyo valor **depende de la rapidez** con que **varía el flujo** magnético que atraviesa la espira:

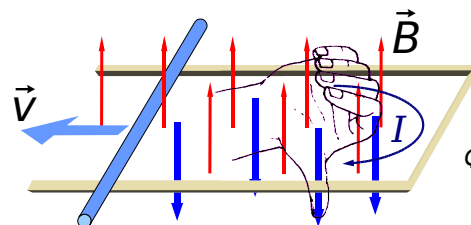
$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$$

Ley de Lenz

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B dS \cos \alpha$$

Ley de Lenz

- La polaridad de **la f.e.m.** es tal que ésta tiende a producir una corriente que crea un flujo magnético que **se opone al cambio en el flujo** magnético a través del circuito.
- La **corriente inducida tiende a mantener el flujo** original a través del circuito.

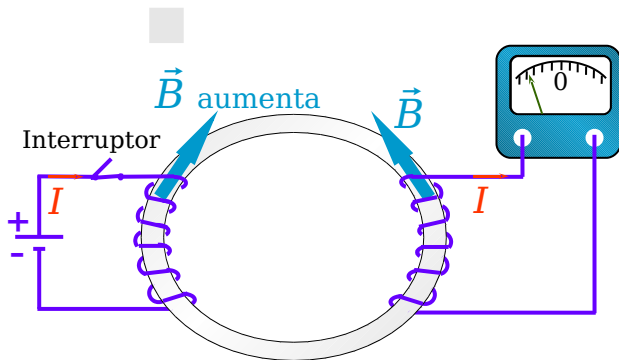


$\vec{S}$ aumenta

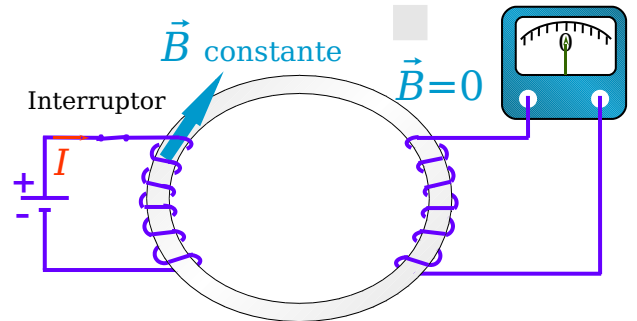
$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \text{ aumenta}$$

Ley de Lenz

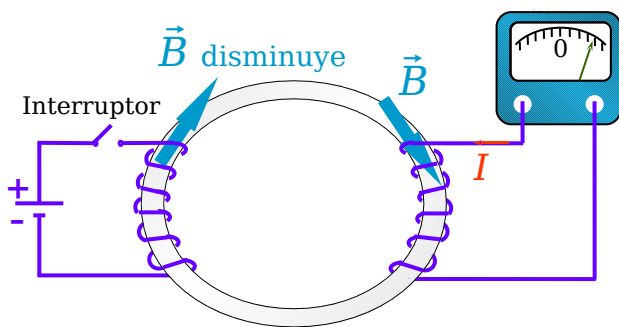
Ley de Lenz



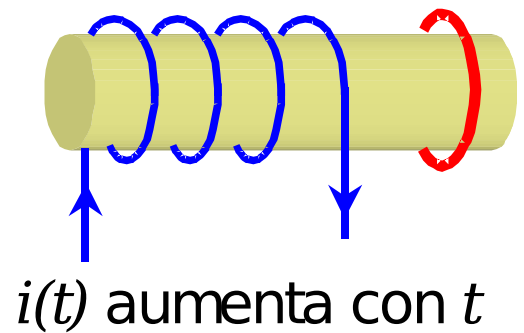
Ley de Lenz



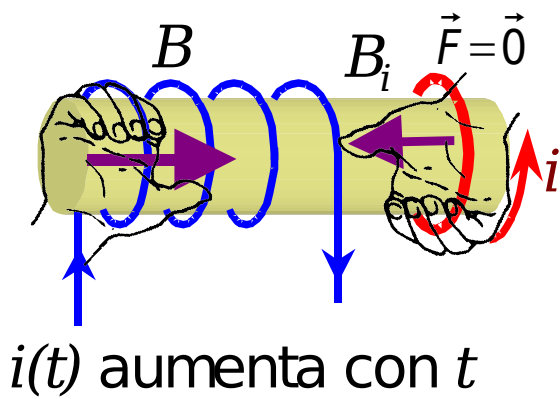
Ley de Lenz



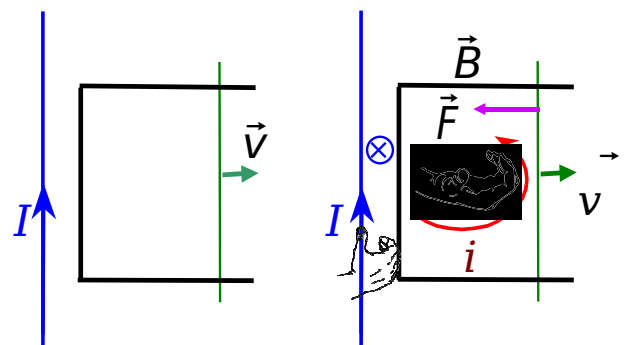
Ejercicio 1a



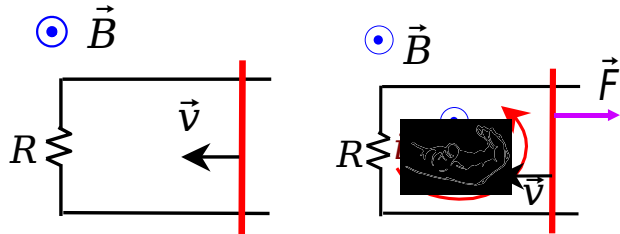
Ejercicio 1a



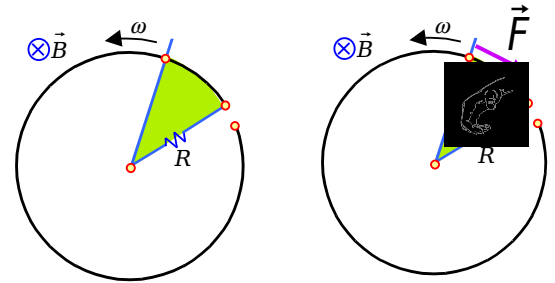
Ejercicio 1b



Ejercicio 1c

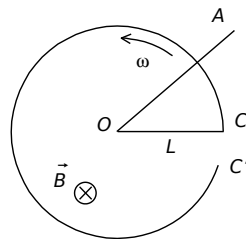


Ejercicio 1d



Problema 7

7. Un aro metálico de radio L y resistencia despreciable, abierto entre C y C' , está situado en el interior de un campo magnético B , uniforme, normal al plano del aro y sentido el que se indica en la figura, una barra de cobre, en el dibujo OA , gira alrededor de su extremo O , coincidente con el centro del aro, con velocidad angular ω constante, permaneciendo su extremo A en permanente contacto con el aro. Entre O y C hay un hilo conductor de resistencia R . Calcula:



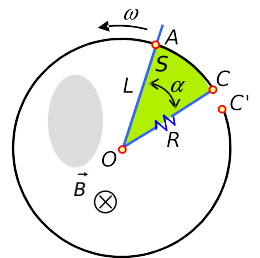
$$a) \quad \Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B dS = B \int_S dS = B S$$

$$S = \frac{L^2 \alpha}{2} \quad \alpha = \omega t$$

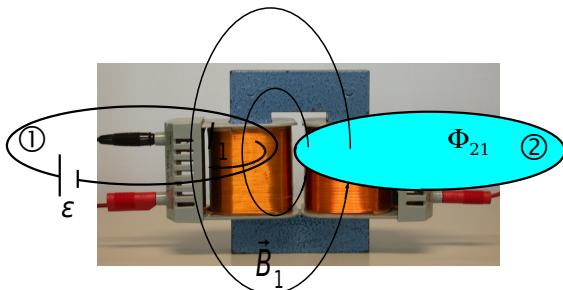
$$\Phi = B \frac{L^2 \alpha}{2} = \frac{B L^2 \omega t}{2} \quad (\text{Wb})$$

$$b) \quad |\mathcal{E}| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{B \omega L^2}{2} \quad (\text{V})$$

$$c) \quad i = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{B \omega L^2}{2 R} \quad (\text{A})$$

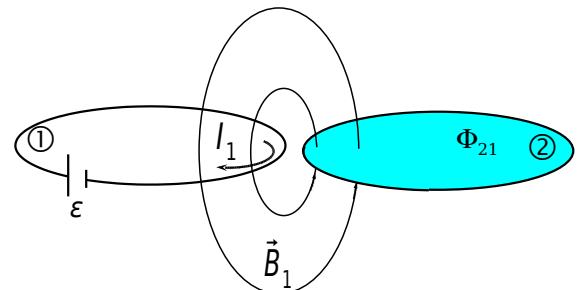


Coefficientes de inducción: Inductancia mutua



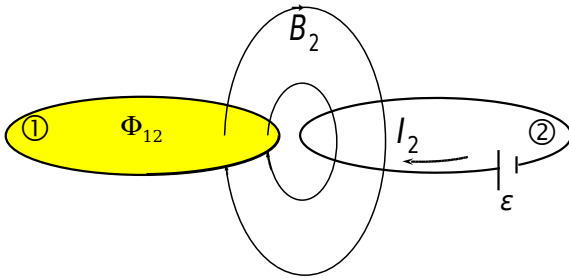
- Coeficiente de inducción mutua M_{21} del circuito 2 con respecto al 1: $\Phi_{21} = M_{21} I_1$

Coefficientes de inducción: Inductancia mutua



- Coeficiente de inducción mutua M_{21} del circuito 2 con respecto al 1: $\Phi_{21} = M_{21} I_1$

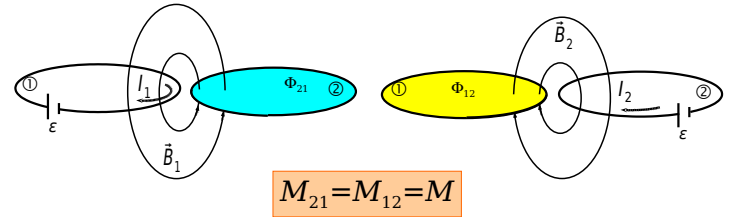
Coefficientes de inducción: Inductancia mutua



- Coefficiente de inducción mutua M_{12} del circuito 1 con respecto al 2:

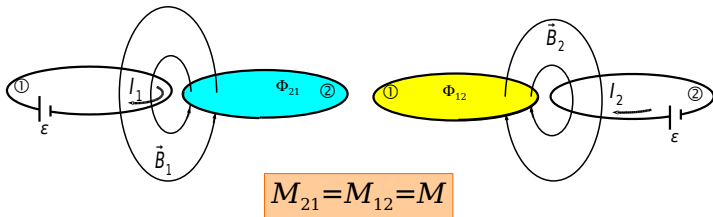
$$\Phi_{12} = M_{12} I_2$$

Coefficientes de inducción: Inductancia mutua



$$M_{21} = M_{12} = M$$

Coefficientes de inducción: Inductancia mutua

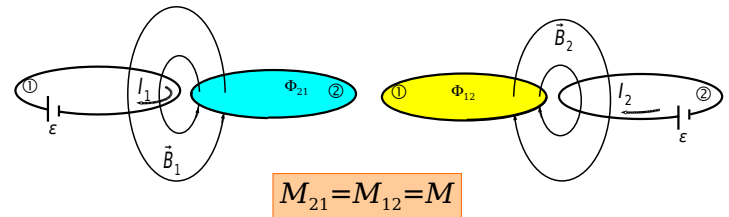


$$M_{21} = M_{12} = M$$

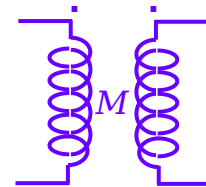
• Si $I_1 = I_1(t)$; $\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M \frac{dI_1}{dt}$

S.I. M : henrio (H) $H = \frac{Vs}{A}$

Coefficientes de inducción: Inductancia mutua



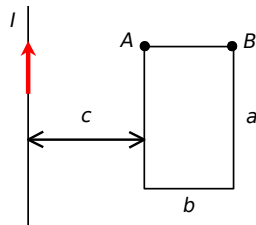
$$M_{21} = M_{12} = M$$



Problema 6

6. Sea un conductor rectilíneo infinito por el que circula una corriente de intensidad $I = Kt$ donde K es una constante positiva. Una espira rectangular de lados a y b se sitúa en el plano del conductor tal como se muestra en la figura. Calcula:

- f.e.m. inducida ε_i .
- Si la espira tiene una resistencia R , cuánto vale la i inducida, indicando su sentido.
- Fuerza magnética sobre el lado AB (módulo, dirección y sentido).
- Coefficiente de inducción mutua entre el hilo y la espira (M).



Problema 6

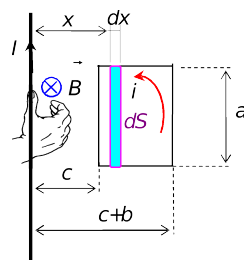
a) $B = \mu_0 \frac{I}{2\pi x}$

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B dS = \int_c^{c+b} \frac{\mu_0 I a}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right) \quad (\text{Wb})$$

$$|\varepsilon_i| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right) \right) = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right) \frac{d(Kt)}{dt} = \frac{\mu_0 a K}{2\pi} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right) \quad (\text{V})$$

b)

$$I_i = \frac{|\varepsilon_i|}{R} = \frac{\mu_0 a K}{2\pi R} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right) \quad (\text{A}) \quad \text{antihorario}$$

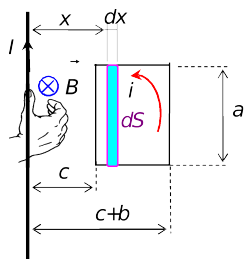


Problema 6

c) $\vec{F} = i \int_c d\vec{l} \times \vec{B}$

$$F = i \int_c B dx = i \int_c \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{dx}{x} = \left(\frac{\mu_0 K}{2\pi} \ln \left(\frac{c+b}{c} \right) \right)^2 \frac{a}{R} \text{ (N)}$$

d) $M = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln \left(\frac{c+b}{c} \right) \text{ (H)}$



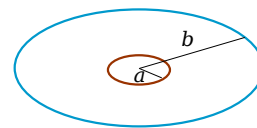
Problema 11

11. Dos espiras circulares, de radios $a=1 \text{ cm}$ y $b=50 \text{ cm}$, concéntricas, están situadas en el mismo plano. (Se considera $a \ll b$). Calcula:

a) Coeficiente de inducción mutua de ambas espiras.

b) Flujo magnético que atraviesa la espira de radio b cuando por la de radio a circula una intensidad $I = 5 \text{ A}$.

c) ¿En qué se traduce que la relación de radios de ambas espiras sea $a \ll b$? Considera la posibilidad de que la diferencia entre a y b no fuese grande y analiza la complejidad del problema resultante. Compara la resolución del ejercicio con el ejemplo resuelto 15-5 buscando analogías y diferencias.



Problema 11

a) $B = \frac{\mu_0 I_b}{2b}$

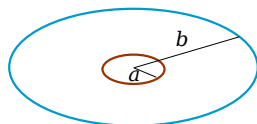
$$\Phi = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = BS = \frac{\mu_0 I_b \pi a^2}{2b}$$

$$M = \frac{\Phi_a}{I_b} = \frac{\mu_0 \pi a^2}{2b}$$

$$M = \frac{\Phi_a}{I_b} = \frac{\mu_0 \pi a^2}{2b} = \frac{4\pi 10^{-7} \pi 10^{-4}}{2 \cdot 50 \cdot 10^{-2}} = 4 \cdot 10^{-11} \pi^2 = 3,95 \cdot 10^{-10} \text{ H}$$

b)

$$\Phi_b = M I_a = 4 \cdot 10^{-11} \pi^2 \cdot 5 = 2\pi^2 \cdot 10^{-10} = 1,97 \cdot 10^{-9} \text{ Wb}$$

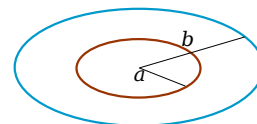


Problema 11

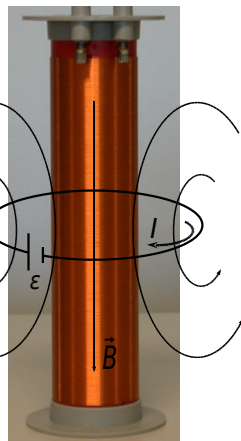
c) $a \ll b$

$$B \neq \frac{\mu_0 I_b}{2b}$$

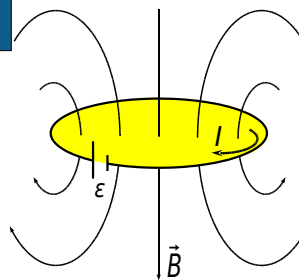
$$\Phi = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} \neq BS$$



Coeficientes de inducción: autoinducción



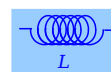
Coeficientes de inducción: autoinducción



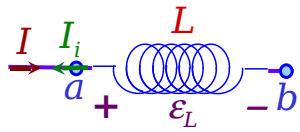
$$\Phi = LI$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

S.I. L : henrio (H)

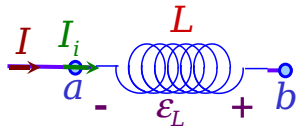


Autoinducción



I
aumenta

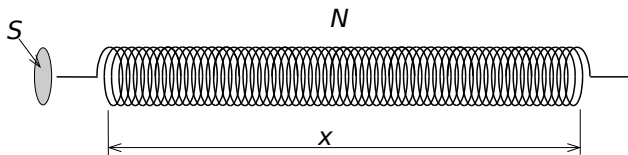
$$V_b - V_a = -L \frac{di}{dt} < 0$$



I
disminuye

$$V_b - V_a = -L \frac{di}{dt} > 0$$

Ejemplo 13-5



$$L = \frac{\Phi}{I}$$

$$\Phi = N \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

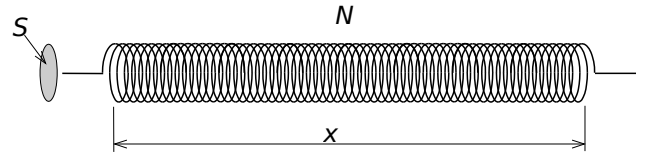
$$\Phi = N \int_S B dS = NB \int_S dS = NBS = N \frac{\mu_0 NI}{x} = \frac{\mu_0 N^2 S}{x} I$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{x} = \mu_0 n^2 x \quad n \text{ número de espiras por unidad de longitud}$$

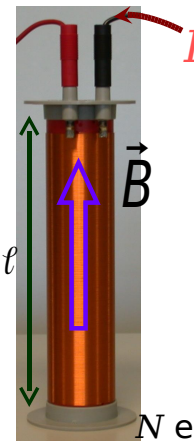
$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{x} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 500^2 \pi \cdot 0,05^2}{0,5} = 4,93 \text{ mH}$$

Ejemplo 13-5

Determina la expresión del coeficiente de autoinducción del solenoide de la figura, suponiendo que es muy largo comparado con su radio, que el número de espiras N es grande, y conociendo que al circular por él una corriente I la expresión del campo magnético en su interior es: $B = \mu_0 NI/x$. Aplicalo al caso concreto de un solenoide de 500 espiras de 5 cm de radio, y una longitud de 50 cm.



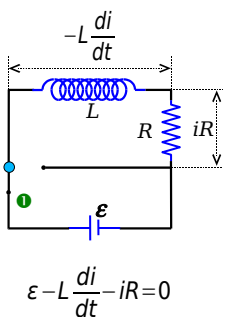
Solenoide



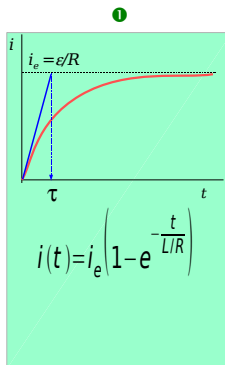
$$L = \frac{\mu_0 S N^2}{\ell}$$

N espiras

Circuito RL

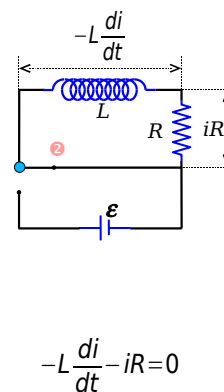


$$\varepsilon - L \frac{di}{dt} - iR = 0$$

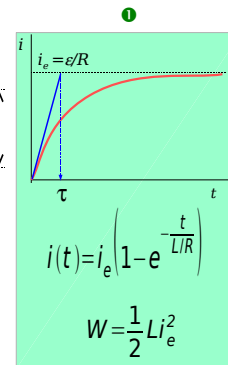


Constante de tiempo $\tau = L/R$

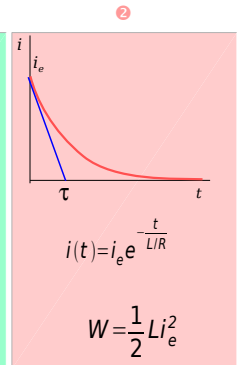
Energía almacenada por una autoinducción



$$-L \frac{di}{dt} - iR = 0$$



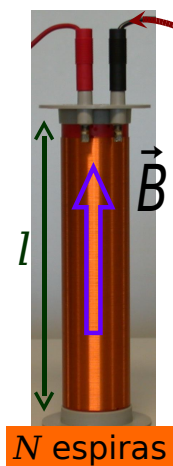
$$W = \frac{1}{2} L i_e^2$$



$$W = \frac{1}{2} L i_e^2$$

Constante de tiempo $\tau = L/R$

Energía del campo magnético



$$W = \frac{1}{2} L i_e^2$$

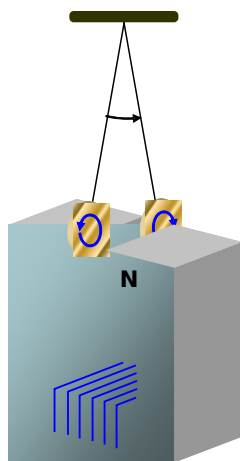
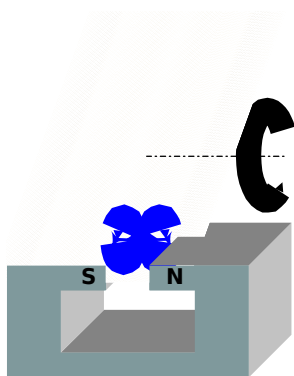
$$L = \frac{\mu_0 S N^2}{l}$$

$$W = \frac{1}{2\mu_0} B^2 V_{ol}$$

$$\omega_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

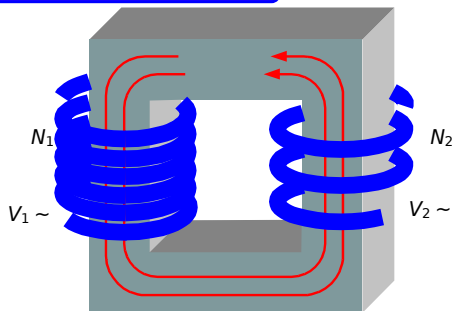
Aplicaciones

Corrientes de Foucault:



Aplicaciones

Transformador:



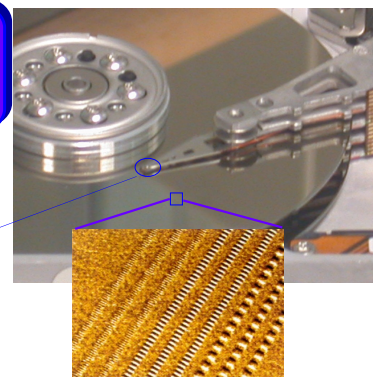
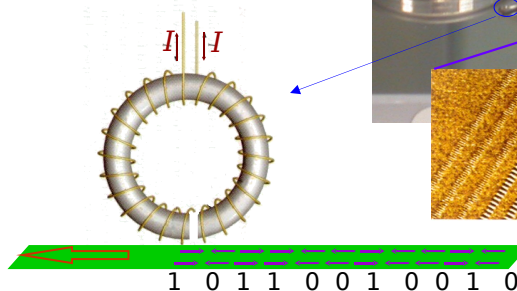
$$\varepsilon_1 = V_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt};$$

$$\varepsilon_2 = V_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2} \Rightarrow V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1$$

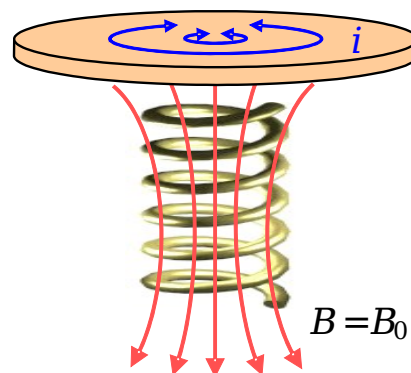
Aplicaciones

Sistemas de lectura magnéticos:



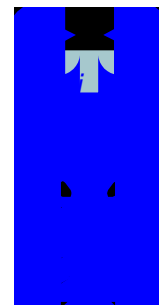
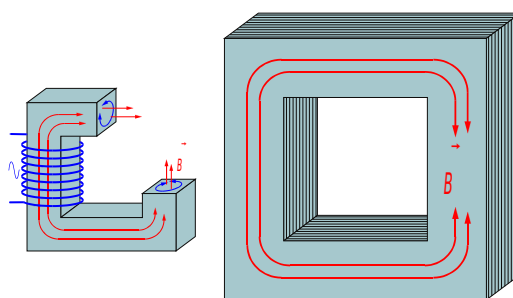
Aplicaciones

Corrientes de Foucault:



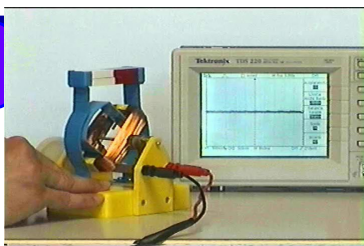
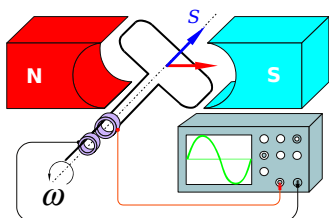
Aplicaciones

Transformador - corrientes de Foucault:

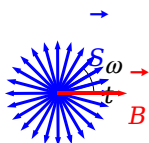


Generador de corriente alterna

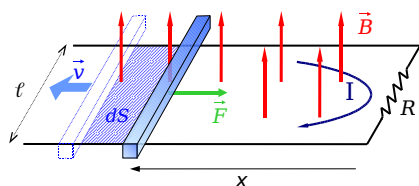
Generador de corriente alterna:



$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = BNS\omega \sin \omega t$$



Fuerza sobre una barra móvil

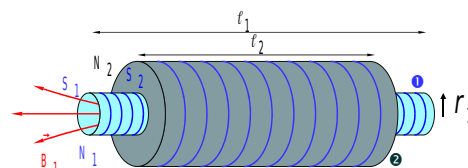


$$\varepsilon = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = Blv$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Blv}{R}$$

$$\vec{F} = -\frac{B^2 l^2}{R} \vec{v}$$

Inducción mutua

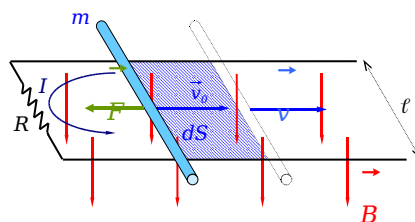


$$B_2 = \frac{\mu_0 N_2 i_2}{l_2}$$

$$\Phi_{12} = N_1 B_2 S_1$$

$$M = \frac{\Phi_{12}}{i_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi r_1^2}{l_1}$$

Barra lanzada con velocidad inicial



$$\varepsilon = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = Blv$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Blv}{R}$$

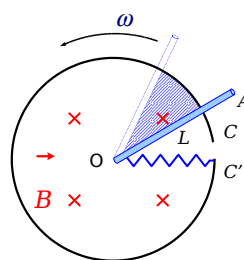
$$\vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B} - \frac{B^2 l^2 \vec{v}}{R} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad -\frac{mR}{B^2 l^2} \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = t \quad v = v_0 e^{-\frac{B^2 l^2}{mR} t}$$

Barra lanzada con velocidad inicial

$$m = 1 \text{ g} \quad B = 0,05 \text{ T} \quad R = 3 \Omega$$

$$L = 0,1 \text{ m} \quad v_0 = 2 \text{ m/s} \quad T(1/2) = 83,18 \text{ s}$$

Inducción en una barra con movimiento circular



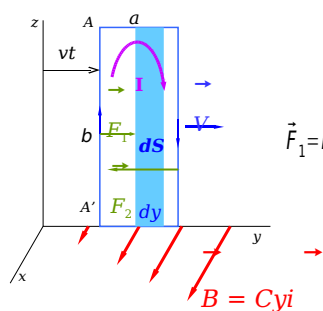
$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = B \frac{dS}{dt} = B \frac{\pi L^2}{T}$$

$$\varepsilon = B \frac{\pi L^2}{2\pi / \omega} = \frac{1}{2} B L^2 \omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{B L^2 \omega}{2R}$$



Flujos sobre una espira móvil



$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = Cyb dy$$

$$\vec{F}_1 = I \vec{b} \times \vec{B}_1 = \frac{avCb}{R} bCvt \vec{j} = \frac{avC^2b^2}{R} vt \vec{j}$$

$$B = Cyi$$

$$\vec{F}_2 = I \vec{b} \times \vec{B}_2 = -\frac{avCb}{R} bC(vt+a) \vec{j} = -\frac{avC^2b^2}{R} (vt+a) \vec{j}$$

Tema 10

Corriente alterna sinusoidal



10. Corriente alterna sinusoidal (c.a.s.)

1. Introducción. Generación de una c.a.s.
2. Características de una c.a.s.
3. Respuesta de los dipolos básicos.
4. Impedancia de un dipolo RLC en serie.
5. Potencia de un dipolo RLC en serie.
6. Resonancia y filtros.
7. Notación compleja de la c.a.s.

Objetivos

- Conocer las características de la corriente alterna, y su efecto sobre resistencias, condensadores y bobinas.
- Interpretar el desfase entre diferencia de potencial e intensidad de corriente en circuitos de corriente alterna.
- Calcular relaciones entre diferencias de potencial e intensidades de corriente en dipolos RLC en serie.
- Definir la impedancia de un circuito.
- Analizar un circuito RLC serie desde el punto de vista energético.
- Conocer el significado del factor de potencia.
- Estudiar la resonancia de un circuito RLC y sus aplicaciones a filtros.
- Conocer la notación compleja en corriente alterna.

Introducción

- Fácil generación.



- Fácil transporte.

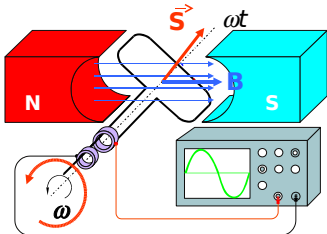


- Fácil transformación.



Generación de cas

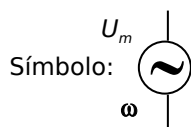
- Bobina girando en el interior de un campo magnético B .



$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \omega t$$



$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = NSB \omega \sin(\omega t + \phi_0)$$

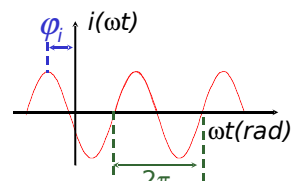
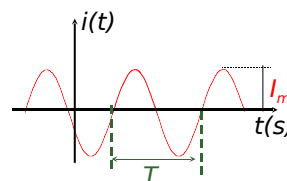


Características de una cas

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$$

$i(t)$: Valor instantáneo de la intensidad (A) I_m : amplitud (A)

ω : pulsación (rad/s) ϕ_i : fase inicial (rad) $(\omega t + \phi_i)$: fase (rad)



T : periodo (s) f : frecuencia (Hz) = $1/T$ $\omega = 2\pi f$

En caso de que la c.a.s. representara una tensión, tanto el valor instantáneo como la amplitud vendrían expresados en voltios.

Valor eficaz

- valor eficaz (o valor cuadrático medio)

$$I_{ef} = I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

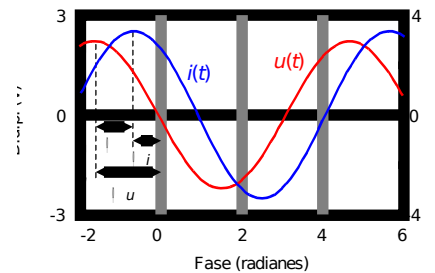
$$U_{ef} = U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u(t)^2 dt} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

- La intensidad eficaz de una corriente alterna sinusoidal es igual al valor de la intensidad de corriente continua que disipa la misma energía por efecto Joule durante un tiempo T .

Desfase de dos señales

- Se define el **desfase** entre dos señales como la diferencia entre sus fases iniciales. En particular, se define el **desfase entre tensión e intensidad** (ϕ) como:

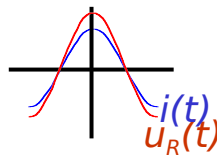
$$\phi = \phi_u - \phi_i$$



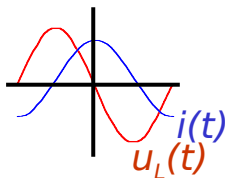
Desfase de dos señales

- Dependiendo del signo de $\phi = \phi_u - \phi_i$, se dice que:

- $\phi = 0$ $u(t)$ está en fase con $i(t)$

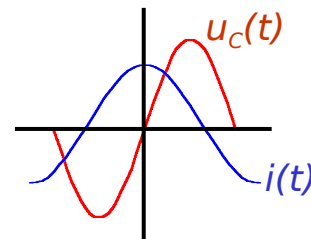


- $\phi > 0$ $u(t)$ está adelantada respecto a $i(t)$

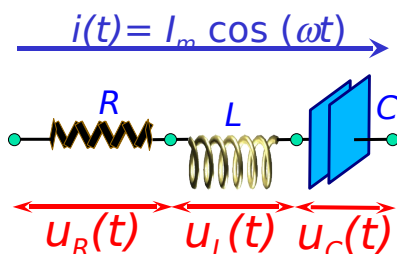


Desfase de dos señales

- $\phi < 0$ $u(t)$ está retrasada respecto a $i(t)$



Circuito RLC serie



$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$$

Circuito RLC serie

Resistencia, ley de Ohm: $u_R(t) = Ri(t)$

Bobina, ley de Faraday $u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$

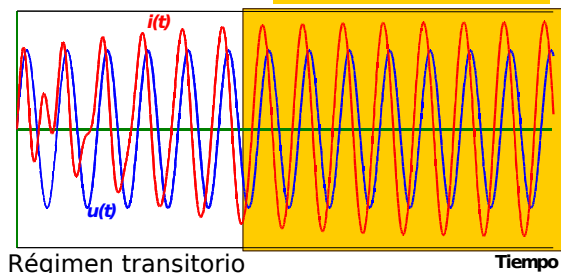
Condensador, $u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$ $\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{i(t)}{C}$

$$\frac{du(t)}{dt} = R \frac{di(t)}{dt} + L \frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{i(t)}{C} = -U_m \omega \sin(\omega t + \phi_u)$$

Circuito RLC serie

$$\frac{du(t)}{dt} = R \frac{di(t)}{dt} + L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \frac{i(t)}{C} = -U_m \omega \sin(\omega t + \phi_u)$$

Régimen estacionario



CAS en una resistencia

Sea una resistencia recorrida por una $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$

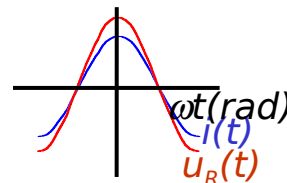
$$u_R(t) = R i(t) = R I_m \cos(\omega t + \phi_i)$$

Pero $u_R(t) = U_{Rm} \cos(\omega t + \phi_R)$

Luego

$$\begin{cases} U_{Rm} = I_m R \\ \phi_R = \phi_i \\ \phi = \phi_R - \phi_i = 0 \end{cases}$$

(u está en fase con i)



CAS en una autoinducción

Sea una autoinducción recorrida por una $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$

$$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = -L \omega I_m \sin(\omega t + \phi_i) = L \omega I_m \cos(\omega t + \phi_i + \pi/2)$$

Pero $u_L(t) = U_{Lm} \cos(\omega t + \phi_L)$

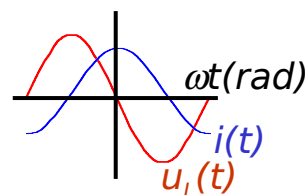
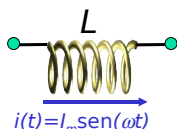
$$L\omega = X_L$$

Luego

$$\begin{cases} U_{Lm} = I_m L\omega = X_L I_m \\ \phi = \phi_L - \phi_i = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

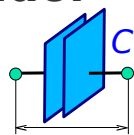
Reactancia inductiva ó Inductancia (Ω)

CAS en una autoinducción



(u adelantada 90° respecto de i)

CAS en un condensador



Sea un condensador sometido a una tensión $u(t) = U_m \cos(\omega t + \phi_u)$

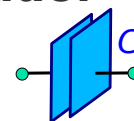
$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu(t))}{dt} = -CU_m \omega \sin(\omega t + \phi_c) = CU_m \omega \cos(\omega t + \phi_c + \frac{\pi}{2})$$

Pero como $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$

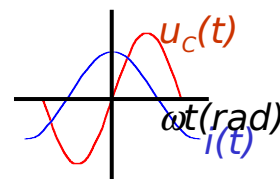
$$\begin{cases} U_{Cm} = \frac{I_m}{C\omega} = X_C I_m \\ \phi = \phi_c - \phi_i = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$\frac{1}{C\omega} = X_C$ Reactancia capacitiva ó Capacitancia (Ω)

CAS en un condensador



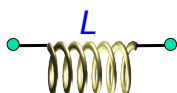
(u retrasada 90° respecto de i)



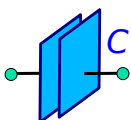
Circuitos en CAS: R, L y C



$$u_R = I_m R \cos(\omega t + \phi_R) \quad \left\{ \begin{array}{l} U_m^R = R I_m \\ \phi = 0 \end{array} \right.$$



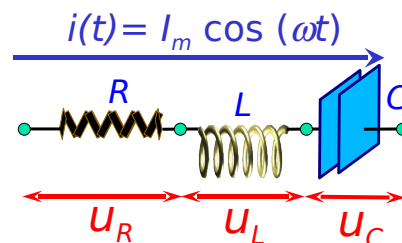
$$u_L = I_m L \omega \cos(\omega t + \phi_L) \quad \left\{ \begin{array}{l} U_m^L = X_L I_m \\ \phi = +\frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$



$$u_C = \frac{I_m}{C\omega} \cos(\omega t + \phi_C) \quad \left\{ \begin{array}{l} U_m^C = X_C I_m \\ \phi = -\frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

Circuito RLC serie

- Sea la asociación de una resistencia, una autoinducción y un condensador en serie (dipolo RLC serie), todos recorridos por una corriente $i(t) = I_m \cos(\omega t)$



$$u(t) = u_L(t) + u_R(t) + u_C(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

Ahora debemos calcular U_m y φ

Circuito RLC serie

$$\phi_i = 0$$

$$u_R(t) = R I_m \cos(\omega t) \quad u_L(t) = L \omega I_m \cos(\omega t + \pi/2)$$

$$u_C(t) = (1/C\omega) I_m \cos(\omega t - \pi/2)$$

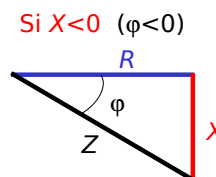
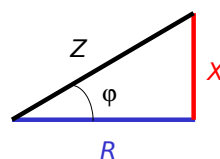
- Sumando las tres tensiones resulta:

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = \frac{U_m}{I_m} \quad \text{Impedancia del dipolo } (\Omega)$$

$$\tan \phi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \quad \text{Desfase entre tensión total del dipolo e intensidad}$$

Triángulo de impedancias

- A $X = X_L - X_C$ se le llama **reactancia** del dipolo.
- Todas las ecuaciones de un dipolo RLC serie se pueden resumir en el triángulo de impedancias:



$$X = X_L - X_C = L\omega - 1/C\omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \tan \phi = \frac{X}{R}$$

Potencia dipolo RLC serie

$$p(t) = \frac{dW_{AB}(t)}{dt} = \frac{u_{AB}(t) dq(t)}{dt} = i(t) u_{AB}(t)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i) \quad u(t) = U_m \cos(\omega t + \phi_u)$$

$$p(t) = U I [\cos(2\omega t + \phi_u + \phi_i) + \cos(\phi_u - \phi_i)]$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Potencia dipolo RLC serie

- Valor medio de la potencia instantánea durante un período:

$$\overline{p(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = UI \cos \phi$$

UI = Potencia aparente (W).

$\cos \phi$ = factor de potencia.

$$-\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2 \Rightarrow P_{\text{media}} > 0$$

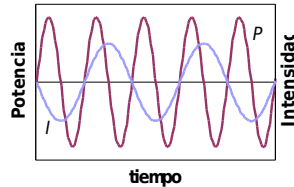
Potencia en una autoinducción

$$\varphi_i = 0$$

- La potencia instantánea consumida por una autoinducción es:

$$p_L(t) = u_L(t)i(t) = U_m \cos(\omega t + \pi/2) I_m \cos(\omega t)$$

$$p_L(t) = L\omega I^2 \cos(2\omega t + \frac{\pi}{2})$$



- El valor medio a lo largo de un ciclo es: $\overline{p_L(t)} = 0$
- Una autoinducción no consume energía

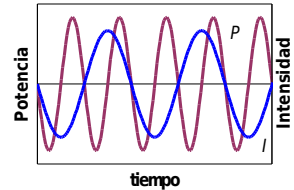
Potencia en un condensador

$$\varphi_i = 0$$

- La potencia instantánea consumida por un condensador es:

$$p_C(t) = u_C(t)i(t) = U_m \cos(\omega t - \pi/2) I_m \cos(\omega t)$$

$$p_C(t) = \frac{I^2}{C\omega} \cos(2\omega t - \frac{\pi}{2})$$



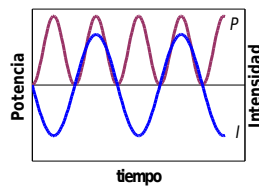
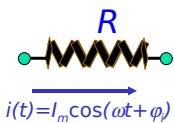
- El valor medio a lo largo de un ciclo es: $\overline{p_C(t)} = 0$
- Un condensador no consume energía

Potencia en una resistencia

$$\varphi_i = 0$$

- La potencia instantánea consumida por una resistencia es:

$$P_R(t) = i^2(t)R = 2R I^2 \cos^2(\omega t)$$



$$\overline{p_R(t)} = R \frac{I_m}{\sqrt{2}} \frac{U_m}{Z\sqrt{2}} = IU \frac{R}{Z} = IU \cos \phi$$

- Una resistencia consume energía

Potencia en una resistencia

$$\varphi_i = 0$$

$$\overline{p_R(t)} = R \frac{I_m}{\sqrt{2}} \frac{U_m}{Z\sqrt{2}} = IU \frac{R}{Z} = IU \cos \phi$$

potencia activa:

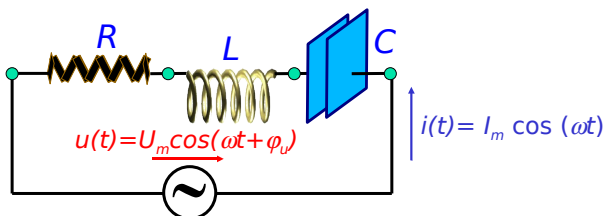
$$P_a = IU \cos \phi$$

factor de potencia $\cos(\phi)$

$$P_a = IU \cos \phi = IIZ \frac{R}{Z} = I^2 R$$

$$P_a = \text{cte} \Rightarrow I = \text{cte} \Rightarrow U = \frac{IR}{\cos \phi}$$

Resonancia en circuitos RLC serie



- En este circuito, dados R , L y C , la impedancia Z sólo depende de ω . Existe un valor de ω , que llamaremos ω_r (pulsación de resonancia) que minimiza la impedancia del circuito; en esta situación:

$$X = X_L - X_C = L\omega_r - \frac{1}{C\omega_r} = 0 \Rightarrow \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Resonancia en circuitos RLC serie

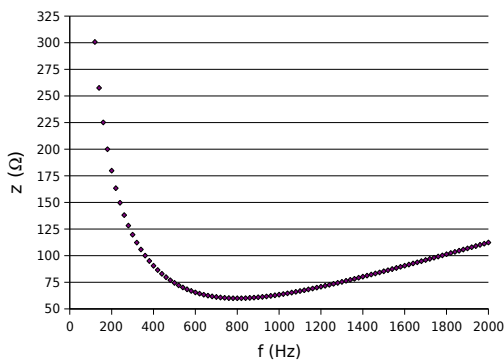
- En resonancia: $Z(\omega = \omega_r) = R$
- Y la frecuencia correspondiente a ω_r es la frecuencia de resonancia, f_r :

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

- En resonancia, si fijamos la tensión del generador del circuito, obtenemos la máxima corriente posible que circula por él, que vale:

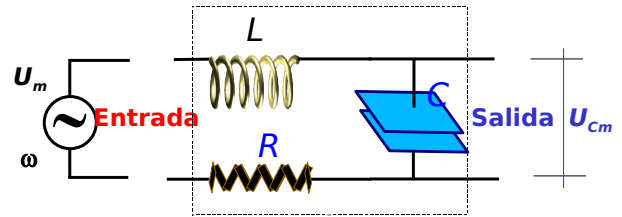
$$I_m = \frac{U_m}{R}$$

Resonancia en circuitos RLC serie



- El mínimo de Z se da en resonancia, y ese valor mínimo es R .

Filtros. Filtro pasa baja

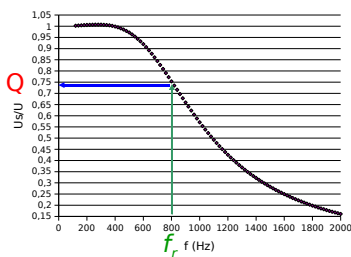


- Si consideramos un circuito RLC, con dos terminales que llamaremos **entrada**, y los terminales del condensador como **salida**, si aplicamos en la entrada una tensión sinusoidal, la tensión a la salida se podrá calcular como:

$$I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} \Rightarrow U_{Cm} = I_m \frac{1}{C\omega} = \frac{U_m}{C\omega \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

Filtros. Filtro pasa baja

- Si representamos gráficamente la relación de amplitudes entre la salida y la entrada:

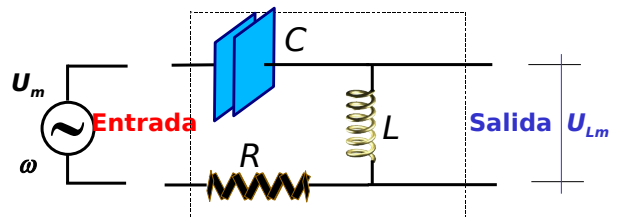


$$\frac{U_{Cm}}{U_m} = \frac{1/C\omega}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

$$\frac{U_{Cm}}{U_m}(\omega = \omega_r) = \frac{1}{C\omega_r R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q \quad \text{FACTOR DE CALIDAD}$$

- El filtro pasa baja sólo deja "pasar" las frecuencias bajas.

Filtros. Filtros pasa alta

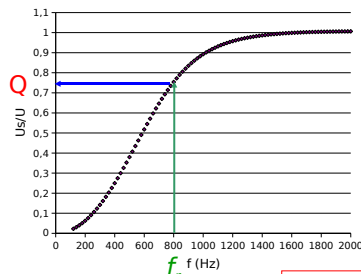


- Si consideramos un circuito RLC, con dos terminales que llamaremos **entrada**, y los terminales de la autoinducción como **salida**, si aplicamos en la entrada una tensión sinusoidal, la tensión a la salida se podrá calcular como:

$$I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} \Rightarrow U_{Lm} = I_m L\omega = \frac{U_m L\omega}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

Filtros. Filtros pasa alta

- Si representamos gráficamente la relación de amplitudes entre la salida y la entrada:

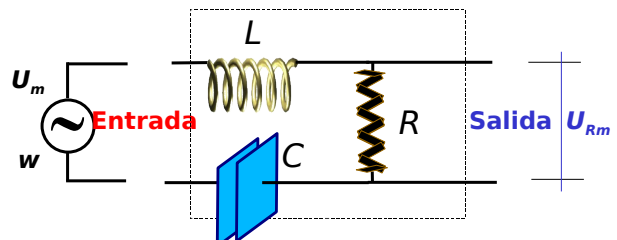


$$\frac{U_{Lm}}{U_m} = \frac{L\omega}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

$$\frac{U_{Lm}}{U_m}(\omega = \omega_r) = \frac{L\omega_r}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q \quad \text{FACTOR DE CALIDAD}$$

- El filtro pasa alta sólo deja "pasar" las frecuencias altas.

Filtros. Filtros pasa banda

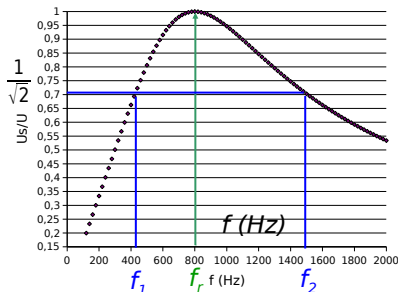


- Si consideramos un circuito RLC, con dos terminales que llamaremos **entrada**, y los terminales de la resistencia como **salida**, si aplicamos en la entrada una tensión sinusoidal, la tensión a la salida se podrá calcular como:

$$I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} \Rightarrow U_{Rm} = I_m R = \frac{U_m R}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

Filtros. Filtros pasa banda

Si representamos gráficamente la **relación de amplitudes** entre la **salida** y la **entrada**:



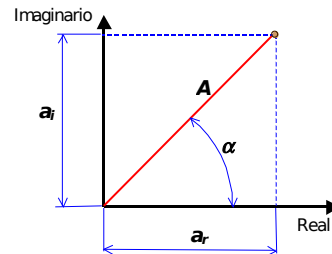
$$\frac{U_{Rm}}{U_m} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

$$Q = \frac{f_r}{f_2 - f_1}$$

FACTOR DE CALIDAD

- El filtro **pasa banda** sólo deja “pasar” las **frecuencias** entorno a la **frecuencia de resonancia**.

Notación compleja de la cas



$$\bar{A} = a_r + a_i j$$

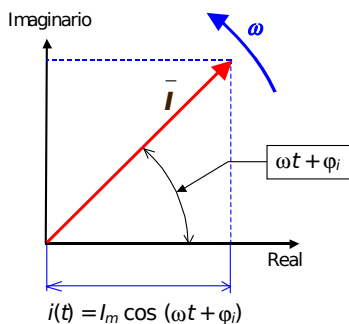
$$\tan \alpha = \frac{a_i}{a_r}$$

$$A = \sqrt{a_i^2 + a_r^2}$$

$$\bar{A} = A e^{j\alpha} = A | \underline{\alpha}$$

$$j = \sqrt{-1}$$

Notación compleja de la cas



$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$$

$$\bar{I} = I_m \cos(\omega t + \phi_i) + j I_m \sin(\omega t + \phi_i)$$

$$\bar{I} = I_m e^{j(\omega t + \phi_i)} = I_m | \underline{\omega t + \phi_i}$$

Notación compleja de la cas

$$\bar{U} = U_m e^{j(\omega t + \phi)} = U_m | \underline{\omega t + \phi}$$

$$\bar{I} = I_m e^{j(\omega t)} = I_m | \underline{\omega t}$$

Ley de Ohm simbólica:

$$\frac{\bar{U}}{\bar{I}} = Z | \phi$$

Impedancia compleja

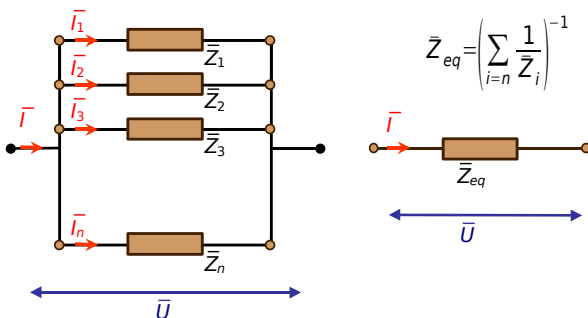
$$\bar{Z} = R + Xj$$

Admitancia compleja:

$$Y = \frac{1}{Z} = \left(\frac{1}{Z}\right) | -\phi$$

Notación compleja de la cas

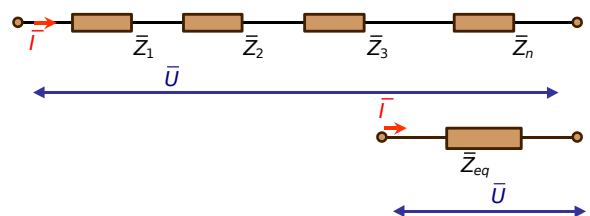
Asociación en paralelo de impedancias:



$$\bar{Z}_{eq} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\bar{Z}_i} \right)^{-1}$$

Notación compleja de la cas

Asociación en serie de impedancias:

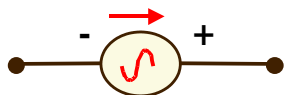


$$\bar{Z}_{eq} = \sum_{i=1}^n \bar{Z}_i$$



Notación compleja de la *cas*

Generadores:



$$\varepsilon(t) = \varepsilon_m \cos(\omega t + \phi_\varepsilon)$$

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_m e^{j(\omega t + \phi_\varepsilon)} = \varepsilon_m \underline{\omega t + \phi_\varepsilon}$$



Notación compleja de la *cas*

La ecuación del circuito:

$$\bar{I} = \frac{\sum \bar{\varepsilon}_i}{\sum \bar{Z}_j}$$

La diferencia de potencial:

$$\overline{U}_{AB} = \sum I \bar{Z}_j - \sum \bar{\varepsilon}_i$$



Notación compleja de la *cas*



• Ley de nudos: $\sum_1^n \bar{I}_i = 0$

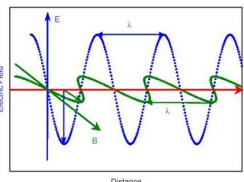
• Ley de mallas: $\sum_1^n \overline{U}_{i,i+1} = 0$

• Método de mallas: $\begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{ij} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_j \end{bmatrix}$

• Impedancia equivalente: $\overline{Z}_{eqAB} = \frac{|\bar{Z}|}{|\bar{Z}_{11}|}$

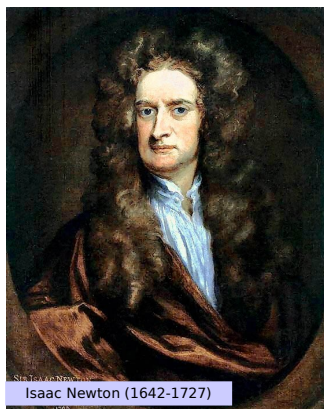
11. Ondas electromagnéticas

1. Introducción. Naturaleza dual de la luz.
2. Ondas electromagnéticas.
 - 2.1 Introducción a la teoría general de ondas.
 - 2.2 Teoría electromagnética.
 - 2.3 Ondas electromagnéticas en el vacío.
 - 2.4 Espectro electromagnético.
 - 2.5 Luz visible: visión y color.



3. Ondas electromagnéticas en la materia.
 - ♦ Índice de refracción

1. Introducción. Naturaleza dual de la luz

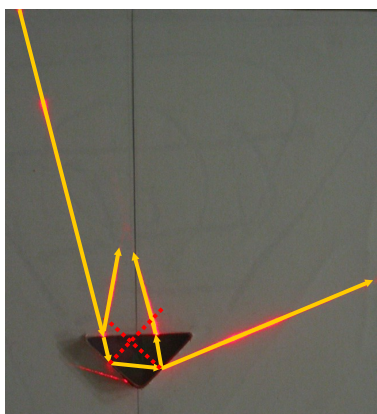
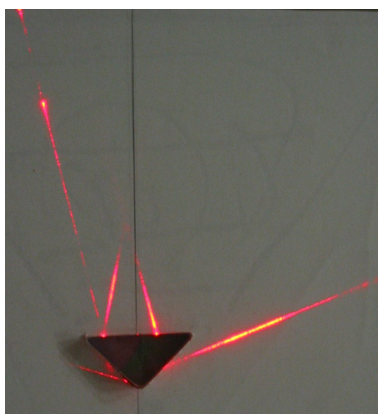


Isaac Newton (1642-1727)
Luz: partículas en movimiento rápido



Huygens (1629-1695)
Luz: ondas que se desplazan a velocidad alta

1. Introducción. Naturaleza dual de la luz



Reflexión y refracción

1. Introducción. Naturaleza dual de la luz

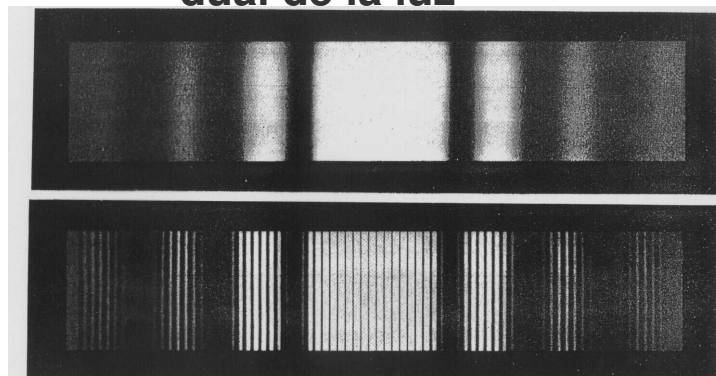


Fig. 10.17 Patrones de Fraunhofer para una y dos rendijas. El dibujo muy débil de líneas cruzadas aparece enteramente en el proceso de impresión. [Fotos cortesía de M. Cagnet, M. Francon, y J. C. Thierr: *Atlas Optischer Erscheinungen*, Berlin-Heidelberg-Nueva York: Springer, 1962.]

Interferencia y difracción

1. Introducción. Naturaleza dual de la luz

Teoría de la luz

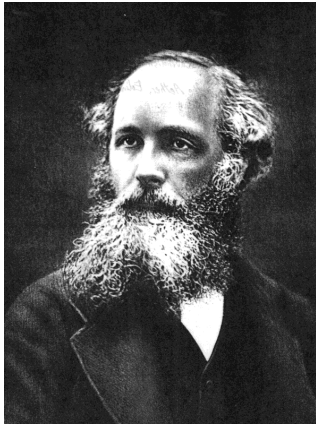
- S. XVIII
 - Snell: leyes empíricas de reflexión y refracción
 - Hooke: modelo ondulatorio de la luz, ondas de alta velocidad
 - **Newton**: partículas en movimiento
 - **Huygens**: teoría ondulatoria, velocidad inferior en la materia, modelo de la refracción
- S. XIX
 - Fresnell: teoría ondulatoria para interferencia y refracción
 - 1849: medida de la velocidad de la luz (Huygens tenía razón)
 - Faraday: interrelación electromagnetismo-luz.
 - Maxwell: ondas electromagnéticas $v=c$
 - Hertz: comprobación experimental de que la **luz es una onda electromagnética**
- S. XX
 - Einstein: las ondas electromagnéticas en el vacío

1. Introducción. Naturaleza dual de la luz

Óptica

- 1950
 - Análisis de Fourier
 - Computadoras
 - Nuevas técnicas de pulido de lentes
 - Fibra óptica
 - Nuevos materiales (polímeros)
 - Láser (1960)
 - Holografía
- Medicina
 - Medio ambiente
 - Electrónica
 - ...

1. Introducción. Naturaleza dual de la luz



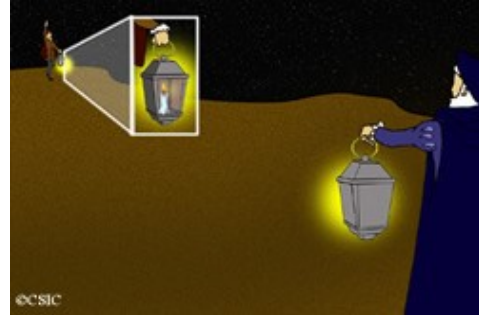
Maxwell (1831-1879)

ondas electromagnéticas

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Velocidad de la luz

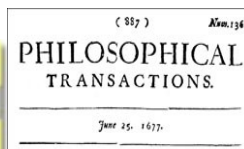
Galileo Galilei (1563-1642)



"En realidad, no he ensayado el experimento sino a distancia breve, de menos una milla; por lo cual no he podido averiguar a punto fijo si la aparición de la otra luz era o no instantánea. Pero de no ser instantánea, es extraordinariamente rápida, momentánea, por decirlo así."

Velocidad de la luz

El procedimiento de Roemer (1676)

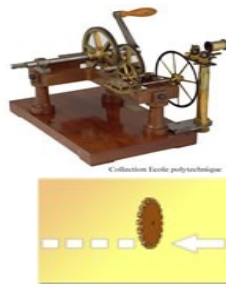
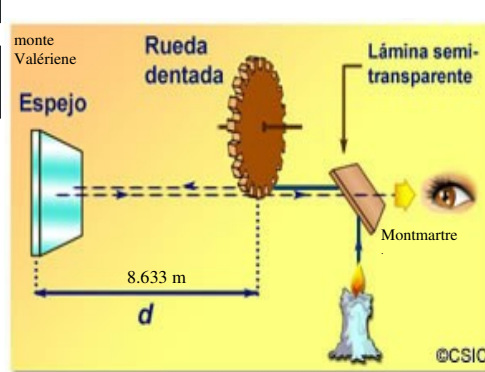


Aunque en el trabajo en el que hizo públicas sus observaciones nunca calculó el valor de la velocidad de la luz, si se emplean los datos obtenidos a partir de sus tablas y las distancias que se manejaban en ese momento se obtiene una velocidad de unos 215.000 kilómetros por segundo

$$c = \frac{d}{(t' - t)} = \frac{129 \cdot 10^9}{600} = 2,15 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Velocidad de la luz

Medida de Fizeau (1849)



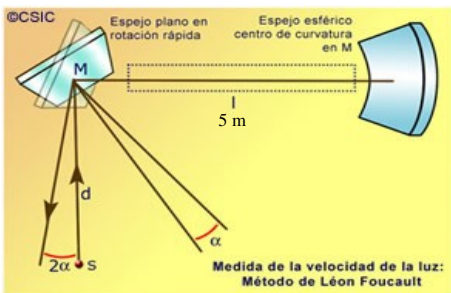
720 dientes
12,6 revoluciones por segundo

313.000 kilómetros por segundo

Velocidad de la luz

Medida de Foucault (1850, publicado en 1862)

400 revoluciones por segundo



Velocidad de la luz en el aire= 300.000 km/seg

Velocidad de la luz en el agua= 226.000 Km/seg

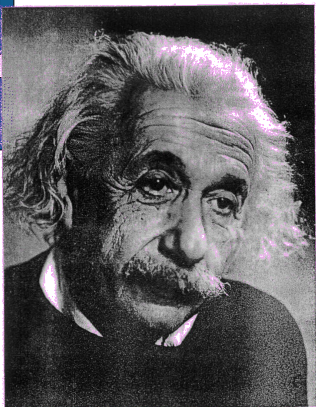
Velocidad de la luz

La velocidad de la luz en el vacío es por definición una constante universal de valor 299.792.458 m/s

Definición de metro:

La distancia recorrida por la luz en 1/299.792.458 s

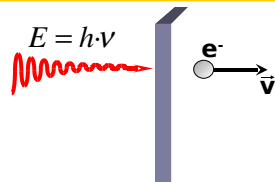
1. Introducción. Naturaleza dual de la luz



Planck
Fotón: partículas de energía

$$E = h \nu$$

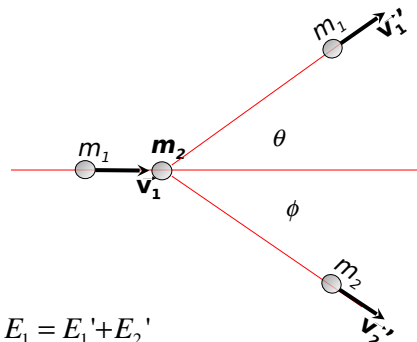
efecto fotoeléctrico (Einstein)



Un electrón absorbe un fotón

$$\frac{1}{2}(m \nu^2) = h \nu - \phi$$

1. Introducción. Naturaleza dual de la luz



$$E_1 = E_1' + E_2'$$

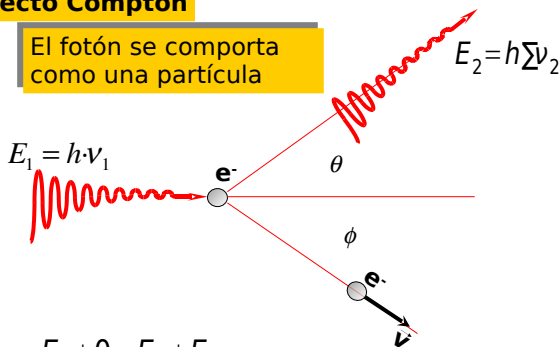
$$\vec{p}_1 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

El choque de partículas conserva la energía y la cantidad de movimiento

1. Introducción. Naturaleza dual de la luz

efecto Compton

El fotón se comporta como una partícula



$$E_1 + 0 = E_2 + E_e$$

$$\vec{p}_1 + 0 = \vec{p}_2 + \vec{p}_e$$

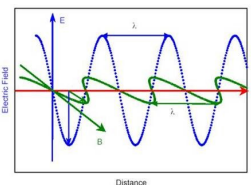
El choque de un fotón y un electrón conserva la energía y la cantidad de movimiento

11. Ondas electromagnéticas

1. Introducción. Naturaleza dual de la luz.

2. Ondas electromagnéticas.

- 2.1 Introducción a la teoría general de ondas.
- 2.2 Teoría electromagnética.
- 2.3 Ondas electromagnéticas en el vacío.
- 2.4 Espectro electromagnético.
- 2.5 Luz visible: visión y color.

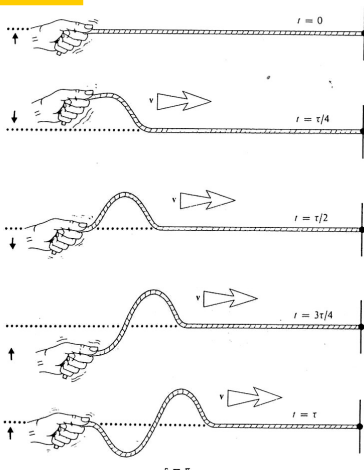


3. Ondas electromagnéticas en la materia.

♦ Índice de refracción

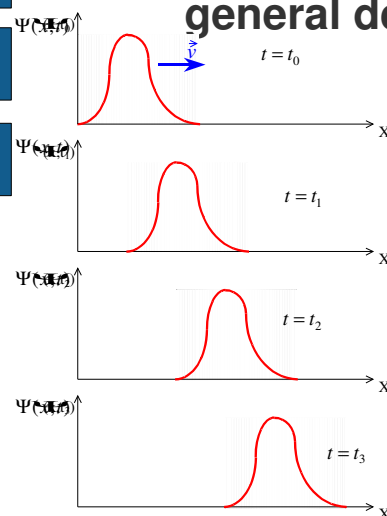
2.1. Introducción a la teoría general de ondas

ondas:



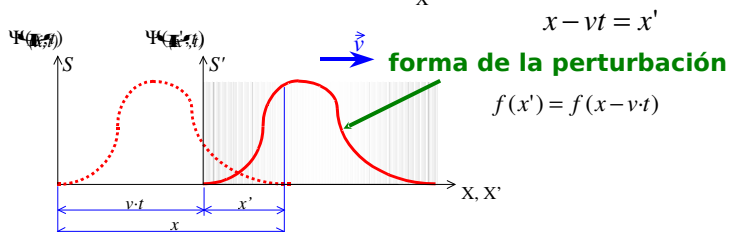
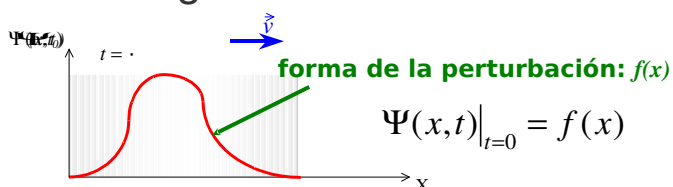
Onda: perturbación que se propaga por el espacio y que se produce como consecuencia de alguna variación de una magnitud física (temperatura, presión...), de un campo eléctrico, de un campo magnético o simplemente por una deformación etc.

2.1. Introducción a la teoría general de ondas



Onda que no cambia su forma mientras avanza a través del espacio

2.1. Introducción a la teoría general de ondas



$$\Psi(x,t) = \Psi(x',t) = f(x') = f(x - vt)$$

2.1. Introducción a la teoría general de ondas

Ecuación de ondas

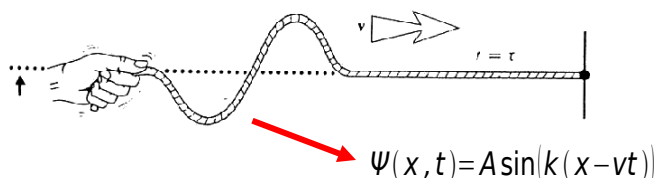
$$t = \text{cte} \rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'}$$

$$x = \text{cte} \rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial t} = \mp v \frac{\partial f}{\partial x'}$$

$$x - vt = x'$$

$$\frac{\partial x'}{\partial t} = \frac{\partial (x \mp vt)}{\partial t} = \mp v$$

$$\frac{\partial f}{\partial x'} = \mp \frac{1}{v} \frac{\partial \Psi}{\partial t} \rightarrow \mp \frac{1}{v} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial \Psi}{\partial x}$$



Dos constantes: Ecuación diferencial de segundo orden

2.1. Introducción a la teoría general de ondas

$$\mp \frac{1}{v} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

ecuación diferencial de onda

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

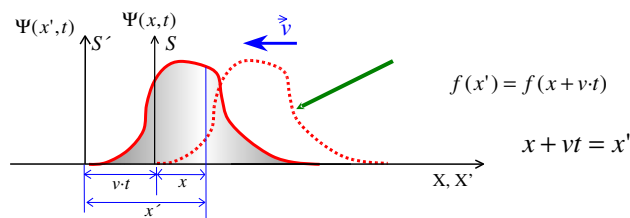
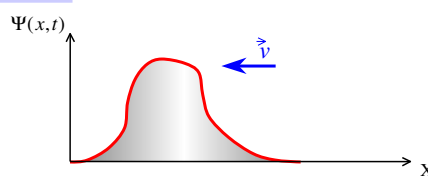
solución de la ecuación de onda

$$\Psi = \sum_i C_i \cdot f_i(x - vt)$$

misma velocidad

2.1. Introducción a la teoría general de ondas

Ecuación de ondas



$$\Psi(x,t) = \Psi(x',t) = f(x') = f(x + vt)$$

$$v = |\vec{v}| > 0$$

2.1. Introducción a la teoría general de ondas

Ecuación de ondas

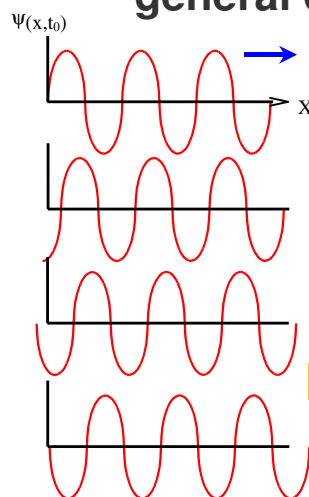
$$t = \text{cte} \rightarrow \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial x'}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\partial f}{\partial x'} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x'^2}$$

$$x = \text{cte} \rightarrow \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right) = \frac{\partial x'}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x'} \left(\mp v \frac{\partial f}{\partial x'} \right) = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x'^2}$$

ecuación diferencial de onda

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x'^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \rightarrow \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

2.1. Introducción a la teoría general de ondas



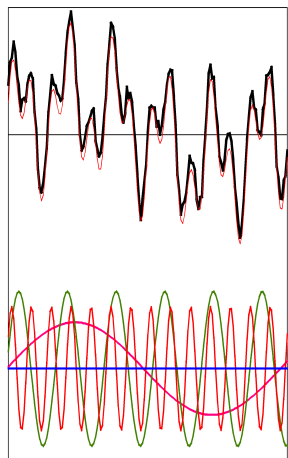
Onda armónica:

$$\Psi(x,t) = A \sin(k(x - vt))$$

A: amplitud de la onda

k: número de propagación

2.1. Introducción a la teoría general de ondas

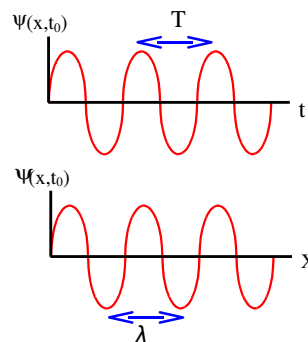


$$f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos(m \cdot kx) + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin(m \cdot kx)$$

$$A_m = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} f(x) \cos(m \cdot kx) dx$$

$$B_m = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} f(x) \sin(m \cdot kx) dx$$

2.1. Introducción a la teoría general de ondas



Onda armónica

$$\psi(x, t) = A \sin k(x - vt)$$

longitud de onda m

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

periodo s

$$T = \frac{2\pi}{kv} = \frac{\lambda}{v}$$

número de onda m⁻¹

$$c = \frac{1}{\lambda}$$

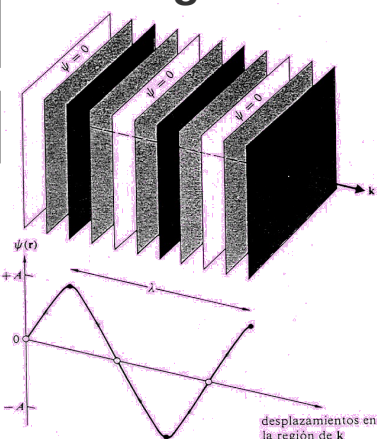
pulsación radianes·s⁻¹

frecuencia s⁻¹

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{1}{T} = 2\pi \frac{v}{\lambda} = kv$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} = \frac{kv}{2\pi}$$

2.1. Introducción a la teoría general de ondas



Onda plana:

$$\psi(x, y, z, t) = A \sin(k(x - vt) + \epsilon)$$

frente de onda:

$$\phi = cte$$

Fig. 2.11 Frentes de onda para una onda plana armónica.

2.1. Introducción a la teoría general de ondas

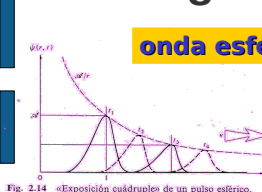


Fig. 2.14 «Exposición cuádruple» de un pulso esférico.

onda esférica: $\psi(r, t) = \left(\frac{A}{r}\right) \cos(k(r \mp vt))$

ecuación diferencial de onda

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 (r \psi)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 (r \psi)}{\partial r^2}$$

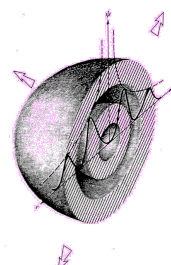
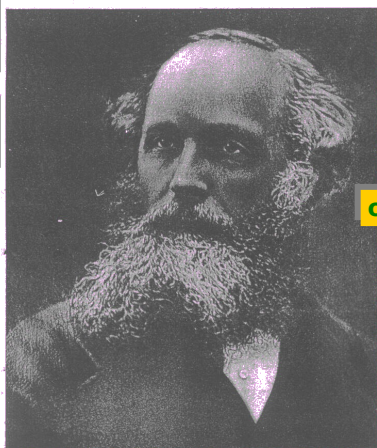


Fig. 2.15 Frentes de onda esféricos.

onda plana



2.2. Teoría electromagnética



ondas electromagnéticas

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

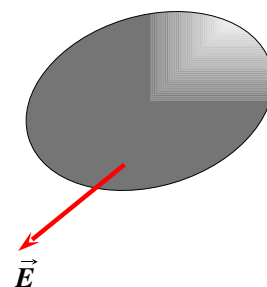
Maxwell (1831-1879)

2.2. Teoría electromagnética

Ecuaciones de Maxwell

1ª Ecuación.- Teorema de Gauss

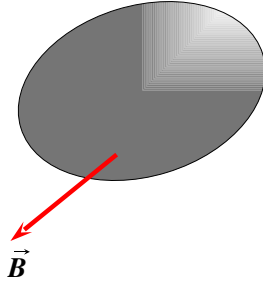
$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum Q}{\epsilon_0}$$



2.2. Teoría electromagnética

2ª Ecuación.-

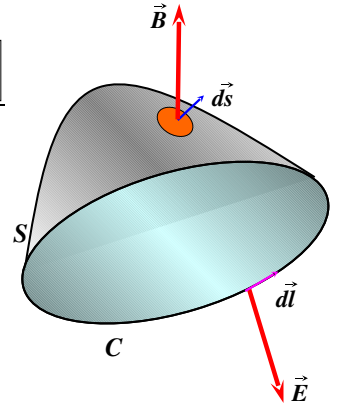
$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$



2.2. Teoría electromagnética

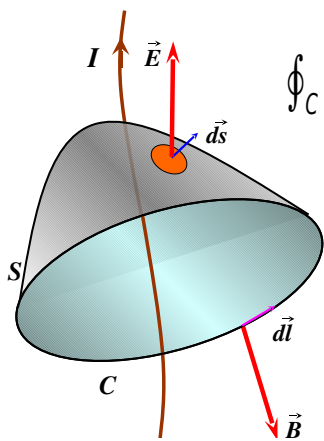
3ª Ecuación.- Ley de Faraday

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d \left[\int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \right]}{dt}$$



2.2. Teoría electromagnética

4ª Ecuación.- Ley de Ampere



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d \left[\int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} \right]}{dt}$$

Corriente de desplazamiento de Maxwell

2.2. Teoría electromagnética

Ecuaciones de Maxwell

1ª Teorema de Gauss

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum Q}{\epsilon_0}$$

2ª

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

3ª Ley de Faraday

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d \left[\int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \right]}{dt}$$

4ª Ley de Ampere

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d \left[\int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} \right]}{dt}$$

2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

Condiciones del estudio:

$$\vec{E} = \vec{E}(x, t)$$

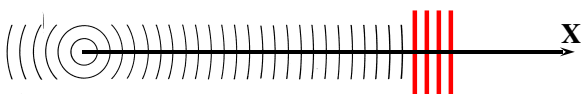
$$Q = 0$$

$$\vec{B} = \vec{B}(x, t)$$

$$I = 0$$

ondas planas

Espacio libre



2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

Condiciones del estudio:

$$\vec{E} = \vec{E}(x, t)$$

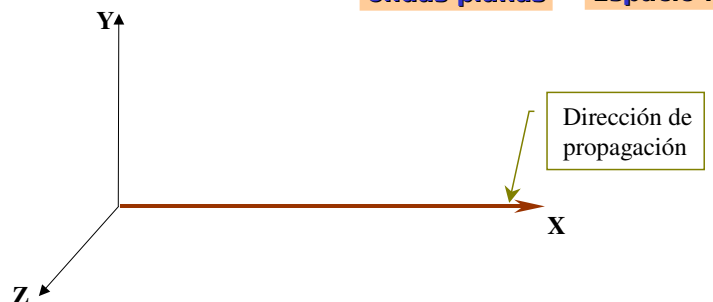
$$Q = 0$$

$$\vec{B} = \vec{B}(x, t)$$

$$I = 0$$

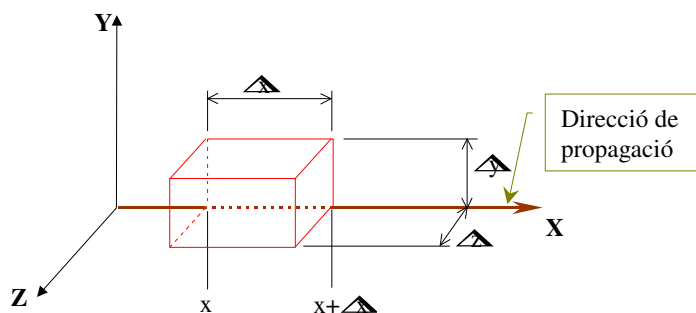
ondas planas

Espacio libre



2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

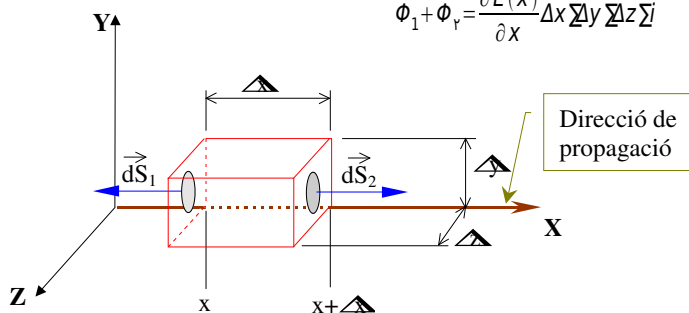
$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum Q}{\epsilon_0} = 0$$



2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum Q}{\epsilon_0} = 0$$

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \vec{E}(x) \cdot d\vec{s}_1 = \vec{E}(x) \cdot \Delta y \Delta z \vec{i} \\ \phi_2 &= \vec{E}(x+\Delta x) \cdot d\vec{s}_2 = \left(\vec{E}(x) + \frac{\partial \vec{E}(x)}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta z \vec{j} \\ \phi_1 + \phi_2 &= \frac{\partial \vec{E}(x)}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z \vec{j}\end{aligned}$$

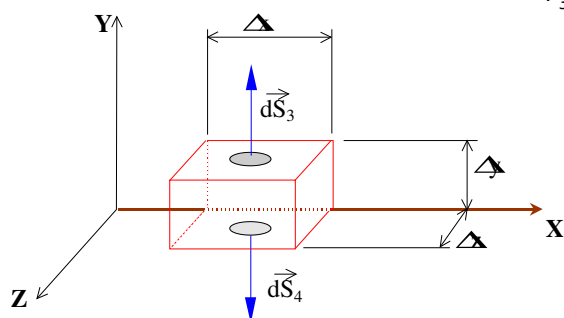


2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum Q}{\epsilon_0} = 0$$

$$\begin{aligned}\phi_3 &= \vec{E}(x) \cdot d\vec{s}_3 = \vec{E}(x) \cdot \Delta x \Delta z \vec{j} \\ \phi_4 &= \vec{E}(x) \cdot d\vec{s}_4 = \vec{E}(x) \cdot \Delta x \Delta z \vec{-j}\end{aligned}$$

$$\phi_3 + \phi_4 = 0$$

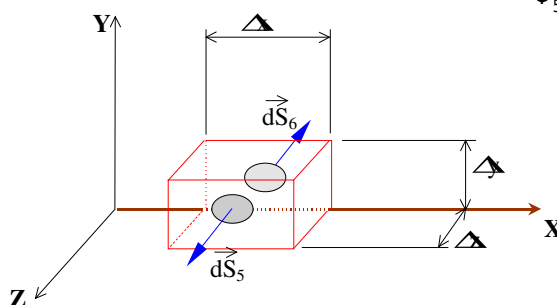


2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum Q}{\epsilon_0} = 0$$

$$\begin{aligned}\phi_5 &= \vec{E}(x) \cdot d\vec{s}_5 = \vec{E}(x) \cdot \Delta x \Delta y \vec{k} \\ \phi_6 &= \vec{E}(x) \cdot d\vec{s}_6 = \vec{E}(x) \cdot \Delta x \Delta y \vec{-k}\end{aligned}$$

$$\phi_5 + \phi_6 = 0$$



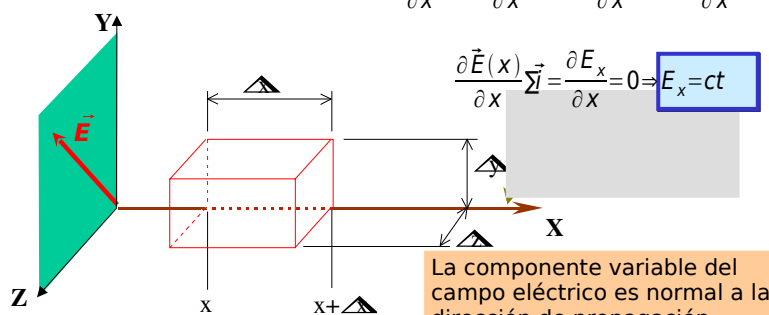
2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum Q}{\epsilon_0} = 0$$

$$\phi = \frac{\partial \vec{E}(x)}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z \vec{j} \quad \frac{\partial \vec{E}(x)}{\partial x} \vec{j} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{E}(x)}{\partial x} = \frac{\partial E_x(x)}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial E_y(x)}{\partial x} \vec{j} + \frac{\partial E_z(x)}{\partial x} \vec{k}$$

$$\frac{\partial \vec{E}(x)}{\partial x} \vec{j} = \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow E_x = ct$$



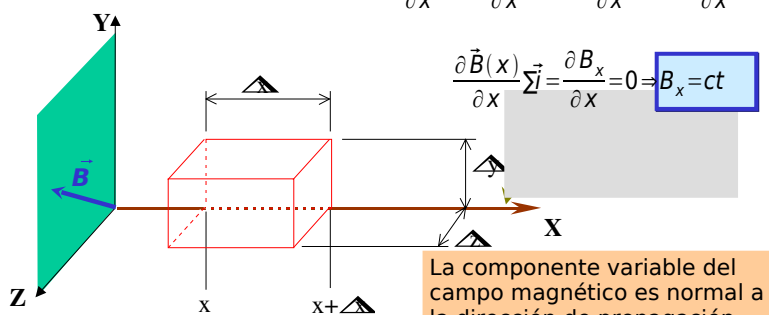
2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

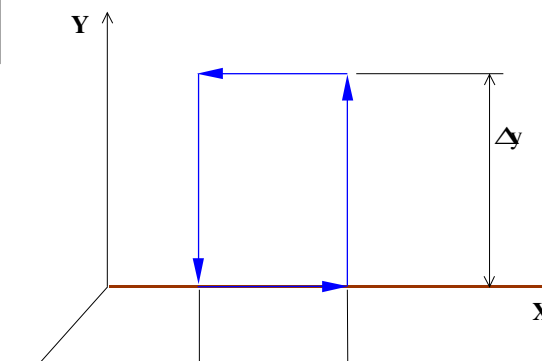
$$\phi = \frac{\partial \vec{B}(x)}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z \vec{j} \quad \frac{\partial \vec{B}(x)}{\partial x} \vec{j} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{B}(x)}{\partial x} = \frac{\partial B_x(x)}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial B_y(x)}{\partial x} \vec{j} + \frac{\partial B_z(x)}{\partial x} \vec{k}$$

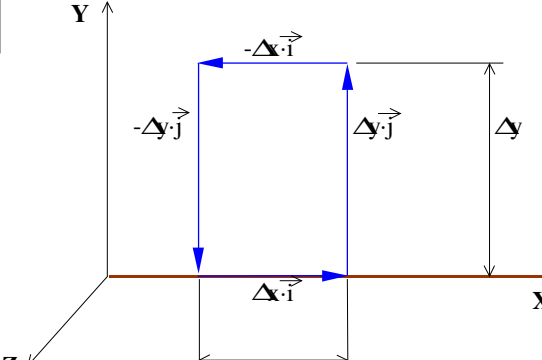
$$\frac{\partial \vec{B}(x)}{\partial x} \vec{j} = \frac{\partial B_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow B_x = ct$$



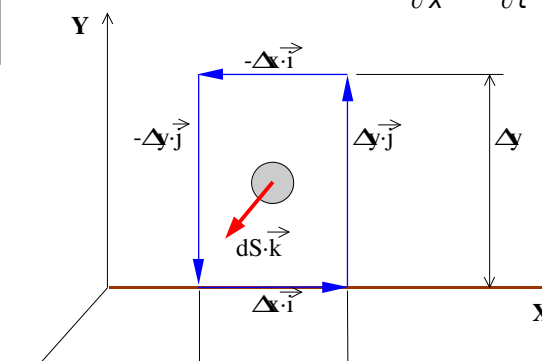
2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\left[\int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}\right]}{dt}$$


2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

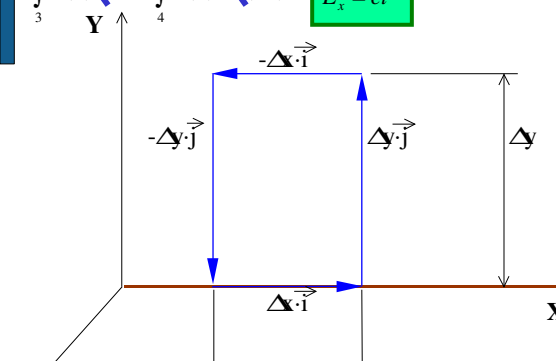
$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \left[\vec{E}(x) + \frac{\partial \vec{E}(x)}{\partial x} \Delta x \right] \Delta y \vec{j} + \left[\vec{E}(x) \Delta y (-\vec{j}) \right] = \frac{\partial E_y(x)}{\partial x} \Delta x \Delta y$$


2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

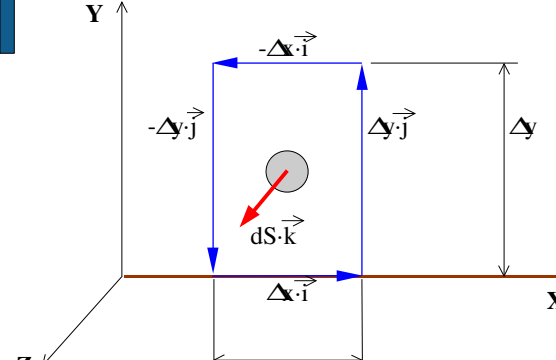
$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\left[\int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}\right]}{dt} \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$


2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

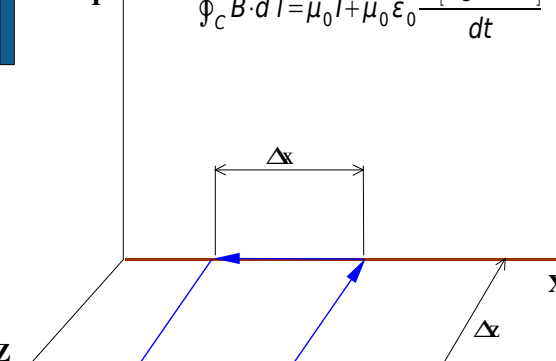
$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \left[E(x + \Delta x) \cdot \Delta y \vec{j} \right] + \left[E(x) \cdot \Delta y (-\vec{j}) \right] + \int_3 E(x) dx \vec{i} + \int_4 E(x) dx (-\vec{i})$$

$$E_x = ct$$


2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \vec{k} = B_z \Delta x \Delta y \quad \frac{d\left[\int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}\right]}{dt} = \frac{d|B_z| \Delta x \Delta y}{dt}$$


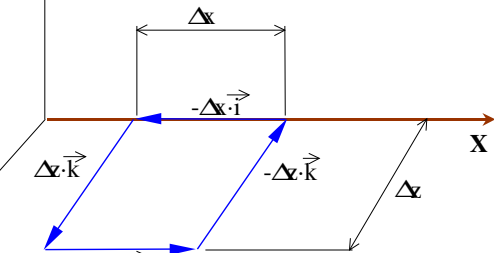
2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\left[\int_S \vec{E} \cdot d\vec{s}\right]}{dt}$$


2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = [B(x+\Delta x) \cdot (-\Delta z \vec{k})] + [B(x) \cdot \Delta z \vec{k}] + \int_3 B(x) dx \vec{i} + \int_4 B(x) dx (-\vec{i})$$

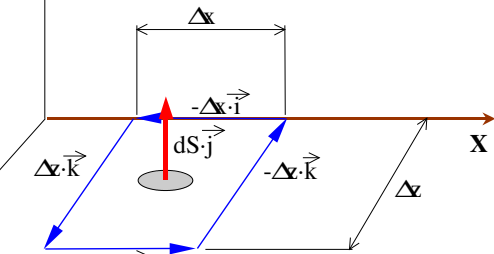
$$B_x = ct$$



2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_S E_y \Delta x \Delta z$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \left[\int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} \right] \quad \frac{\partial B_z}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$$



2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \quad \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2}$$

ecuación diferencial de onda

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

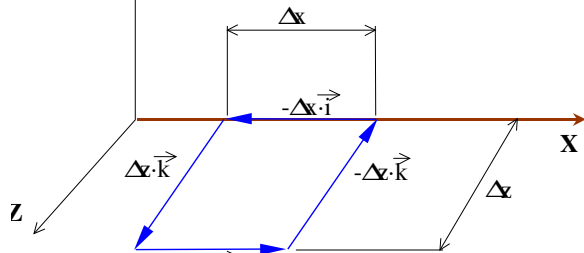
velocidad de la luz medida
 $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

La luz es una onda electromagnética

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}} = c$$

2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \left[\vec{B}(x) + \frac{\partial \vec{B}(x)}{\partial x} \Delta x \right] \Delta z \vec{k} - [\vec{B}(x) \Delta z \vec{k}] = -\frac{\partial B_z}{\partial x} \Delta x \Delta z$$



2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad \frac{\partial B_y}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} \right) = -\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial B_z}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(-\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \right) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial B_z}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \right) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial E_y}{\partial x} =$$

$$-\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial B_z}{\partial t} \right) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$$

2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$E_y(x, t) = E_{y0} \sin(kx - \omega t) \quad \omega = k \cdot c$$

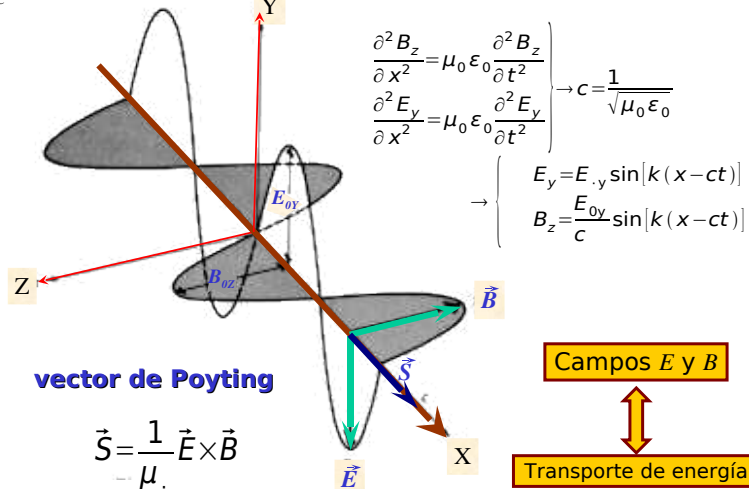
$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = k E_{y0} \cos(kx - \omega t) = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

$$B_z = -\int k E_{y0} \cos(kx - \omega t) dt = \frac{k}{\omega} E_{y0} \sin(kx - \omega t) + ct$$

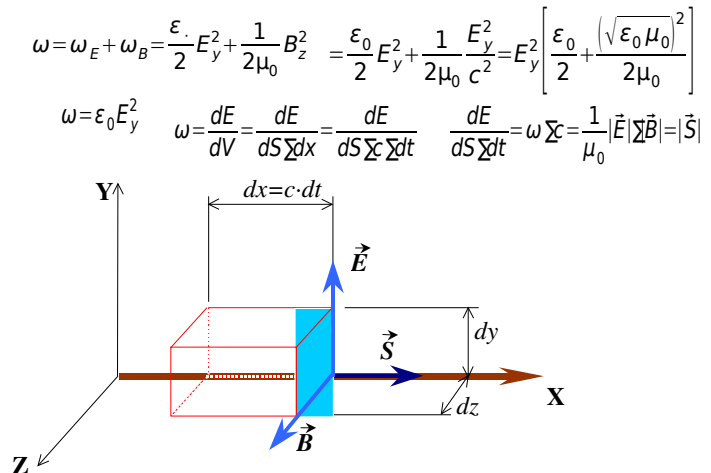
$$B_z = B_{z0} \sin(kx - \omega t) = \frac{k}{\omega} E_{y0} \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{E_{y0}}{B_{z0}} = c$$

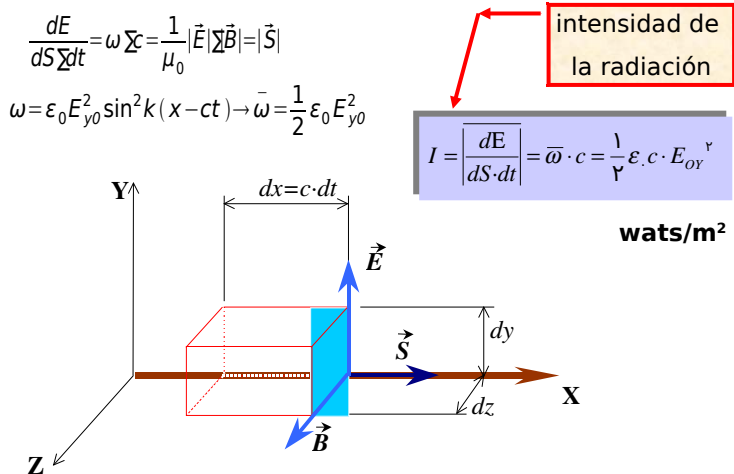
2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío



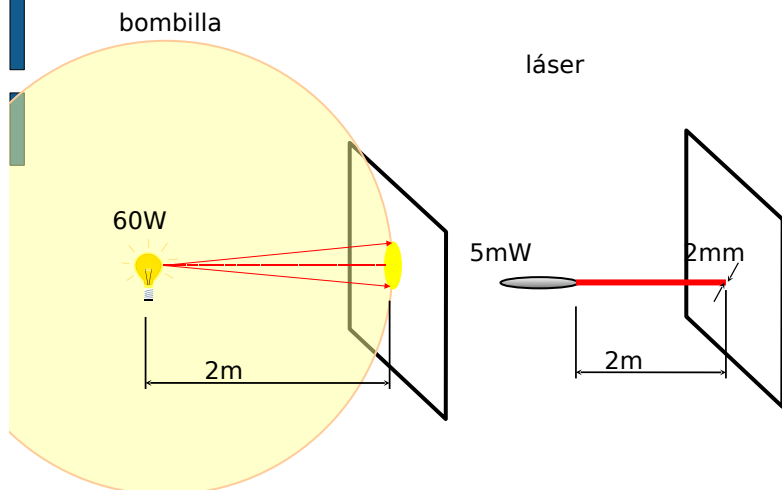
2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío



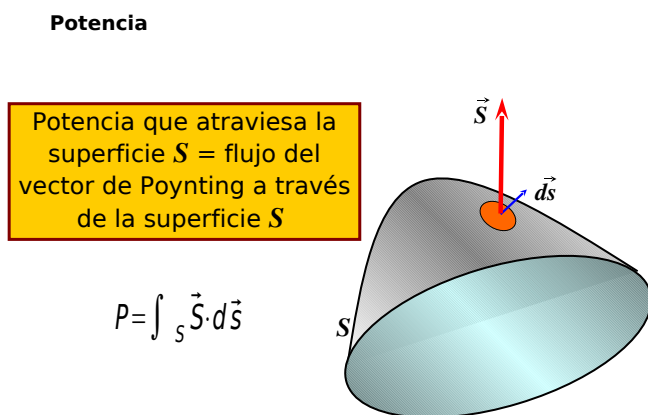
2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío



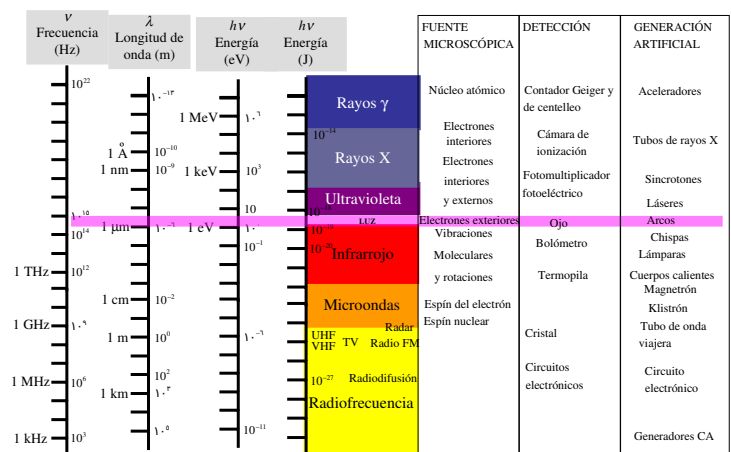
2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío



2.3. Ondas electromagnéticas en el vacío



2.4. Espectro electromagnético



2.4. Espectro electromagnético

rayos gamma 10^{18} - Hz	Núcleo atómico	Aceleradores
rayos X 10^{16} - 10^{21} Hz	Electrones interiores	Tubos de rayos X
ultravioletas $8 \cdot 10^{14}$ - $3 \cdot 10^{17}$ Hz	Electrones interiores y exteriores	Láseres Arcos
ondas visibles (luz) $4 \cdot 10^{14}$ - $8 \cdot 10^{14}$ Hz	Electrones exteriores	Chispas Luces
infrarojos $3 \cdot 10^{11}$ - $4 \cdot 10^{14}$ Hz	Vibraciones moleculares y rotaciones	Cuerpos calientes
microondas 10^9 - $3 \cdot 10^{11}$ Hz		Magnetron Klystrón Tubo de onda viajera
radiofrecuencia -10^9 Hz		Circuito electrónico

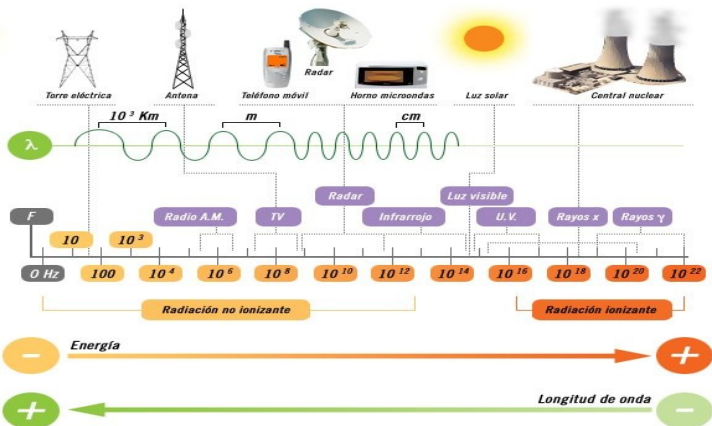
2.4. Espectro electromagnético

Aplicaciones:

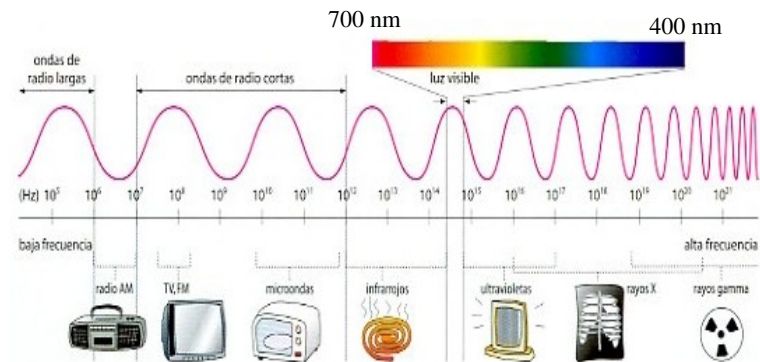
- **Ondas de radio** → Comunicaciones
- **Microondas** → Radar. Medicina. Telefonía móvil
- **Infrarojos** → Medicina. Fotografía
- **Ondas visibles** → Color
- **Ultravioletas** → Iniciador de reacciones químicas. ☹ Nocivos.
- **Rayos X** → Medicina, estado sólido. ☹ Muy peligrosos.
- **Rayos gamma** → Física nuclear. ☹ Muy peligrosos.

2.4. Espectro electromagnético

El espectro de frecuencias.

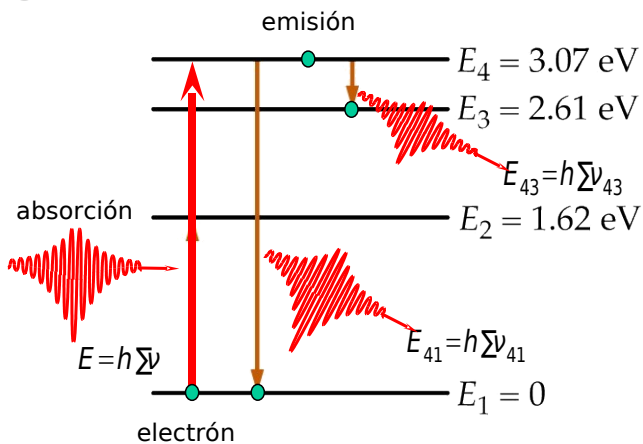


2.5. Luz visible. Visión y color



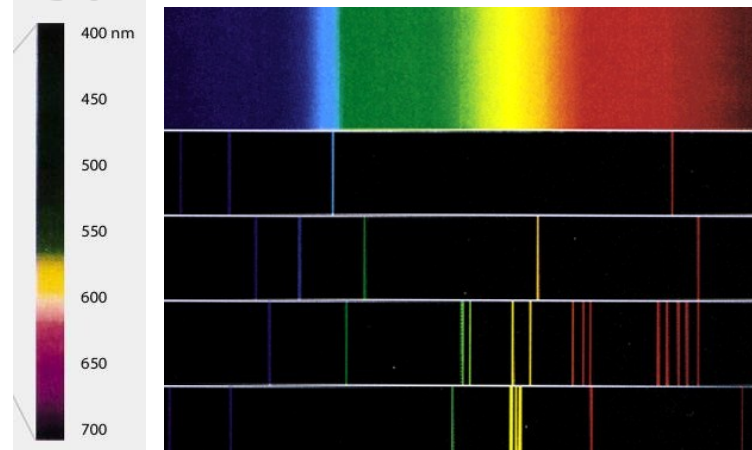
2.5. Luz visible. Visión y color

visión:

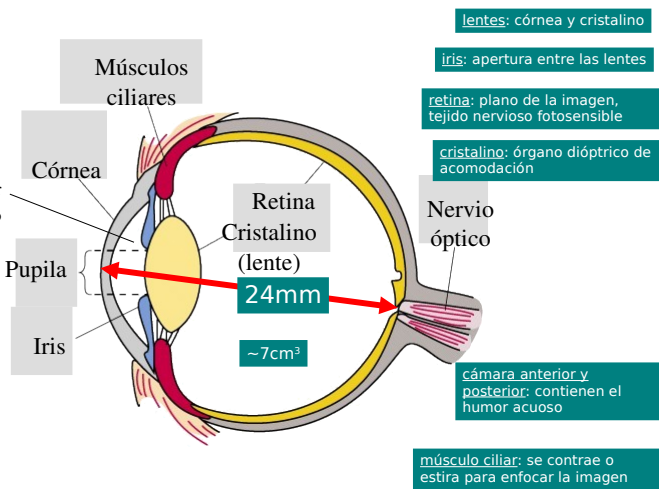


2.5. Luz visible. Visión y color

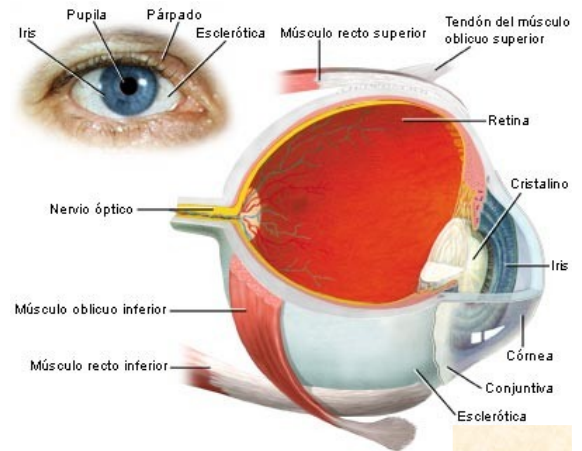
visión:



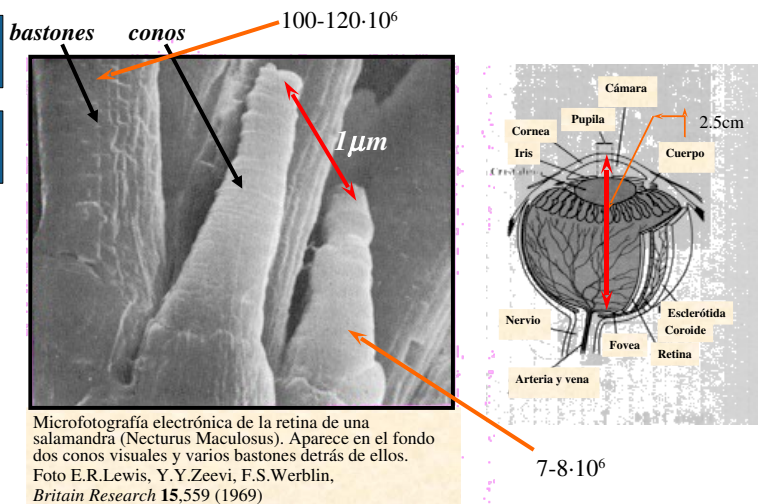
2.5. Luz visible. Visión y color



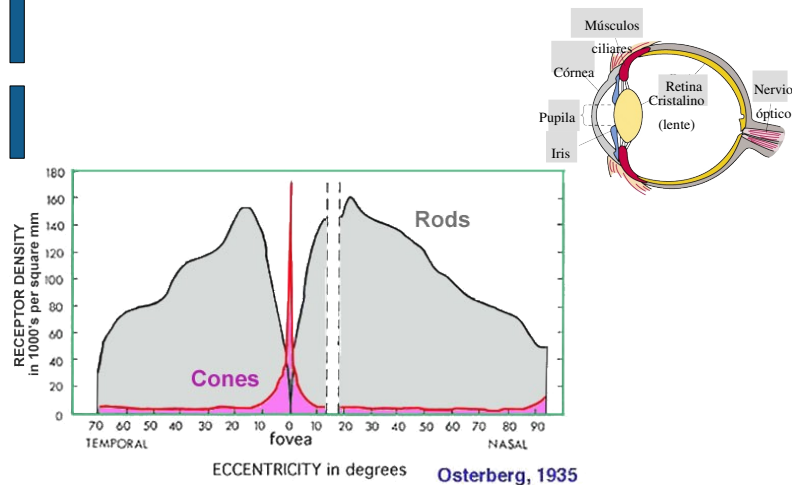
2.5. Luz visible. Visión y color



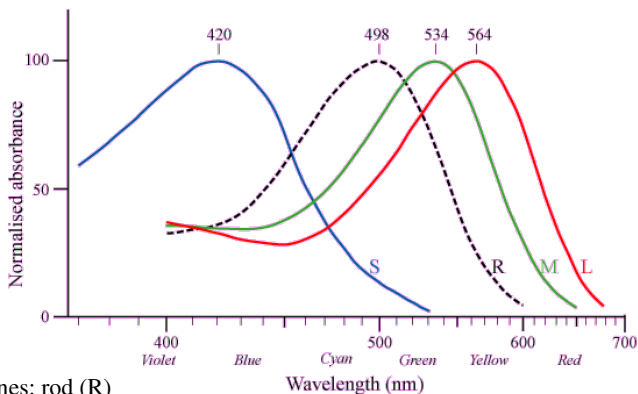
2.5. Luz visible. Visión y color



2.5. Luz visible. Visión y color

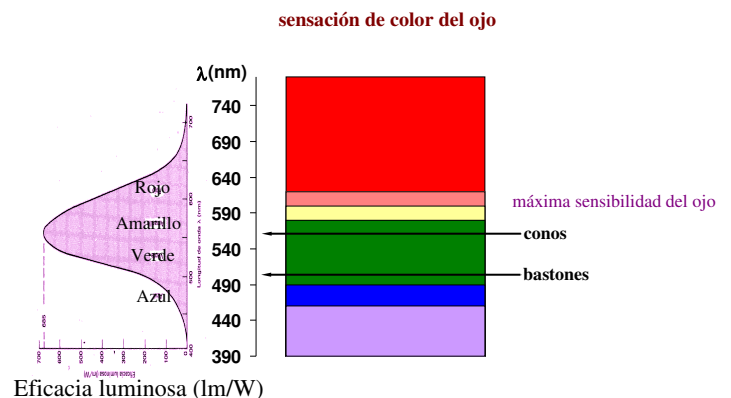


2.5. Luz visible. Visión y color

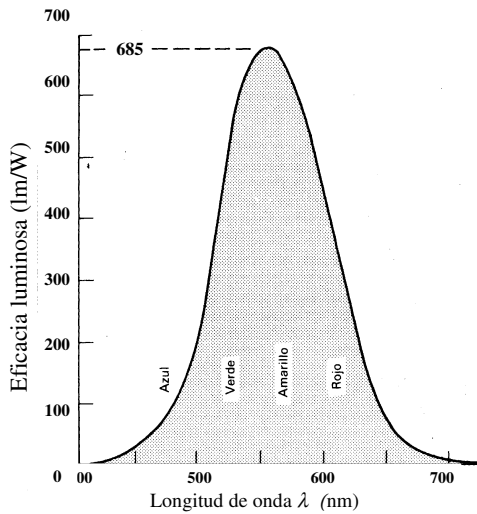


Bowmaker J.K. and Dartnall H.J.A.,
"Visual pigments of rods and cones in a human retina." *J. Physiol.* 298: pp501-511 (1980).

2.5. Luz visible. Visión y color



2.5. Luz visible. Visión y color



“Defectos” del sentido de la visión en la percepción de colores y movimiento

Generación artificial de colores

Colores básicos



Generación artificial de movimiento

Persistencia retiniana



Efecto Phi



3. Ondas electromagnéticas en la materia

Ondas electromagnéticas en la materia

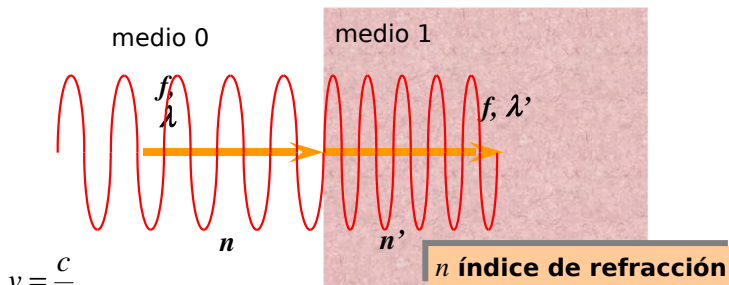
medio dieléctrico $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}} = c \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}}$$

índice de refracción $n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}$

3. Ondas electromagnéticas en la materia



$$v = \frac{c}{n}$$

$$v = \lambda \cdot f \rightarrow v' = \lambda' \cdot f$$

$$n < n' \Rightarrow \lambda > \lambda'$$

$$\frac{v}{v'} = \frac{\frac{c}{n}}{\frac{c}{n'}} = \frac{n'}{n} = \frac{\lambda}{\lambda'} \rightarrow \lambda \cdot n = \lambda' \cdot n'$$

3. Ondas electromagnéticas en la materia

Gases a 0°C y 1atm

Sustancia	n
Aire	1,000293
Helio	1,000036
Hidrógeno	1,000132
Bióxido de carbono	1,00045

Líquidos a 20°C

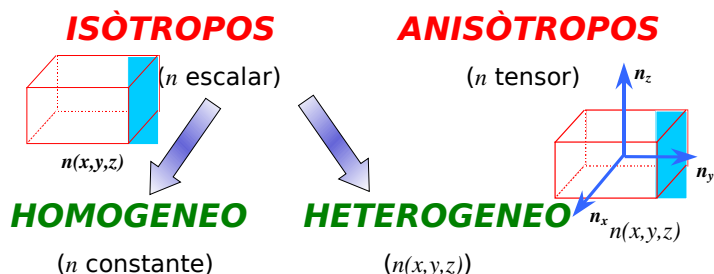
Benceno	1,501
Agua	1,333
Alcohol etílico (etanol)	1,361
Tetracloruro de carbono	1,461
Bisulfuro de carbono	1,628

Sólidos a temperatura ambiente

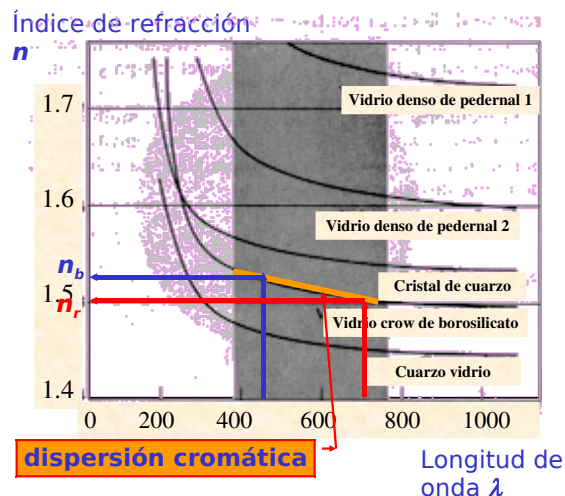
Diamante	2,419
Ambar	1,55
Sílice fundida	1,458
Cloruro sódico	1,50

3. Ondas electromagnéticas en la materia

CLASIFICACIÓN DE LOS MATERIALES

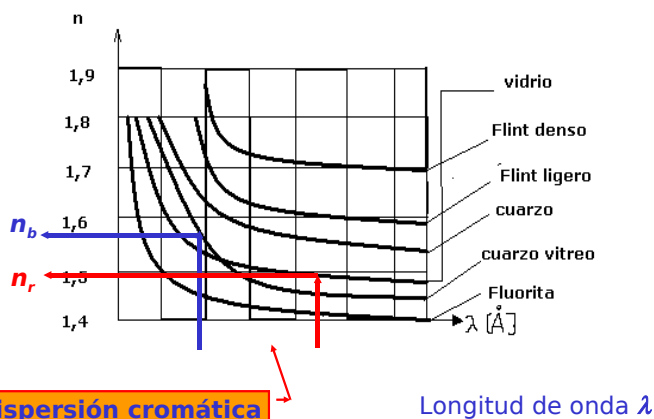


3. Ondas electromagnéticas en la materia



3. Ondas electromagnéticas en la materia

Figura 8



3. Ondas electromagnéticas en la materia



4. Fibra óptica

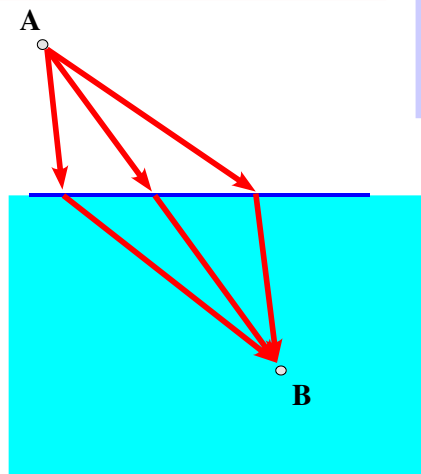
Ley de la refracción o ley de Snell (1621):



REFRACCIÓN: Fenómeno por el cual una onda electromagnética modifica su dirección de propagación al atravesar la superficie de separación entre dos medios con índice de refracción diferente.

4. Fibra óptica

Principio de Fermat (1657)

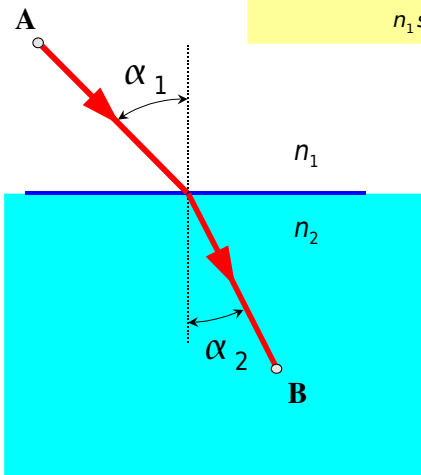


La trayectoria real de la luz al propagarse entre dos puntos es tal que el tiempo empleado es mínimo.

4. Fibra óptica

Ley de la refracción o ley de Snell (1621):

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

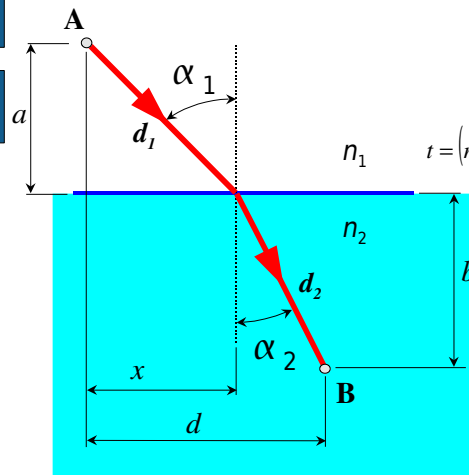


4. Fibra óptica

$$t_1 = \frac{d_1}{v_1} = \frac{d_1 \cdot n_1}{c}; t_2 = \frac{d_2}{v_2} = \frac{d_2 \cdot n_2}{c}$$

$$t = t_1 + t_2 = (d_1 \cdot n_1 + d_2 \cdot n_2) \cdot \frac{1}{c}$$

$$t = (n_1 \sqrt{a^2 + x^2} + n_2 \sqrt{b^2 + (d-x)^2}) \cdot \frac{1}{c}$$



Fermat

Tiempo mínimo

4. Fibra óptica

$$\min \Rightarrow \frac{dt}{dx} = 0$$

$$\rightarrow \left(n_1 \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - n_2 \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} \right) = 0$$

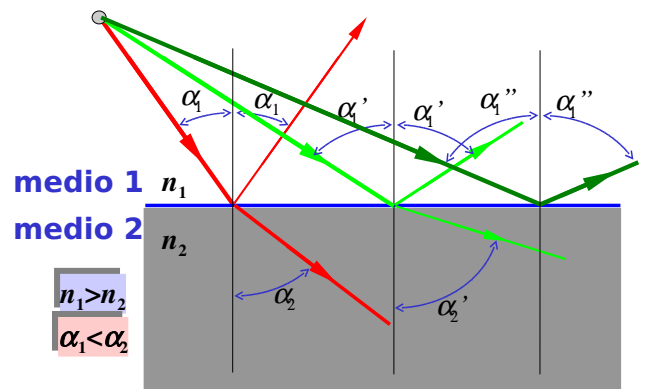
$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

Fermat

Tiempo mínimo

4. Fibra óptica

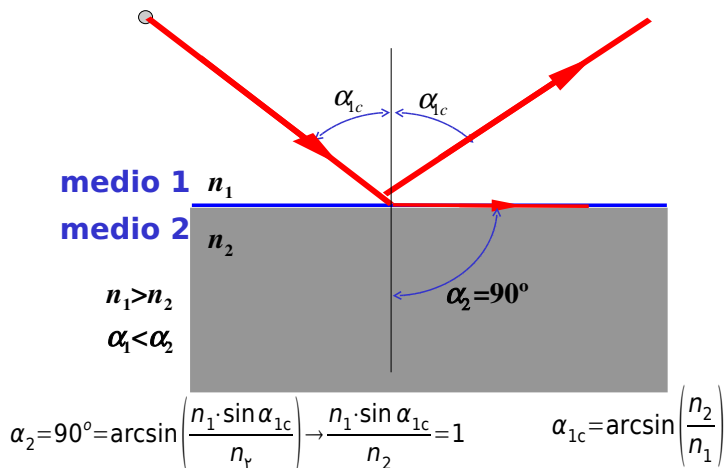
Ángulo crítico



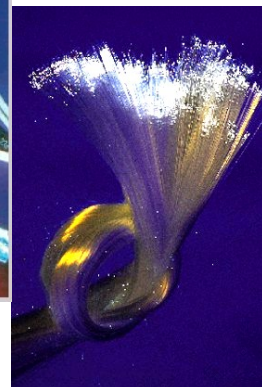
Reflexión total

4. Fibra óptica

Ángulo crítico



4. Fibra óptica

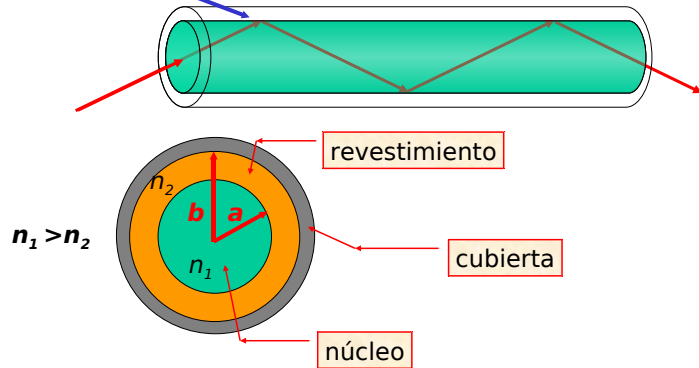


Ángulo crítico

$$\alpha_{1c} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

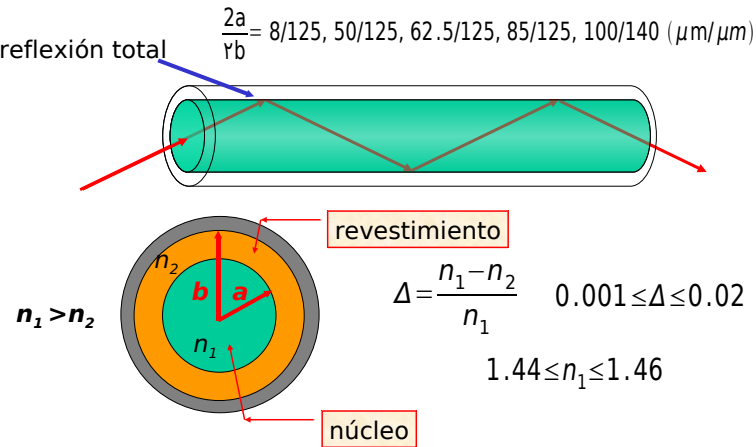
4. Fibra óptica

reflexión total

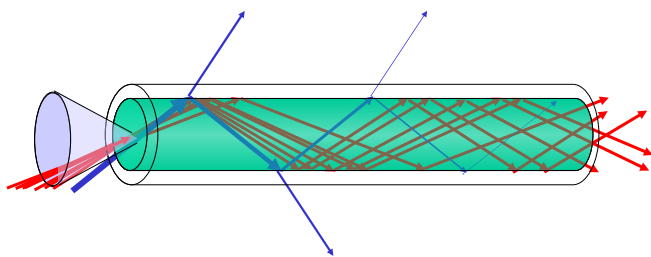


4. Fibra óptica

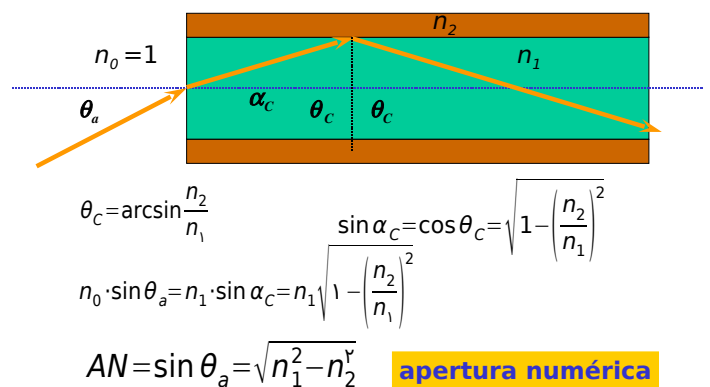
reflexión total



4. Fibra óptica

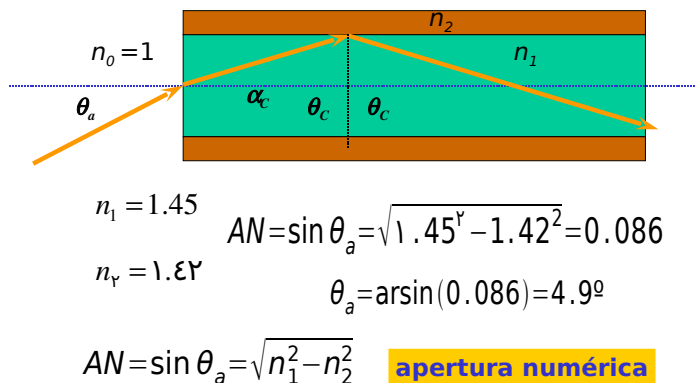


4. Fibra óptica



Los rayos que entran con ángulos de incidencia inferiores al dado por la apertura numérica no sufren refracción al avanzar por la fibra.

4. Fibra óptica

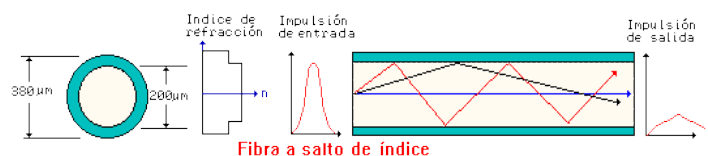


Los rayos que entran con ángulos de incidencia inferiores al dado por la apertura numérica no sufren refracción al avanzar por la fibra.

4. Fibra óptica

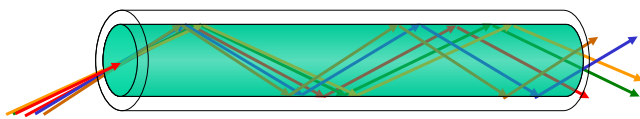
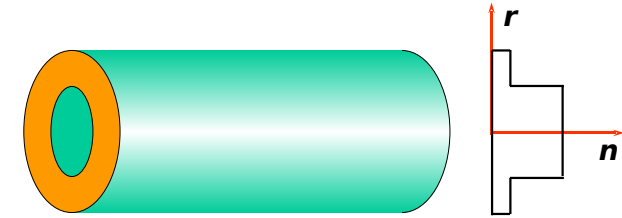
fibra multimodo de salto de índice

En el cual la transmisión de la luz va chocando continuamente contra las paredes del revestimiento siendo reflejada de nuevo hacia el núcleo, es el más económico pero también es el que más pérdidas tiene y ancho de banda más estrecho.



4. Fibra óptica

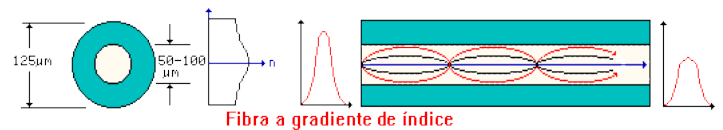
fibra multimodo de salto de índice



4. Fibra óptica

fibra multimodo de gradiente de índice

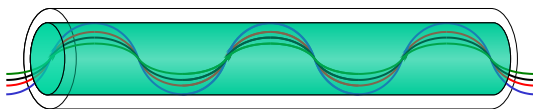
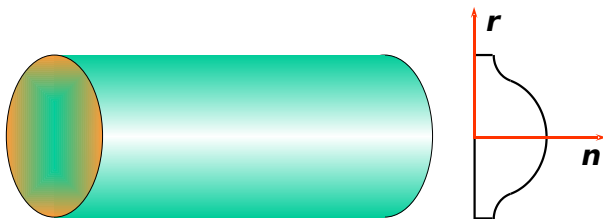
En este tipo de fibras el revestimiento no mantiene un índice de refracción constante, sino que va aumentando progresivamente desde el centro del núcleo hacia fuera, ésta técnica produce una refracción gradual a medida que los rayos van penetrando en el recubrimiento, presenta un mayor ancho de banda y menor pérdida de información que la anterior.



Fibra a gradiente de índice

4. Fibra óptica

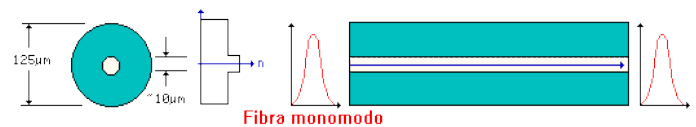
fibra multimodo de gradiente de índice



4. Fibra óptica

fibra mono-modo

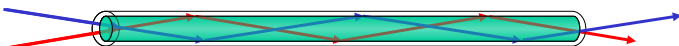
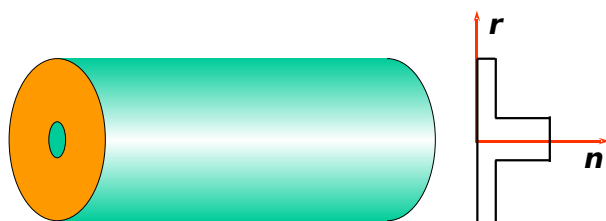
Consiste en hacer el núcleo tan fino que sólo un rayo de luz viaje a través de la fibra, es el más caro, tiene mayor ancho de banda que los dos anteriores, y como es evidente posee pérdidas menores.



Fibra monomodo

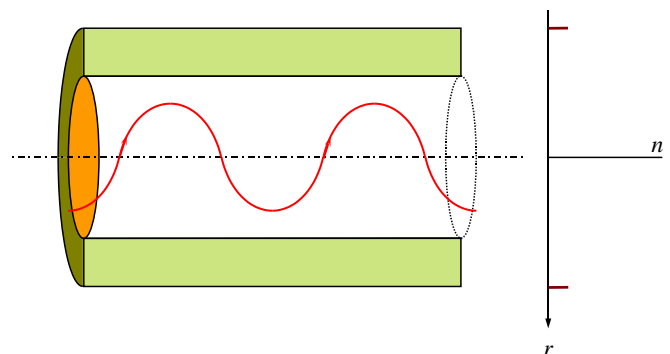
4. Fibra óptica

fibra mono-modo



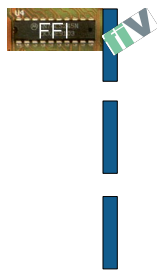
4. Fibra óptica

variación de índice gradual



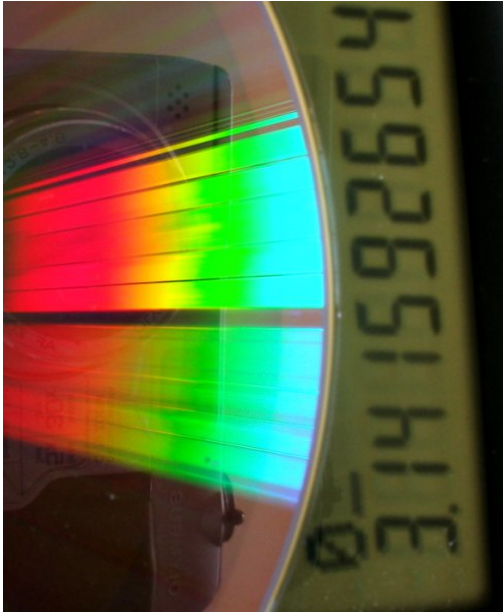


4. Fibra óptica



4. Fibra óptica





Cristales líquidos

Láser

Fibra óptica

Almacenamiento óptico

Fotografía digital

Computación óptica

Computación cuántica

Objetivos

- Conocer los fundamentos físicos en que se basa la utilización de los cristales líquidos, fibras ópticas, así como la naturaleza de los distintos tipos de almacenamiento óptico de información.
- Conocer la naturaleza de la emisión láser.
- Describir cualitativamente el funcionamiento de un sensor CCD.
- Conocer algunos avances y tendencias de futuro de la tecnología óptica en los ordenadores.

Los comienzos de la era de la Informática han estado unidos al electromagnetismo: transistores, discos magnéticos, monitores basados en rayos catódicos... Desde finales del siglo XX, están apareciendo cada vez más dispositivos basados en la Óptica y en las propiedades electro-ópticas de los materiales. La fibra óptica para la transmisión más eficiente de la información, el láser para producir fuentes luminosas eficientes, el almacenamiento óptico de información en CD y DVD, la fotografía digital y aplicaciones en computación hacen que la informática esté cada día más relacionada con la Óptica y que, por lo tanto, debamos conocer los fundamentos físicos en que se basan dichas aplicaciones.

12.1 Cristales líquidos

Polarización

La luz es una onda electromagnética transversal, es decir, es la propagación de un campo eléctrico y magnético en dos planos de vibración perpendiculares entre sí y perpendiculares a la dirección de propagación. Si únicamente consideramos la componente eléctrica, se trata de una onda polarizada linealmente porque únicamente hay un plano de vibración. Una radiación luminosa emitida por un único átomo estaría polarizada linealmente. Sin embargo, cualquier fuente luminosa consta de multitud de ondas producidas por infinitud de átomos emitiendo aleatoriamente, por lo que esta onda no está polarizada, está aleatoriamente polarizada. Si de alguna manera se consigue separar un único plano de vibración, eliminando o absorbiendo los demás, obtenemos una luz polarizada.

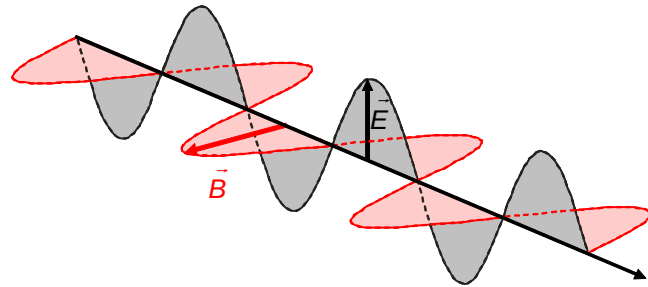


Figura 12-1: Modelo de onda electromagnética

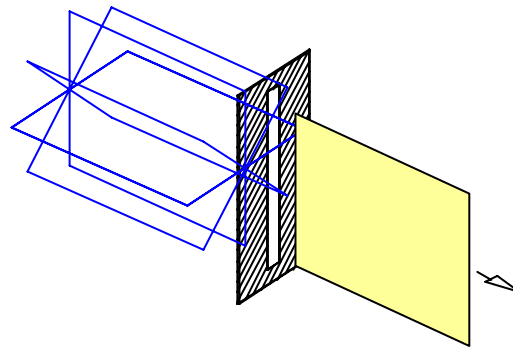
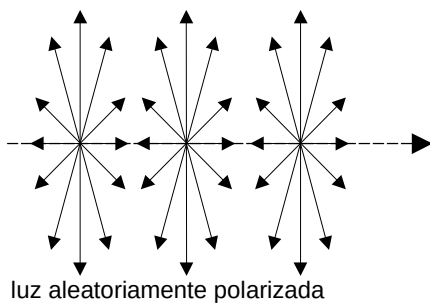


Figura 12-2: Modelo mecánico para ilustrar la polarización de la luz

Existen distintos métodos para polarizar la luz, de los que destacaremos dos: por absorción y por reflexión.

a) Por absorción.

Ciertos sólidos poseen una estructura cristalina particular con la propiedad de absorber el campo electromagnético cuando éste incide de modo que presenta el plano de vibración del campo eléctrico alineado con cierta dirección espacial. De esta forma, la componente de la onda electromagnética cuyo campo eléctrico vibra en dicha dirección es absorbida, quedando entonces únicamente la componente perpendicular. Los cristales que poseen esta propiedad se denominan polarizadores. Si la luz incidente está aleatoriamente polarizada, únicamente el 50% de la radiación incidente atraviesa el cristal, y dicha radiación estará linealmente polarizada en una dirección, que coincide con lo que se denomina eje de transmisión del polarizador.

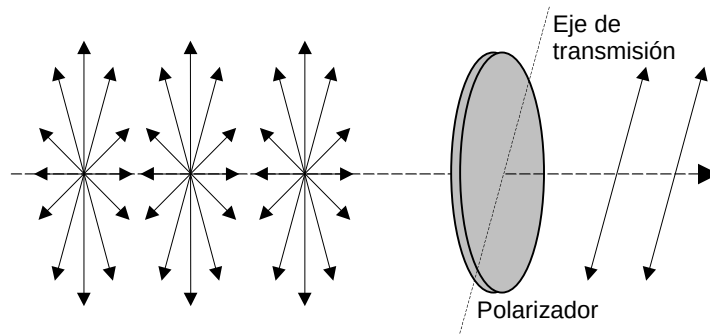


Figura 12-3: Esquema del funcionamiento de un polarizador: únicamente se transmite la componente de la luz cuyo eje de vibración del campo eléctrico coincide con el eje de transmisión del polarizador

Supongamos que se sitúan dos polarizadores consecutivos con los ejes de transmisión formando un ángulo θ . La luz, al atravesar el primer polarizador, queda linealmente polarizada en la dirección del eje de transmisión del mismo. Al incidir la luz polarizada en el segundo polarizador, solamente la componente de la vibración del campo en la dirección del segundo es transmitida y la intensidad del haz luminoso viene dada por:

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

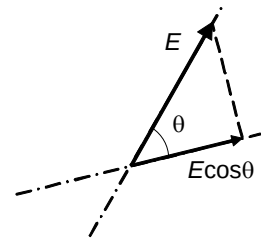


Figura 12-4

ya que la intensidad depende del cuadrado del módulo del campo eléctrico. Esta expresión se conoce como **ley de Malus** y en ésta I_0 es la intensidad incidente en el segundo polarizador y θ el ángulo que forman entre sí los dos ejes de transmisión. De esta expresión se deduce que dos polarizadores dispuestos con los ejes de transmisión perpendiculares entre sí, producirán una absorción total.

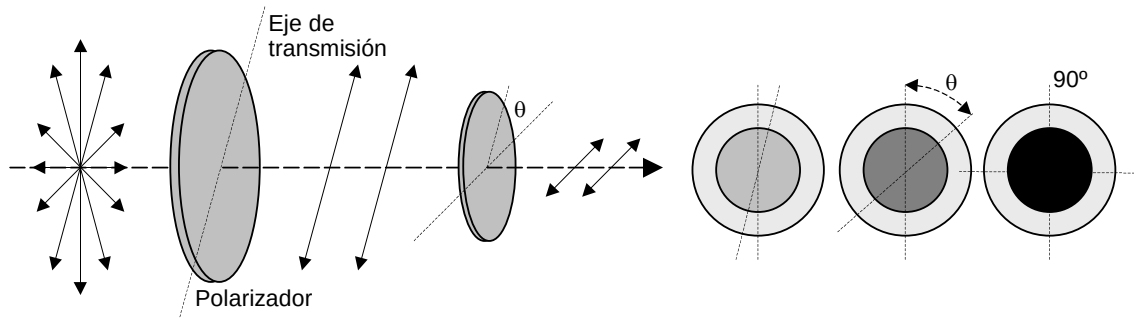


Figura 12-5: Absorción de luz en un polarizador

b) Por reflexión

Cuando la luz incide en la superficie de un medio transparente, parte se refracta y parte se refleja de forma parcialmente polarizada. Existe un cierto ángulo de incidencia i_p , denominado ángulo de polarización para el que la luz que se refleja lo hace totalmente polarizada. En este caso la luz reflejada y refractada forman 90° .

Utilizando las leyes de la refracción y la reflexión,

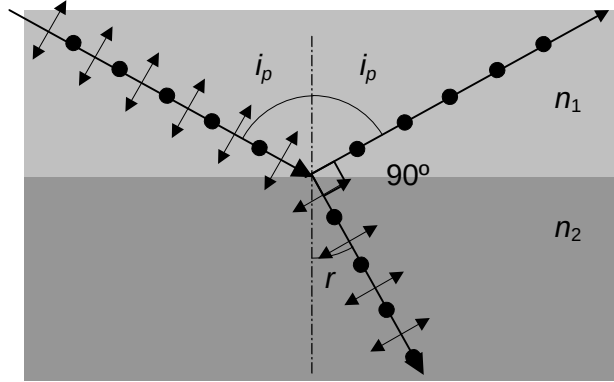


Figura 12-6: Ley de Brewster

$$n_1 \operatorname{sen} i_p = n_2 \operatorname{sen} r \Rightarrow \frac{\operatorname{sen} i_p}{\operatorname{sen} r} = \frac{\operatorname{sen} i_p}{\operatorname{sen}(90 - i_p)} = \frac{\operatorname{sen} i_p}{\cos i_p} = \operatorname{tg} i_p = \frac{n_2}{n_1}$$

resultado que se conoce como **ley de Brewster**.

Como consecuencia, si la luz incidente estuviera polarizada con el plano de vibración coincidente con el plano de incidencia, no existiría luz reflejada.

Cristales líquidos

Los cristales líquidos fueron descubiertos por Reinitzer a finales del siglo XIX a partir de compuestos orgánicos derivados del colesterol, pero cayeron en el olvido quizá por la falsa creencia de que la materia se presenta en los tres estados típicos: sólido, líquido y gaseoso. Estas sustancias fluyen y adoptan la forma del recipiente que las contiene como los líquidos, pero sus moléculas son muy alargadas y asimétricas, presentando un elevado momento dipolar eléctrico que tiende a orientar sus moléculas en una dirección, dando lugar a estructuras más o menos ordenadas a diferencia de un líquido convencional.

Existen varios tipos de cristales líquidos de acuerdo con la disposición espacial molecular: nemáticos, esmécticos y colestéricos principalmente. Los cristales nemáticos tienen cierto orden en la orientación de sus moléculas pero un desorden en la posición de sus centros de masa. Las moléculas pueden moverse lateralmente, girar alrededor del eje común o deslizarse paralelamente a él. Son la fase más desordenada de los cristales líquidos.

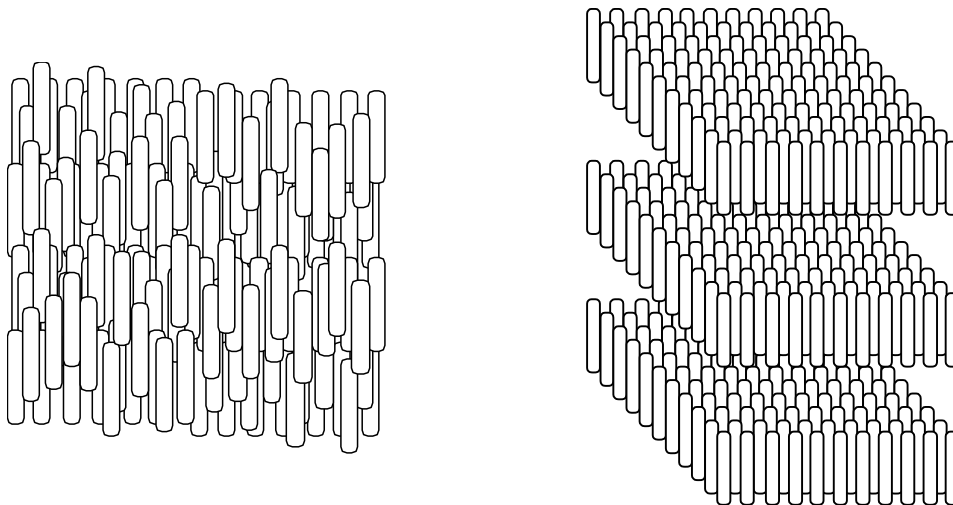


Figura 12-7: Cristales nemáticos y esmécticos

Los cristales esmécticos son la fase más ordenada de los cristales líquidos, además de estar dispuestas las moléculas paralelamente, los centros de masa están alineados y situados en planos paralelos en un estado muy parecido al de un sólido.

Las pantallas de cristal líquido o LCD (*Liquid Crystal Display*) están basadas en las propiedades electro-ópticas de estas sustancias, pudiéndose modificar estas propiedades mediante la aplicación de campos eléctricos externos.

La disposición de las moléculas alineadas en una dirección del espacio produce que esta dirección espacial presente de modo espontáneo unas propiedades ópticas como color, absorción o polarización, diferentes a las de las demás. A esta dirección singular se le denomina **eje óptico**, y lo presentan todos los cristales líquidos de modo espontáneo, independientemente del campo eléctrico aplicado. Así, un rayo luminoso que se propague por el cristal líquido se moverá con velocidades distintas según viaje paralelamente al eje óptico o no. También la polarización se verá afectada, pudiendo ser absorbidos los haces luminosos que no coincidan con la dirección del eje óptico.

De este modo, mediante la aplicación de campos eléctricos externos podemos modificar la dirección del eje óptico, pues un campo eléctrico externo actúa sobre las moléculas dipolares modificando su orientación. Es en este aspecto donde el comportamiento de líquido adquiere relevancia, pues en un sólido las moléculas no podrían moverse. Ésta es la característica en la que se basa la tecnología de formación de imágenes mediante LCD.

Formación de imágenes

El cristal líquido se dispone entre dos láminas de vidrio en las que se han practicado surcos microscópicos. En una lámina se practican surcos horizontales y en la otra verticales. Las moléculas de cristal líquido se distribuyen orientadas según la disposición de los surcos como consecuencia de fuerzas puramente mecánicas, lo que producirá una disposición helicoidal de las moléculas en la dirección perpendicular al plano de las láminas. Como consecuencia, se va rotando paulatinamente la dirección de polarización hasta que ésta se hace de 90° , todo ello en ausencia de campo eléctrico externo. Como consecuencia, la luz polarizada que atraviesa este cristal líquido girará su eje de polarización 90° .

Si en estas condiciones situamos dos polarizadores desfasados 90° antes y después del cristal líquido, el resultado será favorable al paso de la luz: del primer polarizador obtenemos luz polarizada que atraviesa el cristal líquido girando su dirección de polarización y pudiendo atravesar el segundo polarizador. Si situamos un espejo, la luz se refleja y recorre el camino en sentido contrario encontrando los polarizadores situados de modo favorable al paso.

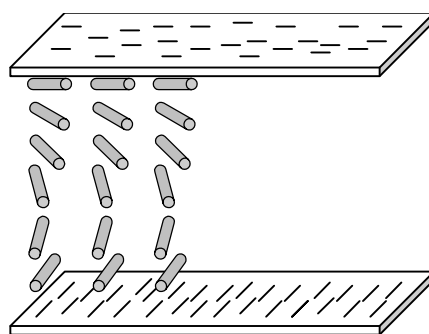


Figura 12-8: Disposición de las moléculas del cristal líquido

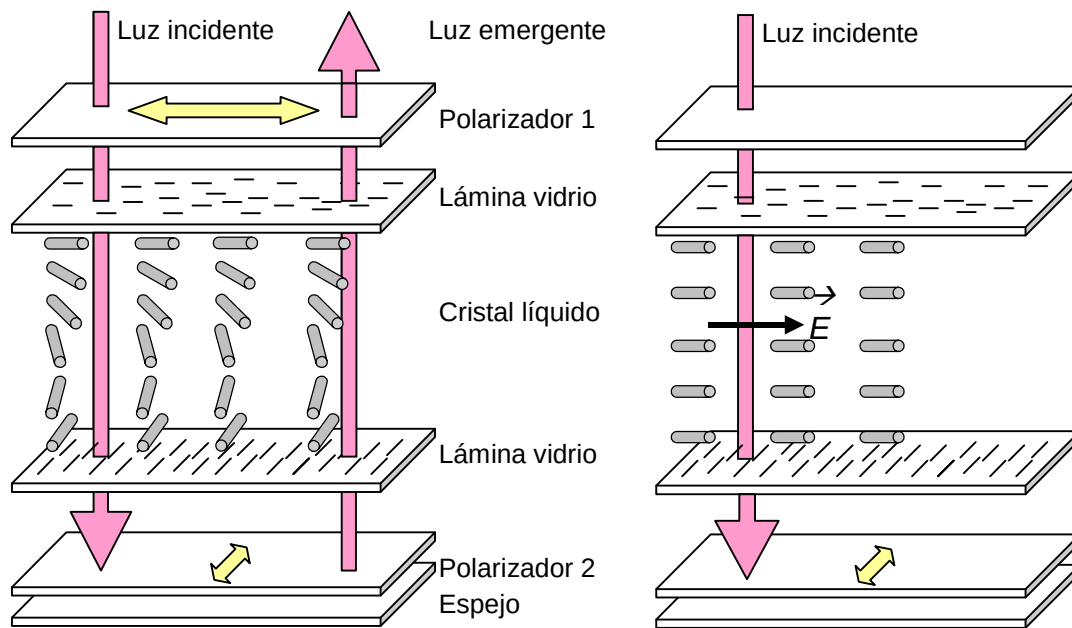


Figura 12-9: Izquierda: sin campo eléctrico la luz incidente es reflejada en el espejo, y posteriormente emitida. Derecha: al aplicar un campo eléctrico cambia la disposición de las moléculas del cristal líquido y la luz es absorbida en el segundo polarizador

De este modo, un observador situado en la dirección del haz reflejado no percibe ninguna zona oscura, pues el haz luminoso se refleja sin sufrir ninguna perturbación.

En cambio, si mediante electrodos se aplica en alguna zona del cristal líquido un campo eléctrico de tal modo que las moléculas se orienten de acuerdo con la dirección del primer polarizador, la luz atravesará el cristal líquido sin girar su eje óptico y por lo tanto no atravesará el segundo polarizador y no alcanzará el espejo, formándose de esta manera una imagen oscura al observador.

De esta manera, para formar imágenes, se constituyen celdas independientes en el cristal que pueden polarizarse eléctricamente aplicando una diferencia de potencial externa y cambiar de este modo la orientación de sus moléculas. Las celdas polarizadas eléctricamente no dejarán pasar la luz y formarán una imagen oscura, y las celdas no polarizadas sí dejarán pasar la luz y darán lugar a una imagen luminosa. Entre medio, se puede variar el grado de polarización eléctrica para conseguir diferentes tonos de grises. Este es el funcionamiento básico de las pantallas de cristal líquido (LCD) que se utilizan en calculadoras, relojes, pantallas indicadoras, etc., y que se ilustra en la Figura 12-10.

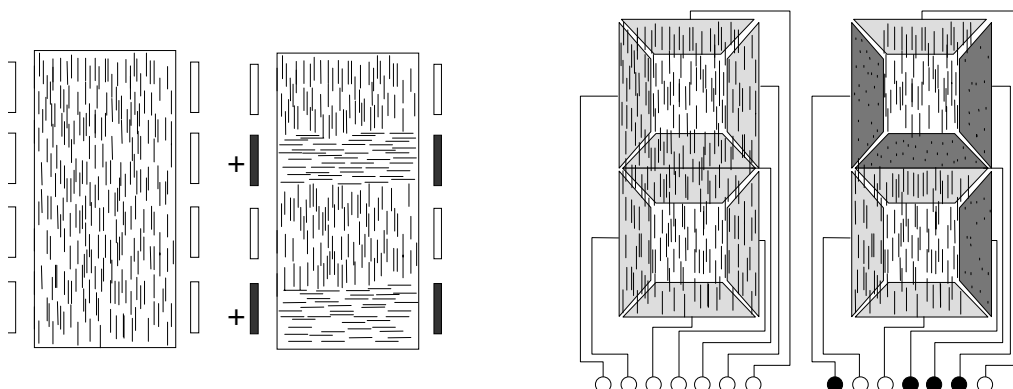


Figura 12-10: En las celdas que se ha aplicado tensión eléctrica las moléculas se orientan (izqda). Para formar una imagen se aplica tensión eléctrica a las celdas de cristal líquido

Aplicaciones

La aplicación de los cristales líquidos está en la fabricación de pantallas de visualización de caracteres alfanuméricos en calculadoras, pantallas indicadoras, monitores y televisiones planas. Aplicando un voltaje adecuado a las celdas, éstas cambian las propiedades de su eje óptico volviéndose opacas o transparentes a la luz reflejada. La principal ventaja de estas pantallas reside en su bajo consumo, y sus desventaja, la necesidad de iluminación externa.

Pantallas TFT

El control directo de cada celda de una pantalla de segmentos tal y como se ha descrito anteriormente es difícilmente extrapolable a una gran pantalla formada por un gran número de píxeles. En estos casos, el campo eléctrico en cada píxel se controla mediante un pequeño transistor de tipo TFT (Thin-Film Transistor), dando lugar a las denominadas pantallas TFT-LCD o también llamadas simplemente pantallas TFT. El TFT es un transistor de efecto de campo con finas láminas en los contactos metálicos situado en la superficie del cristal líquido y mediante el cual se controla la luminosidad de cada píxel mediante el voltaje de la fuente y la puerta. Además, estas pantallas incorporan una fuente de iluminación en la parte trasera.

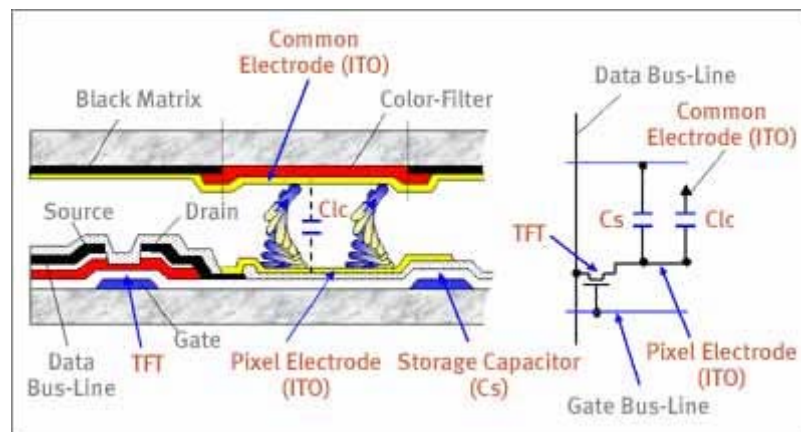


Figura 12-11: Esquema de un píxel TFT LCD [Plasma,2007]

La Figura 12-11 muestra el esquema de un píxel en una matriz TFT-LCD. La fuente (source) del TFT está conectada al bus de datos, mientras que la puerta (gate) está conectada al bus de direccionamiento. La información de intensidad de color viene a través del bus de datos y si la puerta está a un voltaje mayor al voltaje umbral, la información será cargada en los condensadores de almacenamiento (Cs) y del cristal líquido (Clc). Por encima del cristal líquido hay una matriz de máscara para establecer el color de píxel y ocultar las regiones donde está situado el TFT.

El esquema de la matriz de píxeles está representado básicamente en la Figura 12-12. La matriz de píxeles está direccionada línea a línea a través del bus de puertas, esto es, todas las puertas de los TFT de una misma línea comparten la misma conexión. Por otra parte, las fuentes de los TFT de una misma columna comparten también la misma conexión. Estableciendo el voltaje de

una línea a nivel alto, todas las puertas de TFT de esa línea se “abren”, permitiendo que la información de iluminación que está en el bus de datos se cargue en paralelo en los correspondientes píxeles, atravesando el TFT de fuente a drenaje.

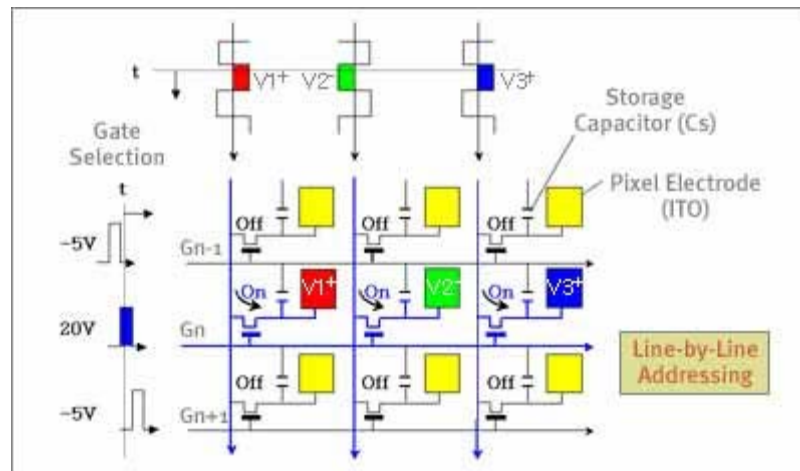


Figura 12-12: Carga de la información de iluminación en los píxeles de la columna n. De forma sincronizada, el bus de direccionamiento activa las puertas (Gn) de los TFT de la columna, mientras el voltaje correspondiente a la información de iluminación, cargado en el bus de datos, atraviesa la fuente de cada TFT y carga los condensadores de almacenamiento (Cs) y del cristal líquido (ITO). [Plasma,2007]

Pantallas OLED

El término OLED es un acrónimo del *Organic LED (LED orgánico)*, que en esencia se trata de un LED basado en moléculas orgánicas, en lugar de materiales semiconductores, normalmente polímeros aunque también se utilizan otros materiales orgánicos de moléculas pequeñas.

Las pantallas OLED se basan en la propiedad de estos materiales orgánicos de emitir luz cuando se someten a una diferencia de potencial. El esquema de un píxel en este tipo de pantallas viene representado en la Figura 12-13, y está constituido por cuatro capas: el ánodo y el cátodo conectados a una diferencia de potencial; entre ellos se sitúa una capa de polímero conductor, y otra de polímero emisor, siendo este último el responsable de la emisión luminosa. El espesor de estas cuatro capas es muy pequeño: alrededor de 0,5 μm .

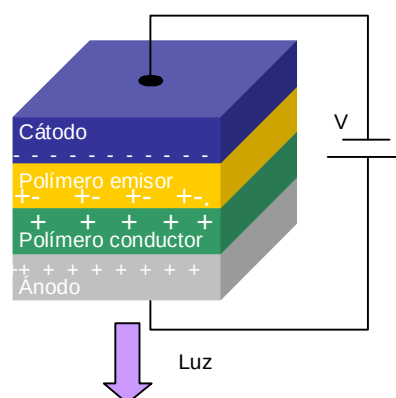


Figura 12-13: Esquema de un píxel de una pantalla OLED

Como polímeros conductores se puede utilizar polyanilina (PANI:PSS) o polyethylenedioxythiophene (PDOT:PSS), y como polímeros emisores de luz se

utiliza polyphenylenevinylene (R-PPV) o polyfluorene (PF). Se pueden obtener diferentes colores de emisión variando la estructura química de los materiales.

El diagrama de bandas de energía viene esquematizado en la figura siguiente: se inyectan electrones por el cátodo, y huecos por el ánodo. Los huecos se mueven a través del polímero conductor hasta el polímero emisor, donde se recombinan con los electrones del cátodo, produciendo la emisión de luz.

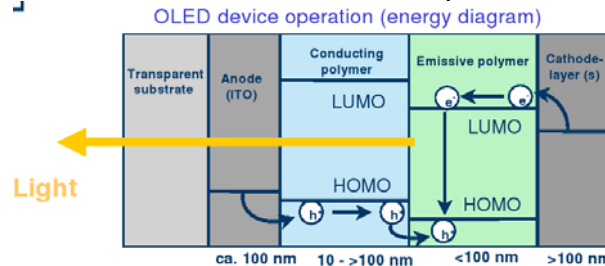


Figura 12-14: esquema de bandas de energía

El control de cada uno de estos píxeles se realiza habitualmente mediante transistores TFT, al igual que los monitores TFT-LCD comentados anteriormente. Las pantallas que combinan la tecnología OLED con la TFT se suelen denominar también AMOLED (OLED de Matriz Activa).

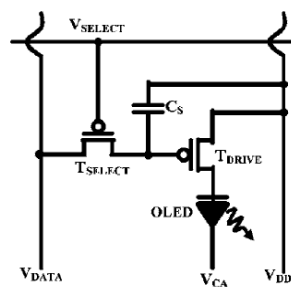


Figura 12-15: Ejemplo del circuito de control de un píxel de una pantalla AMOLED mediante dos transistores TFT

Una ventaja adicional que tienen este tipo de pantallas respecto a las TFT-LCD es la posibilidad de emitir la luz por la parte superior, situando la matriz TFT detrás del polímero emisor, evitando así las “zonas de sombra” producidas por la matriz TFT (ver Figura 12-15) inevitable en las pantallas TFT-LCD. De esta forma se pueden conseguir pantallas más grandes, y con mayor brillo y resolución.

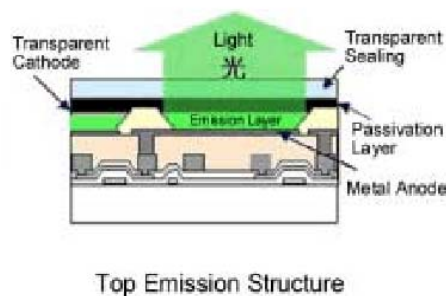


Figura 12-16: Disposición de los diferentes elementos en una pantalla OLED de emisión superior

Esta disposición de los elementos se denomina estructura de emisión superior. De abajo hacia arriba en la figura, se sitúan los elementos en el siguiente orden: sustrato, matriz TFT, ánodo metálico, capa orgánica (polímero conductor y emisor), cátodo transparente y cubierta transparente. Como se puede apreciar en la figura, la emisión de la luz se realiza a través del cátodo transparente, controlado mediante la matriz TFT que queda en la parte trasera, obteniéndose una mayor eficacia del proceso.

Al igual que el resto de pantallas, el color se consigue mediante la combinación de los tres colores básicos: rojo, verde y azul. Mientras que en la mayoría de pantallas el color se basa en un emisor blanco, y filtros de colores para seleccionar el color deseado (ver Figura 12-17-b), en este caso también se pueden utilizar OLED de colores (Figura 12-17-a) o también OLED azul combinado con un medio capaz de cambiar el color (Figura 12-17-c).

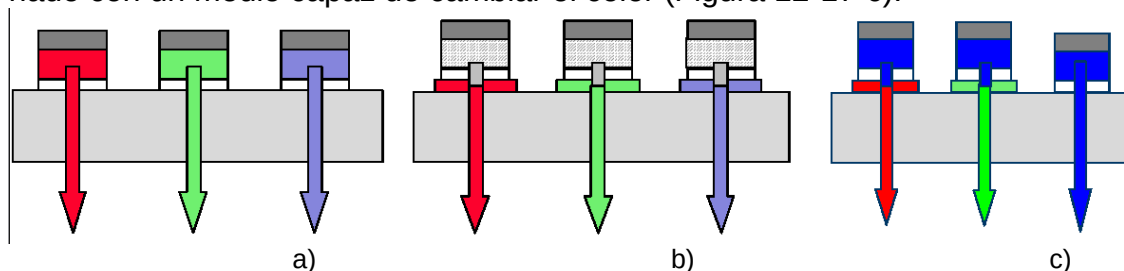


Figura 12-17: Tres métodos para conseguir una pantalla en color mediante LED orgánicos: a) emisores de los tres colores básicos. b) emisores blancos combinados con filtros de colores. c) emisores azules seguidos de un medio con la capacidad de cambiar el color a rojo o verde.

Hoy por hoy, el principal inconveniente de este tipo de pantallas radica en la corta vida útil de los LED orgánicos emisores de color azul combinado con la falta de emisores de color blanco eficientes. Sin embargo, estamos seguros que en pocos años se podrá resolver este inconveniente, y este tipo de pantallas invadirán el mercado, desbancando por completo a los actuales monitores TFT basados en cristales líquidos, e incluso la tecnología de plasma, puesto que las pantallas OLED pueden superar ambas tecnologías a un coste menor, logrando alta luminosidad, gran contraste, pequeño tamaño y peso, mayor ángulo de visión, bajo consumo de energía y mayor rango de colores. Incluso con esta tecnología se pueden realizar pantallas flexibles.

En la actualidad existen investigaciones para desarrollar una nueva versión del LED orgánico que no sólo emita luz, sino que también recoja la energía solar para producir electricidad. De momento no hay ninguna fecha para su comercialización, pero ya se está hablando de cómo hacerlo para su fabricación masiva. Con esta tecnología se podrían construir todo tipo de pequeños aparatos eléctricos que mediante su propia pantalla se podrían auto-abastecer de energía.

12.2 Láser

El *Light Amplification by the Stimulated Emission of Radiation* (LÁSER) junto con la fibra óptica y los dispositivos optoelectrónicos constituyen el campo innovador de la óptica actual orientada al diseño de dispositivos de diverso tipo: almacenamiento y transmisión de información, computación, etc.

Absorción y emisión de luz

Los átomos y las moléculas tienen niveles de energía definidos por el estado de excitación de sus electrones. Estos niveles de energía no son niveles aleatorios, sino que se trata de niveles bien definidos, pudiendo ocurrir transiciones electrónicas entre niveles. Esta idea constituyó uno de los grandes avances de la Ciencia a principios del siglo XX, explicándose de modo satisfactorio las emisiones y absorciones de energía por la materia.

Así, cuando suministramos energía a la materia (ya sea en forma de calor, radiación, campos eléctricos...), los electrones son llevados a unos niveles de energía mayores: un electrón dado absorbe energía tomando un fotón y permanece en el nivel excitado. La energía absorbida viene dada por la ecuación de Planck.

$$E = E_n - E_m = hf$$

donde E_m es la energía del nivel inicial, E_n la del nivel final, h es la constante de Planck ($6,62 \cdot 10^{-34}$ Js) y f es la frecuencia del fotón.

Posteriormente, en un lapso de tiempo muy corto, el electrón vuelve al nivel original devolviendo la energía en forma de radiación, emitiendo un fotón con una frecuencia f , proceso que se denomina emisión espontánea.

El proceso absorción – emisión espontánea es más complejo que el esquema expuesto anteriormente, pues hay que considerar que en una muestra dada hay gran número de electrones y un número de niveles electrónicos mayor por lo que se podrán producir gran cantidad y variedad de “saltos” electrónicos en ambos sentidos.

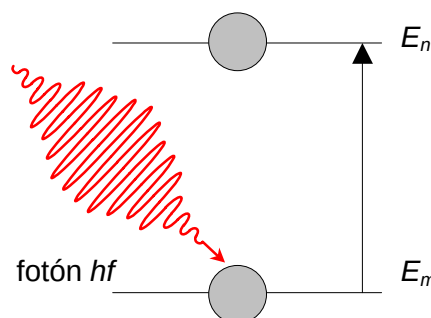


Figura 12-18: Absorción de un fotón, produciendo la excitación de un electrón del nivel m al n

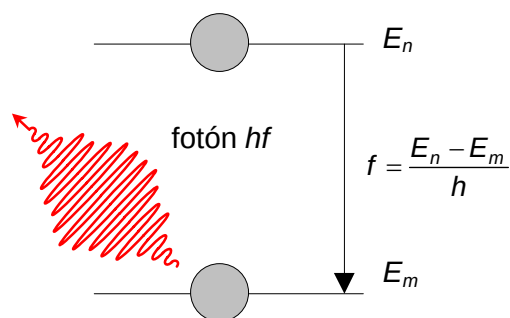


Figura 12-19: Des-excitación del electrón del nivel n al m , produciéndose la emisión de un fotón, cuya frecuencia está relacionada con la diferencia de energía entre los niveles energéticos del electrón

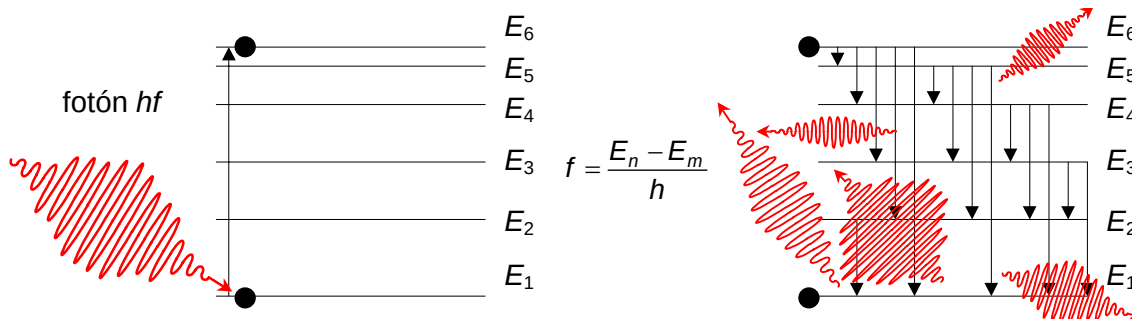


Figura 12-20: Excitación de un electrón desde un nivel energético E_1 a otro E_n , y diferentes formas posibles de volver a su estado fundamental E_1

Por lo tanto no vamos a obtener un único tipo de fotón, sino un espectro con diferentes frecuencias correspondientes a distintos saltos posibles. Esto significa que un átomo dado sólo emitirá un conjunto de radiaciones posibles,

las correspondientes a sus “saltos” de niveles posibles, constituyendo estas radiaciones (líneas en el espectro) su marca particular. Este es el proceso que explica, por ejemplo, la emisión de espectros discontinuos de luz por los gases incandescentes en un tubo de gas sometido a una elevada diferencia de potencial.

Por otra parte, en un conjunto elevado de átomos tendremos que una cantidad apreciable de electrones se encontrará en su nivel fundamental (no excitado), otra cantidad menor se encontrará en el primer nivel excitado y otra en el segundo. En situación de equilibrio energético la sustancia está absorbiendo energía y emitiéndola con sus poblaciones de electrones en equilibrio en diversos niveles.

Emisión estimulada

Cuando un átomo está en un estado excitado puede tener lugar una transición a un estado de energía más bajo en forma espontánea, con la consecuente emisión de radiación como se ha visto antes. A. Einstein descubrió en 1917 que si un átomo excitado se encuentra en un campo de radiación electromagnética, también puede ocurrir otro proceso de emisión, que es estimulado por el campo. Si el fotón de la radiación incidente tiene una energía igual a la diferencia de energías entre los niveles en los que ocurrirá la transición, y si el sistema tiene un gran número de átomos en estados excitados, el sistema podrá emitir otro fotón adicional, obteniéndose 2 fotones: el que llegó y el inducido, **ambos de la misma frecuencia y en la misma dirección y en la misma polarización**. Además, los dos fotones producidos incidirán sobre otros átomos excitados, induciendo nuevas emisiones de fotones, todos ellos de la misma frecuencia, en un proceso en cadena.

Conviene subrayar que para que haya emisión estimulada se han de producir dos condiciones:

- Fotón incidente con la energía correspondiente a la transición.
- Elevado número de electrones en niveles excitados, lo que se denomina inversión de población

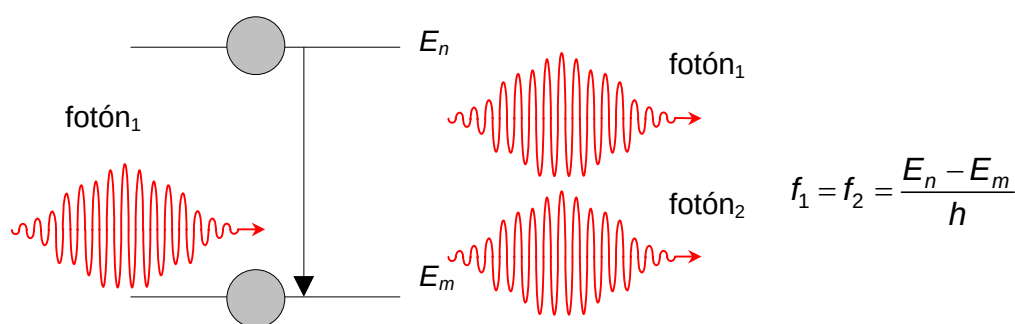


Figura 12-21: Emisión estimulada

Amplificación e inversión de población

Para que tenga lugar el efecto láser, es necesario que exista una elevada población de átomos con sus niveles energéticos excitados, lo que se denomina “inversión de población”. No basta con un reducido grupo de átomos, sino que se necesita una población significativa para que tenga lugar un proce-

so en cadena. El proceso por el que se consigue la inversión de población se denomina *bombeo*.

El número de átomos N_2 en un nivel de energía excitado E_2 y el número de átomos N_1 en un nivel de energía mínimo E_1 cumple la estadística de Maxwell-Boltzmann, dada por la expresión:

$$N_2 = N_1 e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}$$

donde k es la constante de Boltzmann. En esta expresión se observa que al aumentar la temperatura, aumenta el número de átomos excitados, lo que sería un bombeo producido por el aumento de la temperatura, pero que puede obtenerse también por una elevada diferencia de potencial o mediante radiación.

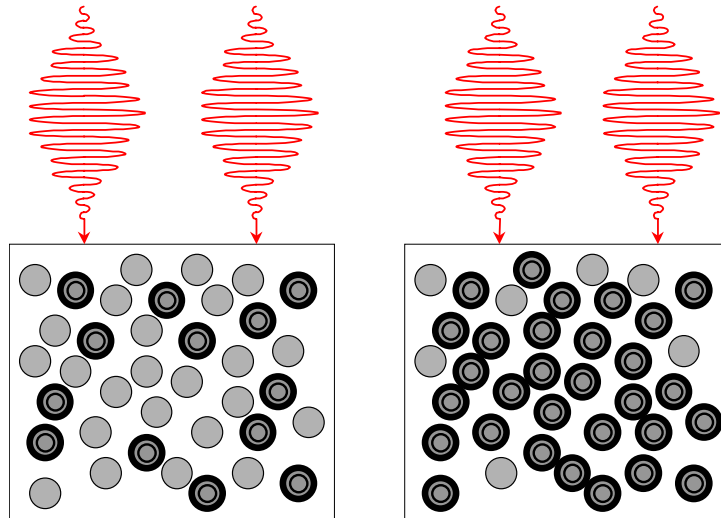


Figura 12-22: Bombeo. Los círculos de línea más gruesa representan los átomos excitados

Mediante el bombeo se consigue, por tanto, la inversión de población, es decir que un elevado número de átomos de la muestra estén excitados. Un esquema del proceso está mostrado en la figura: se le suministra energía a la muestra para conseguir una elevada población de átomos excitados. Este bombeo puede realizarse mediante luz intensa (bombeo óptico) o mediante una descarga eléctrica si el medio es gaseoso, o mediante una inyección de cargas en un láser semiconductor.

En esta situación, bastará un fotón con la energía correspondiente al salto de niveles para desencadenar el proceso de emisión estimulada; se emitirán dos fotones iguales que desencadenarán dos procesos, así en un proceso en cadena.

Sin embargo, las emisiones de los átomos tienen lugar al azar en el tiempo y en dirección. Los distintos átomos emiten los fotones de forma independiente entre sí, la radiación emitida no está en fase; las ondas están desfasadas, y cuando se suman ondas que no están en fase, la amplitud de éstas no es elevada.

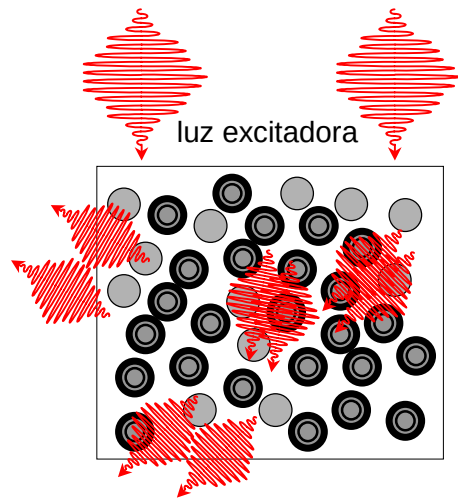


Figura 12-23: Emisión estimulada

La cavidad LÁSER

Para conseguir un haz de ondas en una dirección y en fase se utiliza un recinto donde está el medio entre dos espejos, uno de ellos semitransparente. La muestra se excita con luz por ejemplo, lográndose la inversión de población. Los fotones producidos se reflejarán múltiples veces produciendo nuevas emisiones. Los fotones emitidos en direcciones diferentes a las del eje de la cavidad saldrán de la misma, y no continuarán el proceso de emisión estimulada. Por otra parte, al interferir las ondas con sus reflejadas se formará una onda estacionaria si la longitud del recinto es un múltiplo entero de la semilongitud de onda. De este modo, se consigue un haz coherente (en fase) en una dirección que abandona la cavidad por el espejo semitransparente.

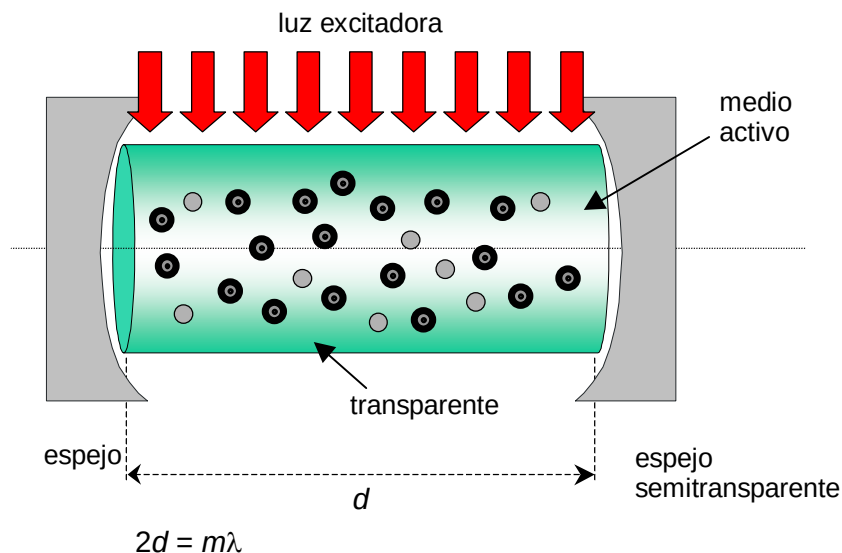


Figura 12-24: Cavidad láser

Tipos de LÁSER

- Láser de Helio-Neón: El láser de helio-neón fue el primer láser de gas que se construyó. Los centros activos de este láser son los átomos de neón, pero la excitación de éstos se realiza a través de los átomos de helio. Una

mezcla típica de He-Ne para estos láseres contiene siete partes de helio por una parte de neón.

- Láser de CO₂: El láser de dióxido de carbono, CO₂, es el ejemplo más importante de los láseres moleculares. El medio activo en este láser es una mezcla de dióxido de carbono, nitrógeno (N₂) y helio (He), aunque las transiciones láser se llevan a cabo en los niveles energéticos del CO₂.
- Láser de semiconductores: Los láseres de semiconductores son los láseres más eficientes, baratos y pequeños que es posible obtener en la actualidad. Desde su invención en 1962 se han mantenido como líderes en muchas aplicaciones científico-tecnológicas y su continua producción masiva nos da un inicio de que esta situación se prolongará por mucho tiempo.
- Láser de Nd-Yag: Son los más utilizados para el bombeo de láseres líquidos.
- Láseres líquidos o de colorante
- Láseres de excímeros

Láser	λ (nm)	Aplicaciones
Rubí	694 (rojo)	Holografía, médicas
Alejandrita	755 (rojo)	Médicas
He – Ne	633 (rojo)	Lectores de código de barras
Dióxido de carbono	1060 (IR)	Espectroscopía, materiales, médicas
Ar ⁺	514,5 (verde)	Médicas
He – Cd	442 (azul)	Estereolitografía
Nd:YAG	1064 (IR)	Cortado y tratado de superficies, médicas
Ho:YAG	2090 (IR)	Médicas
Er:YAG	2940 (IR)	Médicas
GaN	405 (azul)	DVD, CD-ROM
AlGaInP	670 (rojo)	
AlGaAs	830 (rojo)	Impresoras láser

Aplicaciones

Muchas son las aplicaciones directas del láser en la informática, las telecomunicaciones y la teledetección: lectura de los discos compactos, comunicaciones terrestres, computadoras láser, comunicaciones por infrarrojos, telémetro láser, radares láser, retículos de difracción, fotografía, mediciones de precisión, estereolitografía, en la cirugía, tanto plástica, como cardiovascular y dermatológica, en odontología, traumatología, etc.

12.3 Fibra óptica

Introducción

La idea de transmitir información mediante la luz tiene sus orígenes en 1889 con la invención del fonógrafo por Graham Bell; éste consistía en la transmisión de mensajes vocales mediante la luz. La idea cayó rápidamente en el olvido por el problema de la atenuación de la intensidad con la distancia. En 1960 se inventó y construyó el láser que volvió a dar fuerza a la idea; sin embargo subsistía el problema de las pérdidas de luminosidad producidas por la

atmósfera. Fue en los años 20 cuando se recuperó la idea gracias a la obtención de vidrios flexibles, los cuales permitían que la luz circulase a través de éstos en distancias muy reducidas. Actualmente la fibra óptica se ha convertido en una de las tecnologías más avanzadas que se utilizan como medio de transmisión por lograr una mayor velocidad y disminuir casi en su totalidad los ruidos y las interferencias.

Entre los aspectos positivos más reseñables citaremos los siguientes:

- Compactas, ligeras, con bajas pérdidas de señal, amplia capacidad de transmisión y un alto grado de fiabilidad debido a que son inmunes a las interferencias electromagnéticas de radio-frecuencia.
- No conducen señales eléctricas.
- Capacidad de tolerar altas diferencias de potencial, no existen problemas respecto a cortocircuitos.
- Gran ancho de banda, lo cual reduce el costo por canal: es considerable el ahorro en volumen en relación con los cables de cobre (cable coaxial).

Refracción

Cuando una onda luminosa se propaga entre dos medios transparentes, parte del haz luminoso se refleja en la superficie de separación y parte cambia de dirección. El cambio de dirección es producido por el cambio de velocidad que experimenta la onda luminosa al cambiar de medio. Se define el índice de refracción de un medio como el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en ese medio. El índice de refracción es una característica de cada sustancia.

$$n = \frac{c}{v}$$

Material	Índice de refracción
Aire (a 1 atmósfera)	1,000278
Hielo	1,31
Cuarzo	1,55
Diamante	2,42
Vidrio flint medio	1,62
Sal	1,54

La relación entre la dirección del haz incidente y el haz refractado viene dada por la ley de Snell o ley de la refracción.

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_2}{n_1}$$

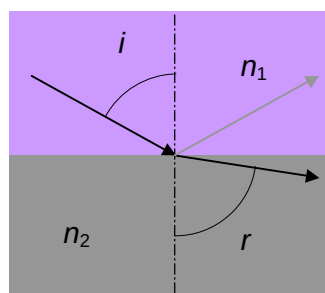


Figura 12-25: Ley de la refracción

siendo i el ángulo de incidencia, r el ángulo de refracción, y n_i el índice de refracción del medio.

Además de refractado, el haz incidente es parcialmente reflejado en la superficie de separación. Sin embargo, si el índice de refracción del primer medio es mayor que el del segundo, $n_1 > n_2$, y por tanto $i > r$, habrá un ángulo de incidencia denominado **ángulo límite**, i_L , para el que el rayo refractado emerge con un ángulo de 90° , es decir no se refracta. Para este ángulo, o ángulos ma-

yores, toda la luz es reflejada, y no hay luz refractada. Este fenómeno se denomina **reflexión total**, y en él está basada la transmisión de luz por la fibra óptica. Para obtener el ángulo límite simplemente hacemos $r = 90^\circ$ en la ley de Snell.

$$\text{sen } i_L = \frac{n_2}{n_1}$$

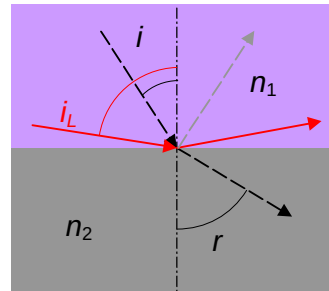


Figura 12-26: Reflexión total y ángulo límite

Ejemplo 1

Calcula el ángulo límite para la reflexiones internas del diamante respecto el aire, si su índice de refracción es 2,42.

Solución:

$$i_L = \arcsen \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{2,42} = 24,4^\circ$$

¿Tiene este resultado alguna relación con las características ópticas singulares del diamante?

Estructura de un cable de fibra óptica

El **núcleo**, es la zona interior de la fibra óptica y es donde se produce la propagación de la onda lumínica. Esta propagación se produce porque el índice de refracción del núcleo es mayor que el del revestimiento con lo que el haz lumínico se puede propagar de dos maneras diferentes, según el tipo de fibra óptica:

- La primera forma de propagación consiste en una serie de refracciones sucesivas en la zona fronteriza del núcleo y el revestimiento a causa de la diferencia de los índices de refracción (fibras de salto de índice).
- Y la segunda forma de propagación consiste en una serie de reflexiones en el interior del núcleo de la fibra óptica, esto se debe a la distribución del índice de refracción del núcleo a lo largo de su sección (fibras de gradiente de índice).

El **revestimiento**, es la capa central entre el núcleo y el recubrimiento, y es donde se produce la reflexión de la onda lumínica ya que el índice de refracción del revestimiento es menor que el del núcleo.

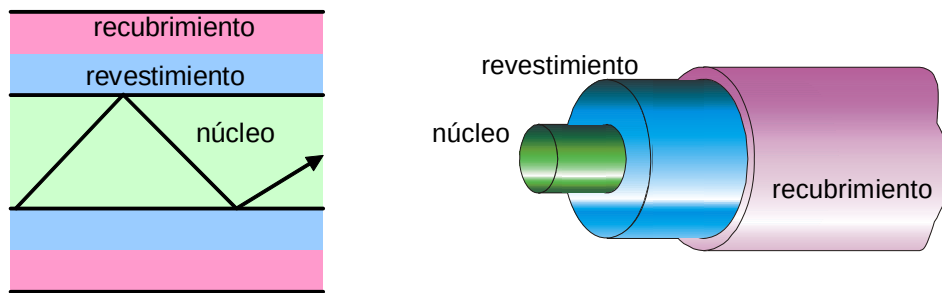


Figura 12-27: Estructura de un cable de fibra óptica

El **recubrimiento**, es la capa más externa del cable, que desempeña la función de evitar que la luz exterior penetre en el núcleo produciendo interferencias en el cable de fibra óptica, esto se debe a que el índice de refracción del recubrimiento es mayor que el de revestimiento.

Las ondas electromagnéticas que conforman la luz tienden a viajar a través de una región que posea un índice de refracción alto, por eso el centro de la hebra de vidrio, el núcleo (cristal de silicio) es de esa clase de materiales. Algunas fibras de vidrio tienen un diámetro de núcleo de únicamente 50 micras, y tiene un índice de refracción de tipo gradual. Con esto se consigue un núcleo que posee un ancho de banda algo mayor que el que tendría otro cuyo índice de refracción fuera idéntico en todas partes.

Una vez se tiene el núcleo y con el fin de retener la luz dentro de él, se necesita recubrirlo con alguna clase de material, de un índice de refracción diferente. Si no se hiciera, no se obtendrían las reflexiones necesarias. De este modo, se forma un revestimiento sobre el núcleo (silicona), que tiene un índice de refracción menor que el del núcleo. Finalmente, para hacerlo más robusto y prevenir daños a la cubierta, se suele formar un recubrimiento sobre el revestimiento que generalmente es de algún tipo de material plástico (poliuretano), el cual posee un índice de refracción mayor que el del revestimiento.

Ventajas	Desventajas
• Una banda de paso muy ancha, lo que permite flujos muy elevados. • Pequeño tamaño, ocupa poco espacio. • Gran ligereza, nueve veces menos pesado que el cable coaxial. • Una inmunidad total a las perturbaciones de origen electromagnético, lo que indica buena transmisión de la información. • Gran seguridad, no produce radiaciones. • No produce interferencias. • Insensibilidad a los parásitos. • Una atenuación lineal pequeña, lo que permite salvar distancias importantes sin elementos activos intermedios. • Gran resistencia mecánica, al calor, al frío y a la corrosión. • Facilidad para localizar los cortes, localiza rápidamente la avería, y reduciendo así los costes de mantenimiento.	• Equipos terminales aún demasiado costosos, debido a la alta tecnología usada en equipos de montaje, instalación y comprobación de líneas y tendidos de fibra óptica. • La especialización del personal encargado de realizar las soldaduras y empalmes. • La temperatura, las fibras ópticas se pueden utilizar, con garantía, en un intervalo entre -10°C y $+50^{\circ}\text{C}$. • Fragilidad de las fibras. • Disponibilidad limitada de conectores. • Dificultad de reparar un cable de fibras roto en el campo.

En el interior de la fibra, la luz se transmite mediante múltiples reflexiones totales en la superficie de separación entre el núcleo y el revestimiento. Para que pueda producirse reflexión total en la superficie interna del núcleo, éste debe tener un índice de refracción mayor que el del revestimiento. De este modo, los rayos luminosos se transmiten por el interior del núcleo experimentando múltiples reflexiones totales con la superficie interna de éste sin experimentar casi atenuación, pues hay una ausencia total de refracción y por lo tanto de fugas por el revestimiento. Cada uno de los caminos que la luz experimenta por el interior del núcleo se denomina **modo**.

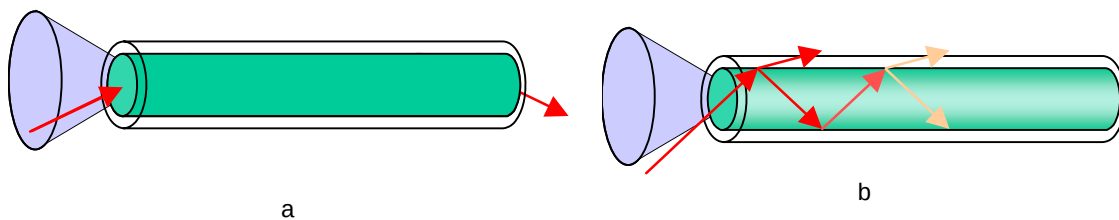


Figura 12-28: En a el haz luminoso incide con un ángulo inferior al límite y no hay refracción entre núcleo y revestimiento. En b el ángulo es superior al límite y parte del haz se refracta, atenuándose rápidamente.

Apertura numérica

Los rayos luminosos deben entrar en la fibra con un ángulo menor que cierto valor denominado ángulo de aceptación θ_a ; si el ángulo es mayor se refractará por el revestimiento. Su valor puede obtenerse así:

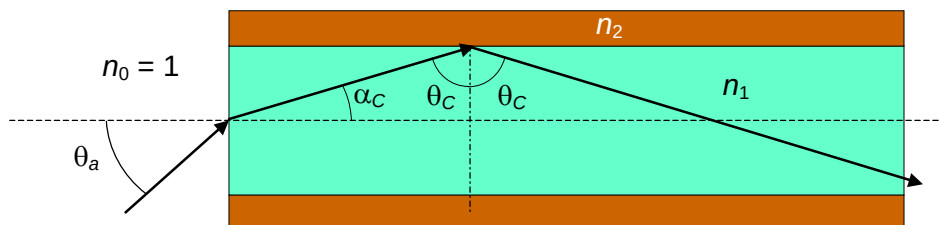


Figura 12-29: Apertura numérica

$$\frac{\sin \theta_a}{\sin \alpha_c} = n_1; \sin \theta_a = n_1 \sin \alpha_c = n_1 \cos \theta_c = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \theta_c}$$

$$\sin \theta_a = n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

Al este valor se le denomina **apertura numérica**

$$AN = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

Ejemplo 2

Calcula la apertura numérica y el ángulo de aceptación correspondiente

a un cable de fibra óptica con un núcleo de índice de refracción 1,45 y un revestimiento con índice de refracción 1,42.

Solución:

$$AN = \text{sen } \theta_a = \sqrt{1,45^2 - 1,42^2} = 0,293$$

$$\theta_a = \arcsen(0,293) = 17,06^\circ$$

Tipos de fibra

Cada una de las trayectorias de los rayos luminosos a lo largo de la fibra se denomina modo. Así se dice que hay fibras multimodo o fibras monomodo.

a) De salto de índice. Se trata de una fibra multimodo, donde la transmisión de la luz va chocando continuamente contra las paredes del revestimiento siendo reflejada de nuevo hacia el núcleo, es el más económico pero también es el que más pérdidas tiene y ancho de banda más estrecho. Son las más utilizadas en enlaces de distancias cortas, de menos de 1 km, y su aplicación más importante está en las redes locales.

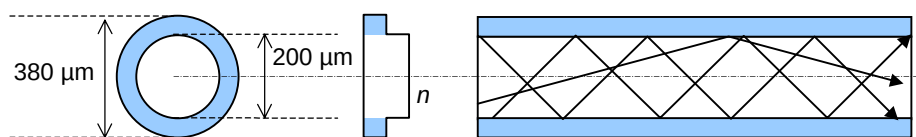


Figura 12-30: Esquema de una fibra óptica de salto de índice

b) De gradiente de índice. En este tipo de fibras el revestimiento no mantiene un índice de refracción constante, sino que va aumentando progresivamente desde el centro del núcleo hacia fuera, ésta técnica produce una refracción gradual a medida que los rayos van penetrando en el recubrimiento, presenta un mayor ancho de banda y menor pérdida de información que la anterior. Son las empleadas para distancias menores de 10 km.

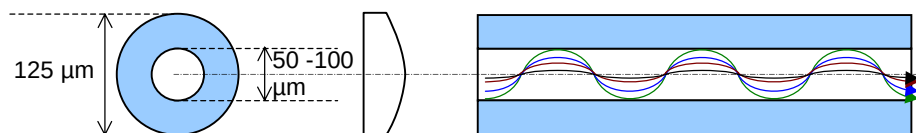


Figura 12-31: Esquema de una fibra óptica de gradiente de índice

c) Fibra monomodo. Consiste en hacer el núcleo tan fino que sólo un rayo de luz viaje a través de la fibra, es el más caro, tiene mayor ancho de banda que los dos anteriores, y como es evidente posee pérdidas menores. Es el mejor para distancias largas pero es de difícil manejo y mantenimiento.

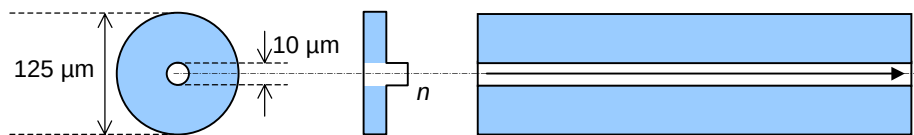


Figura 12-32: Esquema de una fibra óptica monomodo

Atenuación y distorsión

La señal luminosa situada va a experimentar pérdidas de energía y modificaciones al desplazarse por la línea. Vamos a analizar las distintas causas.

Atenuación. Se debe a causas intrínsecas como la composición del vidrio, impurezas, imperfecciones, etc, y extrínsecas como el mal cableado, las curvas excesivas, empalmes incorrectos, etc. Todos estos factores provocan que la señal pierda energía. Para evitar que la señal se debilite se colocan repetidores, dispositivos que le vuelven a dar energía a la señal. Un repetidor de fibra es aquel que toma una señal de luz, la convierte a señal eléctrica, la regenera y la transforma en un dispositivo de emisión de luz para que se siga propagando.

Se define la atenuación como la pérdida de potencia óptica en una fibra, se mide en decibelios, dB y dB/km, y viene definida por:

$$\alpha = 10 \log_{10} \frac{P_s}{P_e}$$

siendo P_s la potencia a la salida, y P_e la potencia a la entrada.

Así, una pérdida del 50% de la potencia de entrada equivale a -3 dB, siendo normales pérdidas de 2,5 dB/km.

Difusión. Cuando la luz atraviesa un medio material, parte de la energía del haz luminoso interactúa con las moléculas del medio, originándose una nueva emisión de luz. Este fenómeno es conocido como **difusión de Rayleigh** y ocasiona pérdidas de energía. La energía difundida, y por tanto perdida, es inversamente proporcional a la longitud de onda:

$$\text{pérdidas} \propto \frac{1}{\lambda^4}$$

hecho que origina que la luz azul se difunda más que la luz roja, y que explica entre otras cosas que el cielo sea azul. Por esta causa, es más conveniente usar una longitud de onda grande (roja o infrarroja) para introducir luz en la fibra. Así por ejemplo, para el cuarzo, la atenuación por difusión es de 4,8 dB/km para una luz de 630 nm, mientras que para 1300 nm es de solo 0,3 dB/km.

Dispersión cromática. Es el fenómeno que se produce debido a la variación del índice de refracción con la longitud de onda y a la diferente velocidad de propagación de los distintos modos.

La velocidad de propagación o el índice de refracción depende de la longitud de onda, y como consecuencia, aunque por la fibra viaje una señal de luz monocromática de longitud de onda λ , ésta va a tener un cierta anchura de banda $\Delta\lambda$, y aunque ésta sea muy pequeña, va a ocasionar una diferente velocidad de propagación de las diferentes longitudes de onda que viajan por la fibra y por lo tanto una dispersión de la señal.

Si la dispersión cromática es alta, los pulsos ópticos tienden a expandirse en el tiempo y provocar interferencia, lo cual puede producir una velocidad de transmisión de bits inadecuada.



Figura 12-33

Aplicaciones

Las aplicaciones de la fibra óptica han revolucionado las grandes redes de comunicaciones, siendo el medio de conexión entre los grandes nodos, para largas distancias y redes metropolitanas de banda ancha. Esto posibilita servicios de internet, teléfono y televisión a nivel global. Otras aplicaciones directas en informática son la creación de buses de datos de fibra óptica, redes industriales tolerantes a fallos, etc.

12.4 Almacenamiento óptico

Actualmente el almacenamiento óptico de información se efectúa en los discos ópticos, nombre que incluye distintos tipos; los CD-ROM que son grabados en el momento de su fabricación y no pueden ser borrados, los WORM que son grabados por el usuario pero no pueden ser borrados, los WMRA, basados en varias tecnologías, que pueden ser borrados y reescritos múltiples veces y los DVD.

Interferencias de ondas

Cuando dos ondas de la misma frecuencia concurren en un punto, la onda resultante tiene una amplitud que depende de la diferencia de fase entre las dos ondas. En particular, si la diferencia de fase es 0 o un número entero de múltiplos de 360° , las ondas están en fase y la amplitud resultante es la suma de las amplitudes de las ondas. Se trata de una interferencia constructiva. En cambio, si la diferencia de fase es 180° o un número impar entero de múltiplos de 180° , las ondas están desfasadas y la amplitud resultante es la resta de las amplitudes de las ondas. Se trata de una interferencia destructiva.

En muchas ocasiones, las interferencias son producidas por las diferentes distancias que una onda y su reflejada recorren en cierta trayectoria. Así, la interferencia resultante entre una onda y su reflejada tras recorrer ésta última una distancia que sea un múltiplo entero impar de longitudes de onda será constructiva, ya que las dos ondas concurren en fase. En cambio, si la diferencia de las dos distancias es un múltiplo entero de medias longitudes de onda, las dos ondas concurrirán en oposición de fase y la interferencia será destructiva.

En esta propiedad se basa la lectura de información óptica en los discos compactos. La información se graba en discos reflectantes en forma de diminutas hendiduras, leyéndose desde abajo, grabándose en forma de salientes (pits) y no salientes (lands). La altura de los salientes es siempre la misma, $\frac{1}{4}$ de la longitud de onda del láser, de este modo la onda que va a la zona sin saliente recorre $\frac{1}{4}$ de longitud de onda, se refleja y recorre otro $\frac{1}{4}$, lo que nos devuelve una onda desfasada media longitud de onda, respecto de la que incide en un saliente, produciéndose de esta forma una interferencia destructiva entre las dos ondas.

Los discos ópticos

El almacenamiento de información por medios ópticos se realiza mediante la grabación de la información en discos mediante diversas tecnologías, de tal modo que no es posible englobar todos ellos en un mismo apartado. Según la tecnología usada en la lectura/escritura distinguiremos varios tipos:

- a) CD-ROM
- b) WORM
- c) WMRA
- d) DVD

No obstante presentan algunos aspectos comunes. Sobre un soporte de plástico, policarbonato, se graba la información en formato binario según una tecnología determinada en una secuencia que forma una espiral continua o pistas concéntricas. La información es grabada/leída por un haz de luz láser.

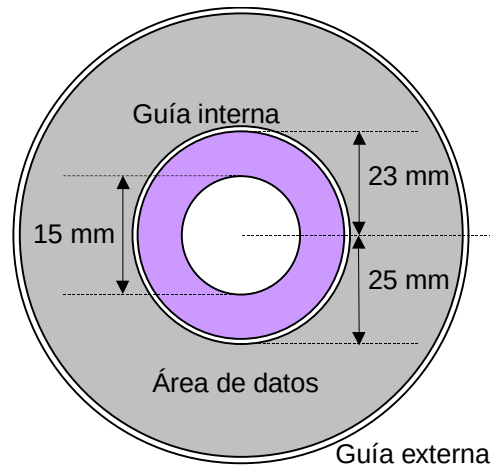


Figura 12-34: Esquema de un disco óptico

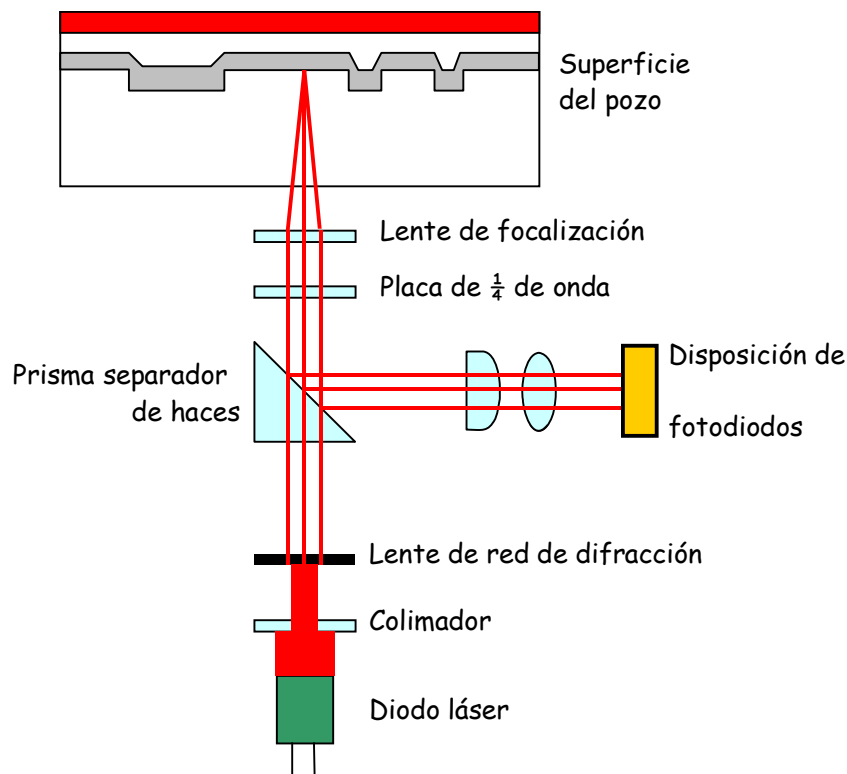


Figura 12-35: Esquema del sistema de lectura de un disco óptico

A continuación, veamos con más detalle cada uno de los distintos tipos de disco.

Tipos

a) Los CD-ROM (*Compact Disk-Read Only Memory*).

Son los primeros que aparecieron en la década de 1990 y se caracterizan porque no es posible reescribir en ellos. En cambio tienen algunas ventajas:

- Ausencia de fricción por el cabezal de lectura.
- Resistencia a las temperaturas altas y bajas.
- Autocorrección de errores mediante algoritmos.
- Integridad de los datos.
- Bajo coste de producción y distribución.
- Su fácil manejo, acceso aleatorio, variedad de tipos de archivo de datos en que es posible guardar.
- Su portabilidad.

La estampación de la información se hace siguiendo una espiral continua de salientes y valles por una sola cara. Esta superficie se recubre con una capa fina de aluminio, que al ser reflectante, permite al láser de la cabeza lectora leer los datos. El aluminio sufre, a veces, problemas de corrosión, por este motivo, algunos fabricantes lo han sustituido por oro o platino. La integridad de los datos está protegida por una cobertura de acrílico, es decir, de laca, para reducir la posibilidad de que alguno de los pozos se llene o se creen otros nuevos. Por último, la parte de arriba es la superficie en la que se puede escribir o imprimir la etiqueta.

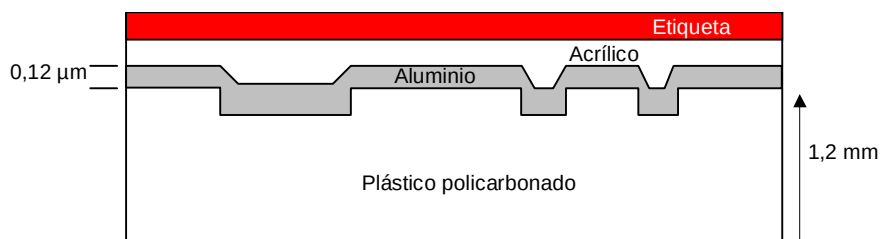


Figura 12-36: Esquema transversal de un disco óptico

La información se graba en sistema binario en una pista con forma de espiral desde el interior del disco hacia la parte externa. Los ceros y unos se graban en forma de llanuras y salientes, de tal modo que un “uno” consiste en la transición de una llanura a un saliente o viceversa. La ausencia de transiciones indica una serie continua de “ceros”. De este modo se consigue minimizar el tiempo necesario para escribir en el disco.

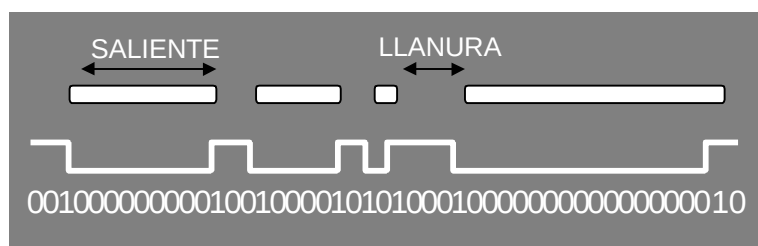


Figura 12-37: Esquema de salientes/llanuras para la representación de información binario en un disco óptico

Se fabrican mediante la creación de un molde con un láser de alta potencia para producir los valles y los salientes. Los discos así creados son leídos por un dispositivo emisor/lector basado en luz láser de menor potencia, que emite un haz de luz monocromática con una longitud de onda dependiente de la separación de pistas. Un fotodiodo lector mide la intensidad reflejada. Las variaciones de intensidad luminosa reflejada como consecuencia de las interferencias son interpretadas como transiciones entre valles y salientes y por lo tanto como "unos". La ausencia de cambios de intensidad son "ceros". De este modo se minimiza el tiempo consumido en crear valles y así se escribe más deprisa.

Las llanuras tienen un ancho de $0,6\ \mu\text{m}$, y su profundidad es de $200\ \text{nm}$ (para un láser de $850\ \text{nm}$). La longitud de los salientes y llanuras es del orden de los $0,9\ \mu\text{m}$ a $3,2\ \mu\text{m}$. La distancia entre dos pistas adyacentes es del orden de $1,6\ \mu\text{m}$ (400 pistas por milímetro).

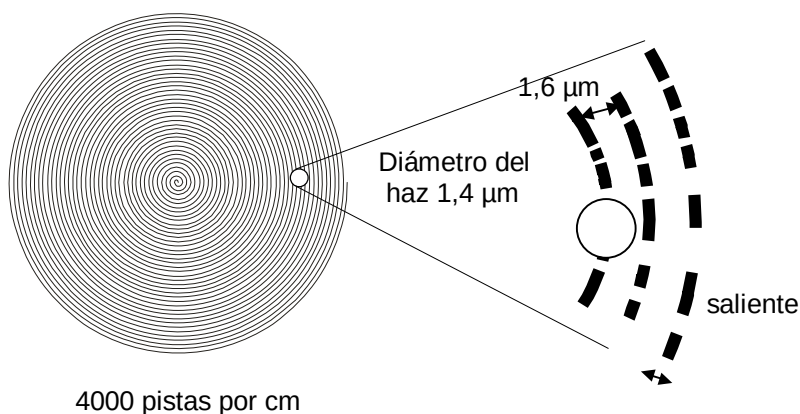


Figura 12-38: Esquema de la pista de un disco óptico, con sus dimensiones aproximadas

La densidad de información o cantidad de bits por unidad de longitud (bits/cm) se mantiene constante en todo el disco, lo que requiere que el disco no gire a velocidad angular constante, sino en función de la distancia al centro de donde se halle la información: a mayor distancia al centro menor velocidad angular para que la velocidad lineal o velocidad de adquisición de datos sea constante. Esta velocidad es de $1,2\ \text{m/s}$.

b) Los WORM (*Write Once Read Many*)

Los WORMs (*Write Once Read Many*) son discos ópticos en los que sólo se puede escribir una vez. A diferencia del CD-ROM, el usuario puede grabar en el disco aunque no puede borrarlo. Se les conoce en el mercado como CD-R (*Compact Disc Recordable*).

El disco tiene una película de pigmento orgánico (ftalocianina o cianina) que es opaco cuando no ha sido alterado. En el proceso de grabación, el haz láser incide sobre el pigmento que se decolora para siempre como consecuencia del calor en un proceso irreversible. De este modo se simulan salientes y valles como si se tratase de un CD-ROM a base de crear zonas decoloradas o no y que posteriormente, en el proceso de lectura, reflejarán el haz láser lector de distinto modo, pues las zonas decoloradas producen una reflexión similar a la de un saliente.

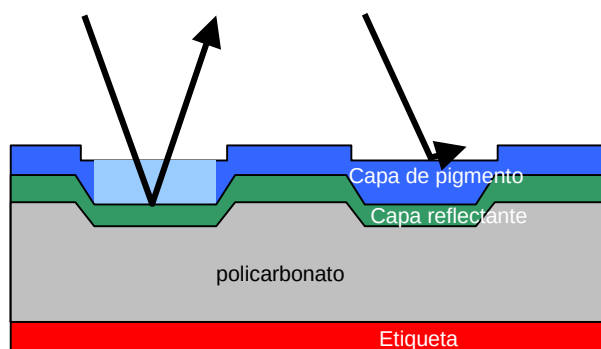


Figura 12-39: Esquema de un disco óptico WORM

c) Los WMRA (*Write Many Read Always*)

Estos discos aparecieron a fines de la década de 1990, pudiéndose escribir y borrar en ellos de modo ilimitado. En el mercado se conocen como discos CD-RW (CD *ReWritable*). Se basan en dos tecnologías principalmente: la magneto-óptica y de cambio de fase.

Los primeros están formados por una fina capa de material ferromagnético y reflectante, protegida entre 2 capas de policarbonato transparente. La información se almacena en el material ferromagnético en pistas concéntricas, a diferencia de los ópticos que tienen las pistas en espiral. Por este motivo, y para leer/escribir la información a velocidad constante, los discos giran con velocidad angular constante, igual que los discos magnéticos.

La escritura está basada en la utilización de un haz de láser que calienta un material ferromagnético por encima de la **temperatura de Curie**. Recordemos que en un material ferromagnético se

Material Ferromagnético	Temperatura de Curie
Hierro	1043 °C
Cobalto	1403 °C
Níquel	630 °C
Gadolinio	290 °C
EuS (Sulfuro de Europio)	17 °C

forman dominios magnéticos microscópicos donde los momentos dipolares magnéticos están alineados de forma permanente. En una situación así, es necesario un campo magnético coercitivo B_C para perder la magnetización. Si se aumenta la temperatura, la agitación térmica puede destruir la alineación de los dominios, lo que ocurre por encima de una temperatura determinada, denominada temperatura de Curie o temperatura para la cual el material ferromagnético pierde su magnetización.

De este modo, en el proceso de grabación se calienta la zona por encima de la temperatura de Curie seguida de un enfriamiento en un campo magnético, invirtiendo así un dominio magnético para indicar un “uno” y dejándolo igual para marcar un “cero”. Para poder hacer esto, se necesita llevar todos los dominios a cero, lo que significa que para grabar datos, es necesaria una pasada previa de borrado, calentando a la temperatura de Curie antes de la escritura.

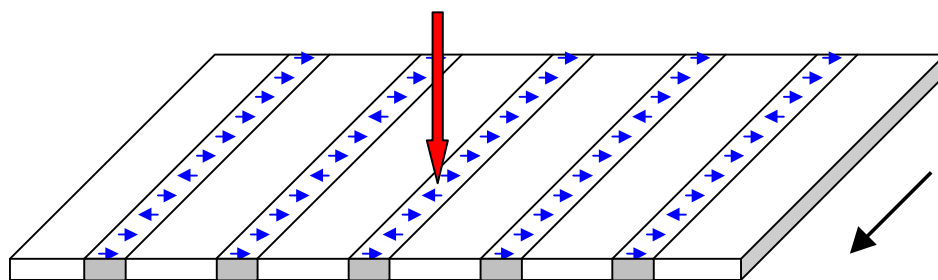


Figura 12-40

La lectura de los datos almacenados está basada en el **efecto Kerr**. Cuando un haz luminoso pasa por una región del espacio con un campo magnético o eléctrico, algunas propiedades ópticas se ven alteradas, en particular la dirección del plano de polarización. Cuando el haz luminoso del láser lector incide en una zona magnetizada en una dirección (un “uno”) es reflejada con su plano de polarización con una orientación diferente a si está magnetizada en otra dirección.

La **tecnología de cambio reversible de fase** está basada en la propiedad que poseen ciertas aleaciones de telurio, indio, plomo, etc, de pasar del estado amorfo al cristalino si se alcanza la “temperatura transición” (100 °C ó más); y de volver de cristalino a amorfo, si se alcanza la “temperatura de fusión” y se deja enfriar.

Para escribir un uno, el láser de baja potencia calienta la zona hasta la temperatura de transición. Si el estado de la zona era amorfo, pasa a cristalino; y si era cristalino, queda igual. Un “cero” se escribe calentando la zona hasta la temperatura de fusión, usando el láser con alta potencia. Al enfriarse pasa al estado amorfo, y si estaba en ese estado volverá al mismo.

La lectura de las pistas así grabadas se realiza recorriéndolas con el láser con una potencia bastante menor. La luz láser reflejada es interpretada por los cambios de intensidad. Una zona en estado cristalino refleja el 70% de la luz incidente, y en estado amorfo el 18%.

Hay que subrayar que esta tecnología es completamente óptica, sin magnetismo, requiriéndose un solo proceso para escribir, a diferencia de la magneto-óptica, donde se necesita borrar (escribir todos ceros) y luego escribir los unos.

d) Los DVD (*Digital Versatile/Video Disk*)

La tecnología de los DVD es una prolongación de la de los CD consistente básicamente en la miniaturización. Sin extendernos en detalles, se fabrican DVD basados en la tecnología de salientes y valles, así como basados en la utilización de pigmentos, sobre todo la ftalocianina. El láser utilizado es lógicamente de longitud de onda menor, puesto que la capacidad de resolución es directamente proporcional a la longitud de onda de la luz: un láser de longitud de onda menor es capaz de resolver salientes/valles de menor tamaño, y por tanto se puede condensar más la información.

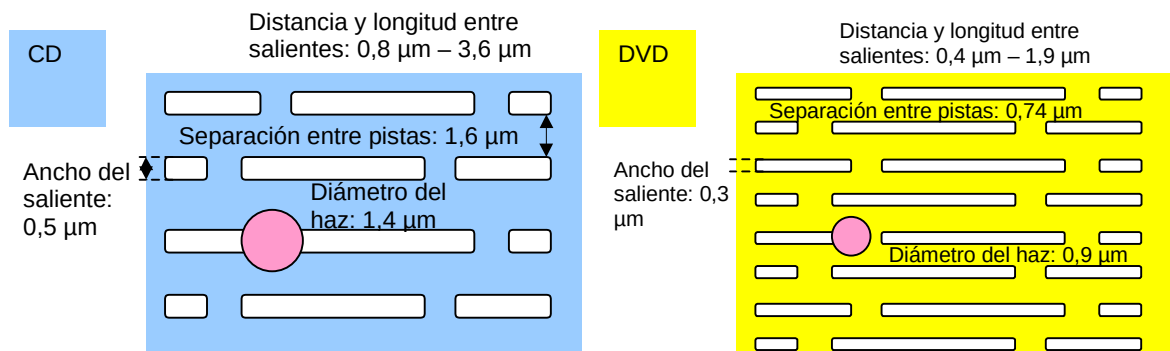


Figura 12-41: Esquema comparativo de las dimensiones de un CD y un DVD

12.5 La fotografía digital: el sensor CCD

Tanto las cámaras digitales (fotográficas o de video) como los escáneres son dispositivos cuya finalidad es la digitalización de las imágenes del mundo real.

La tecnología para la digitalización de la imagen en las cámaras digitales es el sensor CCD [Kodak,2001], aunque algunas cámaras réflex-digital y web-cams están basadas en sensores CMOS [Wikipedia,2007].

El Dispositivo de Carga Acoplado (CCD, Charged Coupled Device) es un dispositivo fotosensible inventado por W.S. Boyle y G.E. Smith en los laboratorios BELL en 1969. Si bien el propósito inicial fue crear un nuevo circuito de memoria para ordenadores, su utilidad más extendida deriva de la observación astronómica, ya que en 1976 J. Janesick y B. Smith obtuvieron imágenes digitales de Júpiter, Saturno y Urano con un sensor CCD acoplado a un telescopio de 62 pulgadas. En la actualidad, el sensor CCD se ha convertido en la tecnología básica de la adquisición de imágenes en formato digital.

La arquitectura CCD

Las cámaras digitales están provistas de una matriz de detectores (o píxeles, ver Figura 12-42) que pueden capturar la imagen entera en un mismo instante. La arquitectura más simple es el dispositivo Full-Frame (FF) Transfer and Frame-Transfer (ver Figura 12-43). El CCD FF consiste en un registro de desplazamiento CCD paralelo, un registro de desplazamiento CCD serie y un amplificador de señal como salida.

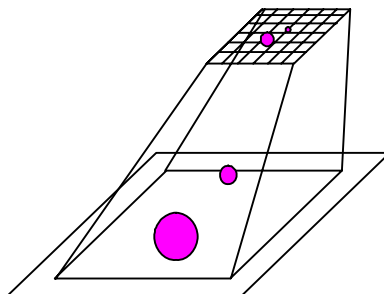


Figura 12-42: Esquema de la matriz CCD capturando la escena

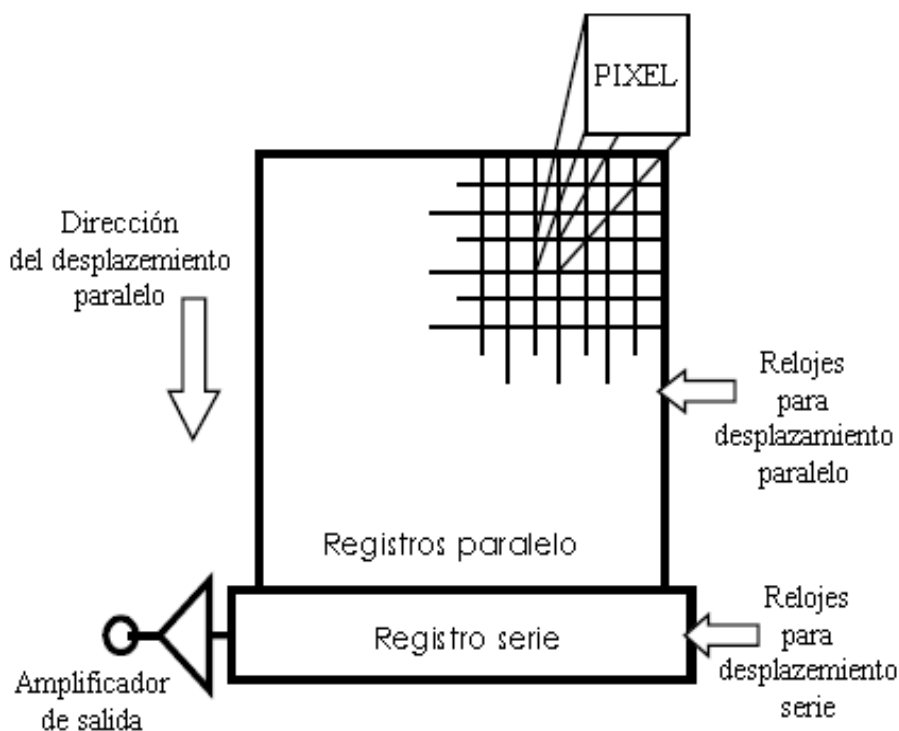


Figura 12-43: Esquema básico de un CCD-FF

La imagen es proyectada en el plano de la matriz, y el CCD la cuantifica en elementos discretos, definidos por el número de detectores (o píxeles). Una vez adquirida la imagen, la información debe ser procesada y llevada hasta el almacenamiento permanente del dispositivo. La información correspondiente a las filas es desplazada en paralelo hacia el registro de desplazamiento CCD serie, que a continuación desplazará la fila de información al amplificador de salida como una cadena de información en serie. Así pues, la información de la última fila de píxeles entra en el registro serie, y cada fila de píxeles queda almacenada en la siguiente fila de píxeles. Este proceso de desplazamiento paralelo-serie se repite hasta que todas las filas han sido transferidas por el amplificador de salida, quedando la información disponible para su procesamiento por el resto de sistema y la matriz CCD libre para un nuevo disparo.

El condensador MOS, base del CCD

Los píxeles son utilizados tanto para la detección de la escena (captura de la luz) como para el desplazamiento de la información a través de las columnas de la matriz. A continuación estudiaremos los fundamentos físicos de la generación de fotoelectrones y su desplazamiento hasta la puesta de salida del dispositivo CCD. Para ello estudiaremos la estructura del fotocondensador MOS y su utilidad cuando situamos varios en un vector.

La **estructura MOS** (ver Figura 12-44 a) consiste en una lámina de metal apilado verticalmente encima de un semiconductor de tipo p separados por un material altamente dieléctrico. Para caracterizar su comportamiento, conectamos la estructura MOS a un potencial variable V aplicado en el electrodo su-

perior y un potencial de referencia en otro electrodo situado en la parte inferior del semiconductor [Wie,1997].

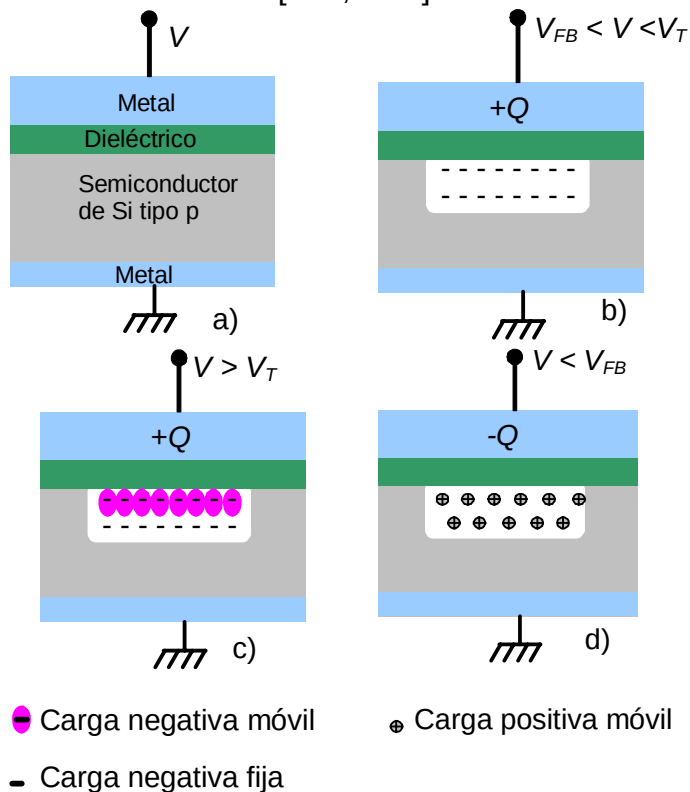


Figura 12-44: a) estructura MOS; b) condición de capa agotada: sin cargas libres; c) condición de inversión: capa de carga negativa; d) condición de acumulación: capa de huecos

es la base del confinamiento y desplazamiento de la carga producida en cada píxel en los CCDs.

Si se sigue aumentando el voltaje V por encima de un umbral V_T ($V > V_T$, ver Figura 12-44: a) estructura MOS; b) condición de capa agotada: sin cargas libres; c) condición de inversión: capa de carga negativa; d) condición de acumulación: capa de huecos c), se acumula una carga negativa cercana al dieléctrico. Debido a la aparición de portadores de carga negativa (electrones), a esta región se la denomina *capa de inversión*.

Cuando se aplica un $V < 0$ (ver Figura 12-44 d), el metal acumula carga negativa $-Q$, que atraerá a los huecos del semiconductor situado al otro lado del dieléctrico. Se genera así la llamada *capa de acumulación*.

Exposición, contención y desplazamiento de la imagen

La incidencia de un fotón en el material semiconductor crea un par electrón-hueco si la energía del fotón es mayor que la energía de discontinuidad. Las cargas positivas (huecos) serán arrastradas hacia el fondo del semiconductor, mientras que los **fotoelectrones** (electrones libres recién creados) formarán una carga localizada en las cercanías de la interfaz con el dieléctrico, denominada canal n. El número de fotoelectrones creados en el canal n del MOS es directamente proporcional a la intensidad de la luz en el rango de longitudes de onda del color del píxel durante tiempo de exposición. Esta carga se traducirá a un valor discreto de la intensidad en la escena para ese píxel.

Cuando se aplica de un voltaje V , tal que $V_{FB} < V < V_T$ (ver Figura 12-44 b), el metal se carga positivamente con una carga $+Q$ que repele las cargas positivas libres (huecos) del semiconductor p. Como consecuencia, la región del semiconductor cercana al dieléctrico quedará vacía de cargas móviles por lo que se le denomina *capa agotada*. La carga de esta capa corresponderá a la de los iones negativos del dopado p, y la anchura de la misma puede aumentar con el aumento del voltaje V . Cuanto mayor es el voltaje aplicado en el metal, menores se harán los niveles de energía en la capa agotada [Wie,1997]. Este principio

Un CCD está compuesto por una **matriz de condensadores MOS** que comparten la capa del semiconductor con electrodo situado en su parte inferior conectado a tierra. Si el electrodo superior de un MOS se conecta a un voltaje $V_1 > V_{FB}$, se establecerá una *capa agotada* donde pueden contenerse los fotoelectrones. Además, si este MOS tiene adyacentes MOS conectados a V_0 , tal que $V_0 < V_1$, los niveles de energía en el canal n serán menores que aquellos situados a su alrededor, por lo que la carga quedará confinada por unas barreras de potencial que permiten su tratamiento controlado (ver Figura 12-45).

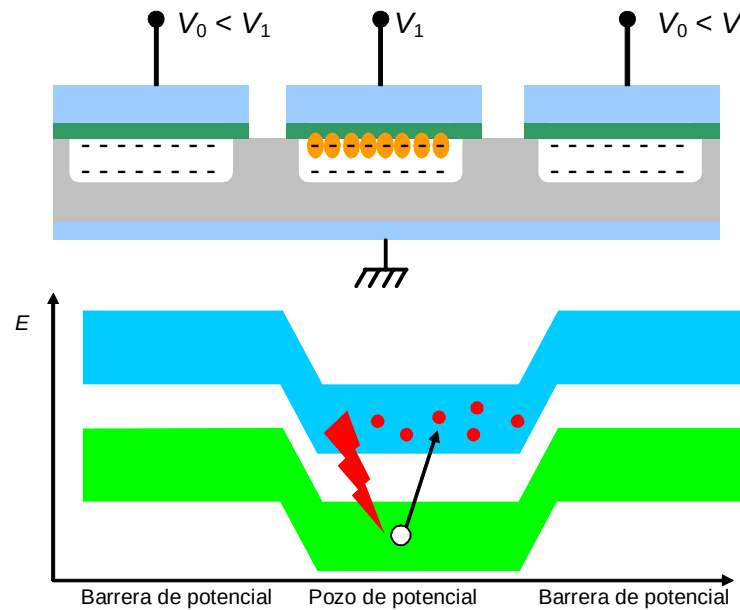


Figura 12-45: Confinamiento de los fotoelectrones en el pozo de potencial del canal n creado mediante los diferentes niveles de energía respecto a los MOS adyacentes. Los círculos rojos representan los fotoelectrones generados por la luz incidente en el semiconductor

Supongamos ahora que cuatro condensadores MOS están dispuestos en un vector (i.e. en una fila del CCD, ver Figura 12-46). Aplicamos al segundo de ellos una tensión V_1 mayor que la del resto, que ponemos a V_0 , obteniéndose en el segundo MOS una carga correspondiente a los fotoelectrones creados por la incidencia de la luz. A continuación, cambiamos el voltaje del tercer MOS a V_1 con lo que bajamos la barrera de potencial y la carga puede difundirse a la región de este tercer condensador. Si ahora bajamos el voltaje del segundo MOS a V_0 toda la carga quedará confinada en el tercer MOS, por lo que se habrán desplazado los fotoelectrones una posición a la derecha.

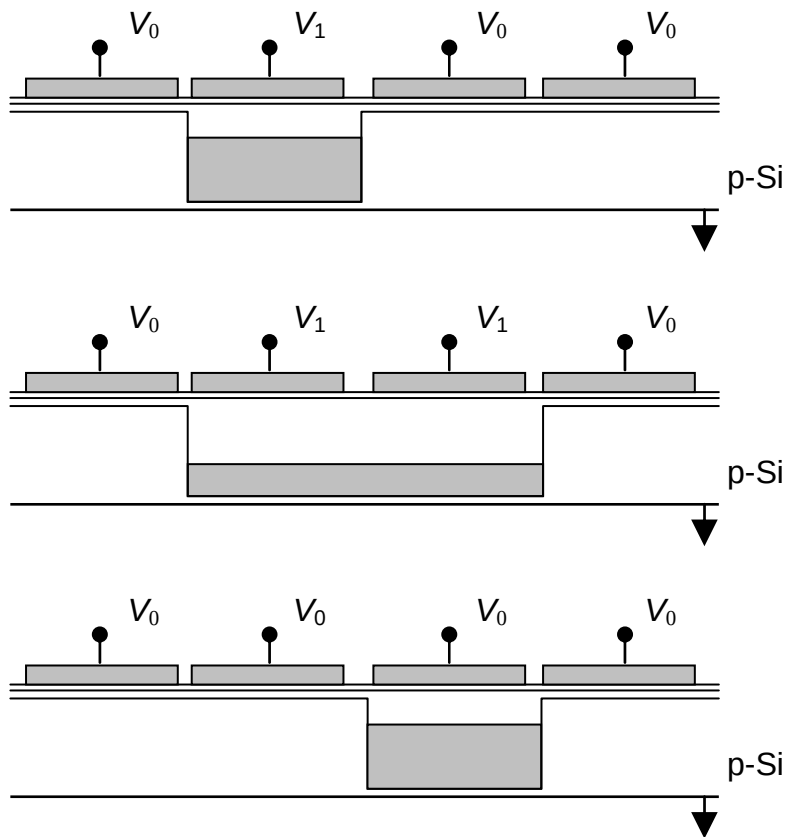


Figura 12-46: Desplazamiento de la carga hacia la derecha provocado por la modificación de las bandas de energía mediante los voltajes V_0 y V_1 . Las bandas de energía respecto al eje x están representadas por la línea gruesa negra, y la carga por el sombreado gris

El desplazamiento descrito anteriormente se implementa en el esquema **4-Phase CDD** mostrado en la Figura 12-47. Cada píxel está compuesto por 4 MOS. La captura de la imagen se realiza en los 2 primeros MOS, mientras las barreras de potencial son creadas por los MOS del vecino de la izquierda y los propios de la derecha. Los trenes de pulsos controlados por 4 relojes, van modificando los voltajes V_1 , V_2 , V_3 y V_4 de todos los píxeles del vector, realizando un desplazamiento completo de las cargas (Q_0 , Q_1 , Q_2 y Q_3) en 4 ciclos de reloj. La repetición de los 4 ciclos tantas veces como columnas tiene la matriz, vaciará el CCD, pudiendo realizar una nueva adquisición.

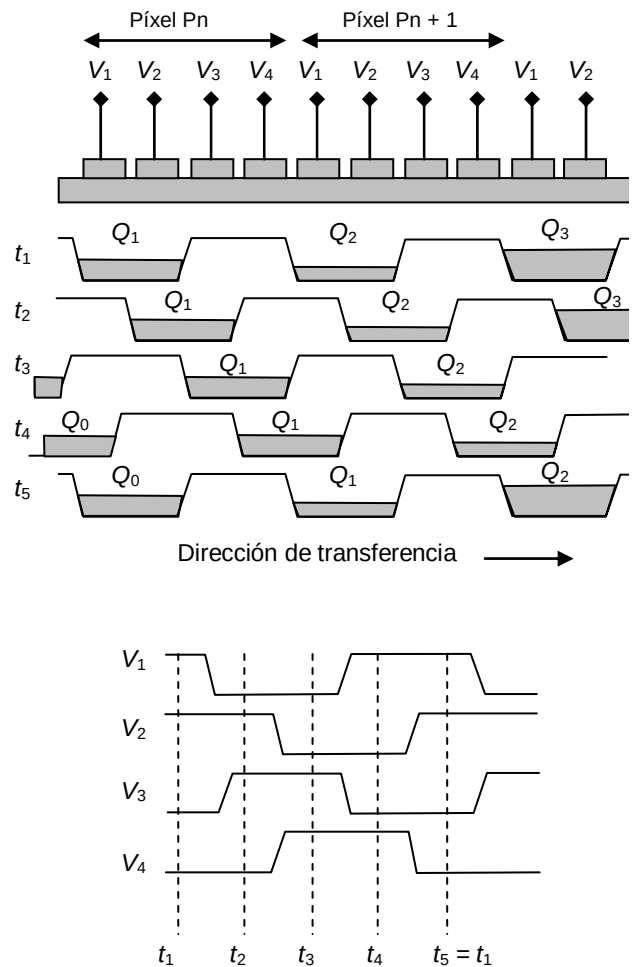


Figura 12-47: Desplazamiento de las cargas mediante el esquema 4-Phase CCD

El color digital

Un CCD no pueden distinguir por si mismo **colores**. Para generar una imagen en color, debe separarse la información de la imagen en 3 colores siguiendo el esquema del sistema primario de colores (RGB) o secundario (CMY) para poder recomponer el color de cada punto de la escena. Cada píxel se especializará en un color mediante filtros anteriores al CCD, que corregirán también la eficiencia cuántica de los sensores según la longitud de onda mediante tratamientos antirreflectantes o sustancias fluorescentes. La separación en 3 colores puede hacerse de varias formas: color secuencial, 3-chips o la máscara Bayer. Esta última (ver Figura 12-48), proporciona una trama para cada conjunto de cuatro píxeles de forma que un píxel registra luz roja, otro luz azul y dos píxeles se reservan para la luz verde (color más sensible al ojo humano). El resultado final incluye información sobre la luminosidad en cada píxel pero con una resolución en color menor que la resolución de iluminación.

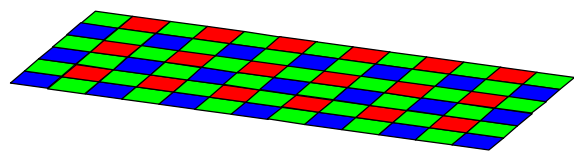


Figura 12-48: Máscara Bayer para la digitalización en color de imágenes

Anti-blooming

Cuando se produce una sobre-iluminación en un píxel, la carga de fotoelectrones rebosa las barreras de potencial y produce un resplandor (blooming) en los píxeles adyacentes. Para evitar este fenómeno, algunos CCDs incorporan un sistema de drenaje de carga (ver Figura 12-49), que hace caer en un sumidero la carga sobrante del píxel. Un voltaje de drenaje definirá la profundidad del sumidero, y el voltaje de la puerta el nivel de saturación admitido.

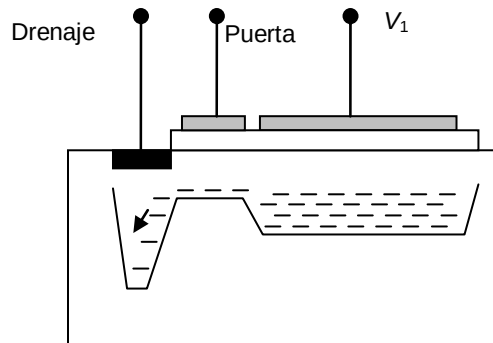


Figura 12-49: Sistema anti-blooming mediante el drenaje de carga

El CCD se ha convertido en la actualidad en uno de los componentes más utilizados en la industria de bienes de consumo (cámaras fotográficas, cámaras de video, escáneres, impresoras digitales, webcams, etc). El comportamiento de la estructura Metal-Oxido-Semiconductor (MOS) permite la implementación en dispositivos integrados de matrices de millones de sensores que, al mismo tiempo, realizan el desplazamiento controlado y eficiente de la información de la escena capturada para su digitalización.

12.6 Computación óptica

La computación óptica es una de las áreas de investigación en óptica más activas. Ya existen algunos dispositivos ópticos que se pueden utilizar en computación digital y, concretamente, para la creación de redes neuronales. Aunque todavía no son comparables en utilidad a sus equivalentes electrónicos, se está trabajando en el desarrollo de componentes ópticos para conseguir en el futuro el ordenador óptico. Para que la computación óptica se convierta en la alternativa o complemento de la electrónica se requiere la conmutación a alta velocidad de señales ópticas, que viajen cortas distancias y con bajas tasas de error.

Existen actualmente varios campos de trabajo. La computación óptica analógica se basa en el procesamiento de las señales mediante la óptica de Fourier [Saleh2001 pág 109]. El área de la interconexión óptica se encuentra en un estado bastante avanzado, utilizándose comercialmente la interconexión de máquina a máquina. El procesador digital óptico es el área de trabajo menos desarrollada.

La tecnología óptica integrada tiene como objeto el diseño de circuitos ópticos integrados de dimensiones reducidas, que actúan directamente sobre señales fotónicas alterando su amplitud, fase, frecuencia o polarización, sin

necesidad de una conversión electrónica intermedia. Así se pueden construir componentes elementales como acopladores direccionales, conmutadores, combinadores de señal, moduladores o filtros de longitud de onda.

Conmutadores, biestables e interconectores

A continuación se introducen algunos dispositivos de procesamiento de señales luminosas: conmutadores ópticos, electroópticos y magnetoópticos, biestables ópticos (conmutadores con memoria, donde la salida en un instante depende de la entrada en dicho instante y en los anteriores) e interconectores ópticos en microelectrónica.

Conmutadores electroópticos

Un conmutador establece y elimina conexiones en los sistemas de transmisión y procesamiento de señales. El conmutador más sencillo, de una entrada y una salida (1x1), puede utilizarse como elemento para construir conmutadores que actúan sobre N entradas y N salidas (ver Figura 12-50: Conmutadores 1x1, de una entrada y una salida (a); 1x2, de una entrada y dos salidas (b); 2x2, de dos entradas y dos salidas (c) y NxN, de N entradas y N salidas) Las señales ópticas pueden conmutarse mediante conmutadores electrónicos: la luz se convierte en señal eléctrica mediante fotodetectores y, una vez realizada la conmutación, convertida en luz de nuevo mediante LEDs o láseres. Pero todas estas operaciones introducen retrasos y gastos energéticos que pueden evitarse mediante la conmutación óptica directa.

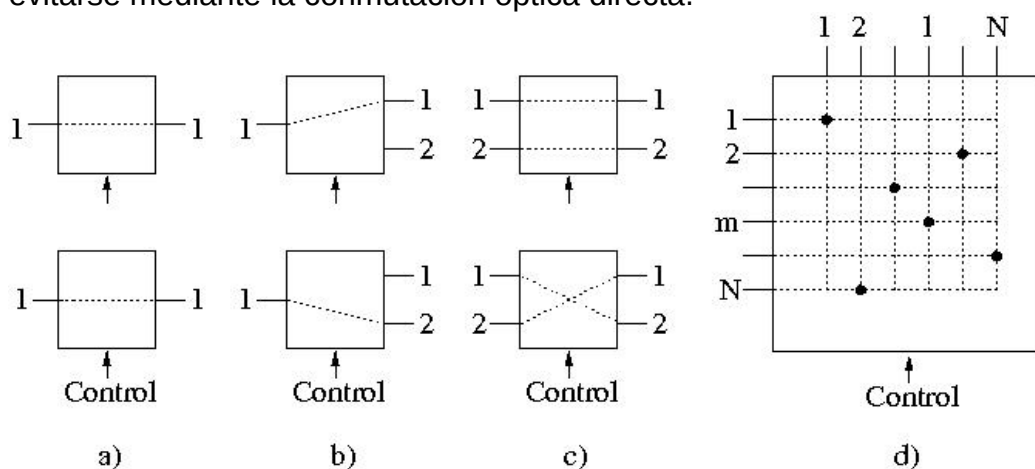


Figura 12-50: Conmutadores 1x1, de una entrada y una salida (a); 1x2, de una entrada y dos salidas (b); 2x2, de dos entradas y dos salidas (c) y NxN, de N entradas y N salidas

La conmutación óptica puede conseguirse mediante moduladores o deflectores, los primeros modifican la intensidad y los segundos la dirección del haz luminoso. Los conmutadores electroópticos se basan en materiales electroópticos, en los que el índice de refracción del material varía en presencia de un campo eléctrico (efecto Pockels y efecto Kerr [Soleh2001]). De esta manera, colocando un cristal de electroóptico en una de las ramas de un interferómetro (<http://es.wikipedia.org/wiki/Interfer%C3%B3metro>) o entre dos filtros polarizadores cruzados, el sistema resultante funciona como un conmutador 1x1. La conmutación electroóptica de más señales se puede realizar de forma integrada mediante sustratos como el LiNbO_3 con regiones o guías de índice de re-

fracción mayor funcionando como fibras ópticas, formadas por difusión de titanio. (ver Figura 12-51)

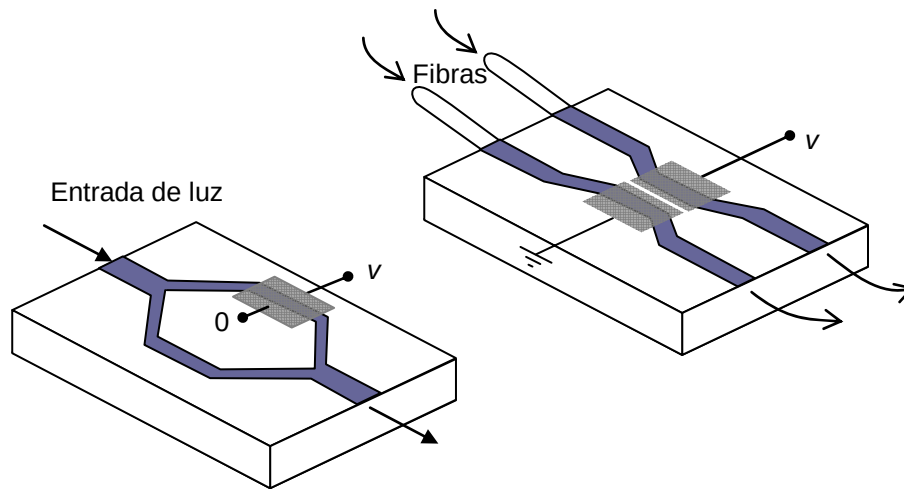


Figura 12-51: Conmutador 1x1 formado por un interferómetro Mach-Zehnder en óptica integrada (a) y conmutador 2x2 formado por un acoplador direccional electroóptico integrado

El acoplador direccional de la Figura 12-51 está formado por dos guías acopladas ópticamente (a corta distancia una de la otra). El índice de refracción se ajusta mediante un campo eléctrico para que la luz se mantenga por la misma guía o bien se transfiera a la guía próxima. Este dispositivo funciona como un conmutador 2x2 que alcanzan frecuencias mayores de 20 GHz y con tensiones de pocos voltios. Conmutadores mayores pueden construirse mediante combinaciones del anterior de forma integrada. Los principales problemas a resolver de esta tecnología son las relativamente grandes dimensiones de los acopladores ópticos, las pérdidas en la conexión con fibras ópticas y la necesidad de usar luz polarizada.

Conmutadores magnetoópticos

Los materiales magnetoópticos modifican sus propiedades ópticas ante la aplicación de campos magnéticos. Por ejemplo, los materiales con efecto Faraday rotan el estado de polarización de la luz de forma proporcional a la componente del campo magnético en la dirección de propagación de la luz. Colocando dicho material entre polarizadores cruzados, la transmisión luminosa se controla mediante el campo magnético aplicado, formando un conmutador magnetoóptico 1x1.

Ya se utilizan actualmente materiales magnetoópticos en los discos magnetoópticos. En este sistema, el estado de magnetización del material se modifica al aplicar un haz de láser intenso. Para la lectura del disco se utiliza un haz polarizado de menor potencia.

Los conmutadores magnetoópticos están formados comúnmente por una lámina del material magnetoóptico, sobre la que actúan los campos magnéticos generados por corrientes que circulan por conductores sobre la superficie. Cambiando la dirección de magnetización se consigue que la luz pase o no. De esta manera se consiguen matrices de conmutadores 1000x1000 y mayores, con tamaños de celda en torno a 10 μm y tiempos de conmutación de 100 ns. (ver Figura 12-52)

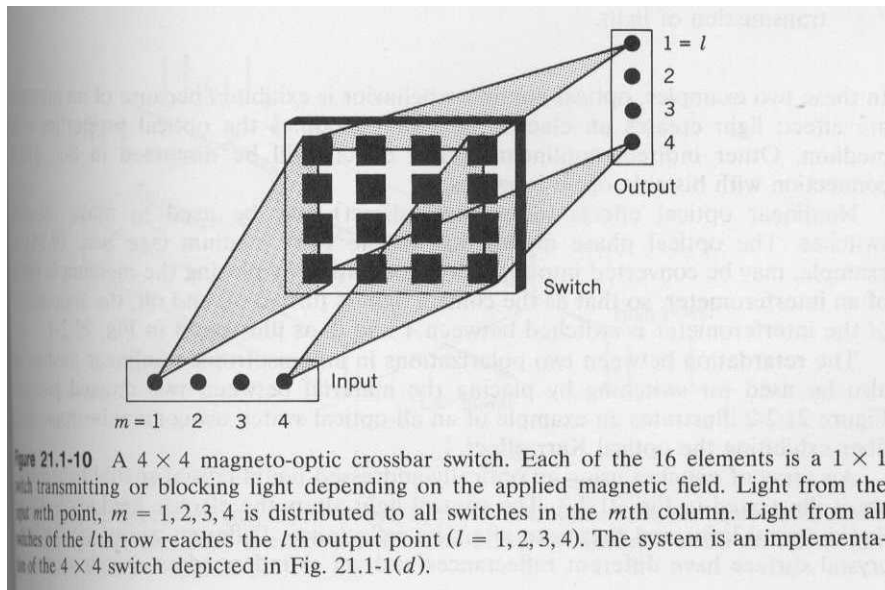


Figura 12-52: Conmutador magnetoóptico 4x4. Cada uno de los 16 elementos es un conmutador 1x1 que transmite la luz o no, dependiendo del campo magnético aplicado. Las señales de entrada $m=1,2,3,4$ se distribuyen a los conmutadores de la columna m . La luz de los conmutadores de la fila $l=1,2,3,4$ llega al punto de salida l

Conmutadores ópticos

En los conmutadores puramente ópticos el control de la luz se realiza mediante un material óptico no lineal, en el que la presencia de los campos electromagnéticos de la luz altera a nivel atómico o molecular sus características ópticas, bien variando el índice de refracción con la intensidad luminosa o bien modificando el coeficiente de absorción de la luz. Los primeros son elementos no lineales dispersivos, como en el efecto Kerr producido por el propio campo eléctrico de la onda luminosa y los segundos son elementos no lineales disipativos, en los que el coeficiente de absorción es función de la intensidad luminosa.

Otros efectos indirectos que pueden utilizarse en determinados materiales se basan en la generación de campos eléctricos en el material por migración de cargas inducida por la luz. Dichos campos eléctricos modifican las propiedades ópticas del material.

La modulación de la fase de la luz producida por efecto Kerr en un material puede convertirse en modulación de la intensidad colocando la celda Kerr en un interferómetro para convertirlo en un conmutador. (ver Figura 12-53) También se puede utilizar como conmutador óptico una fibra óptica anisótropa no lineal situada entre dos polarizadores cruzados. Cuando incide luz polarizada como señal de entrada, la presencia de la luz de control introduce un desfase que produce la rotación de dicha luz polarizada y la transmisión a través del segundo polarizador. Si no se aplica la luz de control no hay desfase en la de señal y no llega luz a la salida. Un filtro a la salida elimina la luz de control, de longitud de onda diferente a la de señal. Figura 12-53)

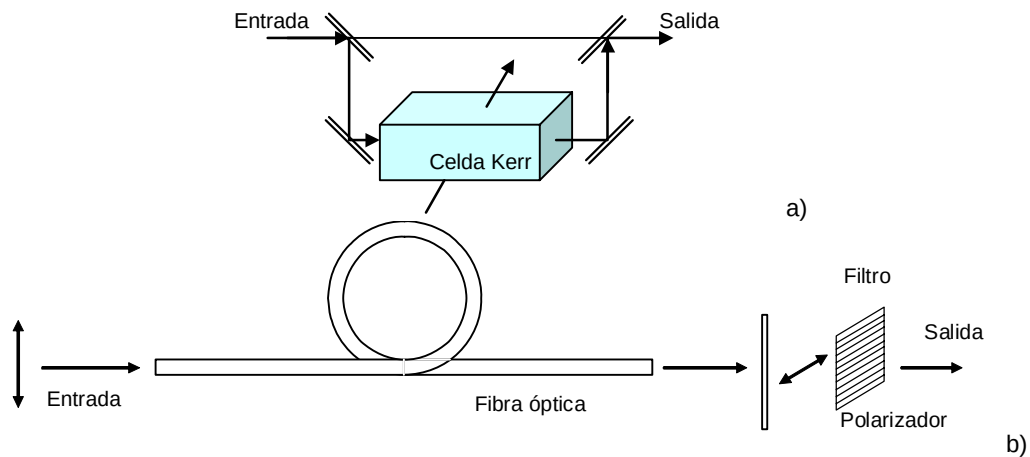


Figura 12-53: a) Conmutador óptico formado por un interferómetro de Mach-Zehnder y un material que presenta efecto Kerr. b) Fibra óptica anisótropa y no lineal utilizada como conmutador óptico. En presencia de la luz de control, la fibra produce un desfase de media longitud de onda de forma que la luz linealmente polarizada de entrada gira 90° y es transmitida por el polarizador de salida. Si no existe luz de control, la fibra no induce desfase en la señal y ésta es bloqueada por el polarizador de salida. El filtro es necesario para bloquear la luz de control, dejando pasar la luz de la señal, de distinta longitud de onda

Biestables ópticos

Los dispositivos ópticos biestables pueden utilizarse como puertas lógicas ópticas y flip-flops, de manera similar a sus equivalentes electrónicos que forman parte de los circuitos de un ordenador. Un sistema biestable presenta a la salida uno de los dos valores correspondientes a sus dos estados estables posibles. El cambio de un estado a otro se consigue mediante la alteración de la entrada del sistema. Por ejemplo, cuando la entrada alcanza un determinado umbral, el sistema y su salida pueden cambiar del estado bajo al alto. Y cuando la entrada se reduce por debajo de otro valor crítico, el estado cambia al bajo, formando un ciclo de histéresis. (ver Figura 12-54). Este sistema se comporta como un flip-flop, su estado depende de su historia pasada. Dichos elementos se utilizan como conmutadores, circuitos secuenciales y elementos de memoria. Por ejemplo, se puede construir una puerta lógica AND a partir de la suma de dos pulsos de entrada seleccionando adecuadamente la relación entre los niveles de entrada y el nivel umbral, de manera que el sistema cambie al estado alto solamente cuando los dos pulsos aparecen simultáneamente, sumándose.

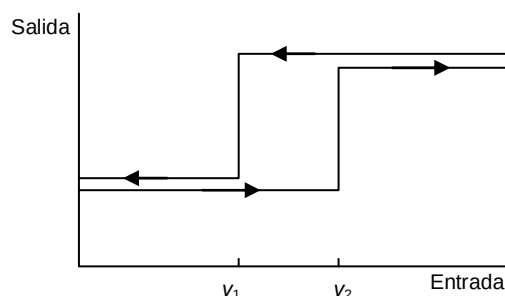


Figura 12-54: Relación entre entrada y salida en un sistema biestable

Se requieren dos características para que un sistema pueda funcionar como biestable: no linealidad y realimentación. Si la salida de un sistema óptico

no lineal se redirige a la entrada de dicho sistema como señal de control, el sistema se comportará como un biestable óptico. La transmisión de luz depende de la intensidad luminosa de salida. Los elementos ópticos no lineales que pueden utilizarse con este fin son similares a los utilizados para la conmutación óptica: elementos no lineales dispersivos, en los que el índice de refracción n depende de la intensidad luminosa (efecto Kerr) y elementos no lineales disipativos, en los que el coeficiente de absorción α es función de la intensidad luminosa. (ver Figura 12-55)

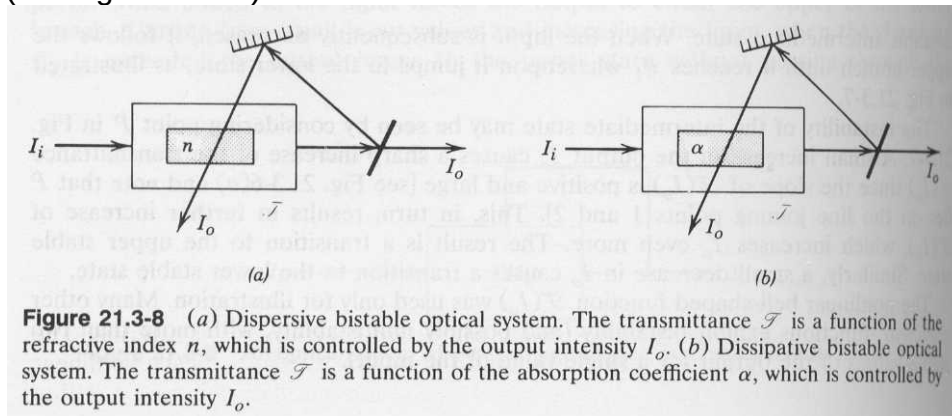


Figura 12-55: a) Sistema óptico biestable dispersivo. La transmitancia $\mathcal{T}$ es función del índice de refracción n , controlado a su vez por la intensidad luminosa de salida I_o . b) Sistema óptico biestable disipativo. La transmitancia $\mathcal{T}$ es función del coeficiente de absorción α , controlado a su vez por la intensidad luminosa de salida I_o .

Los materiales utilizados son los que exhiben efecto Kerr (vapor de sodio, nitrobenzeno) aunque el coeficiente de no linealidad es bajo y, por tanto, se necesitan largas trayectorias de la luz, con lo cual el tiempo de respuesta se alarga. Algunos materiales semiconductores como el GaAs presenta una no linealidad más acusada, por lo que se obtienen tiempos de respuesta más cortos, del orden de picosegundos y pueden ser asociados en gran número sobre una superficie.

Interconectores ópticos

Tanto los sistemas de procesamiento digital de señales como los de computación contienen un gran número de puertas lógicas, conmutadores y elementos de memoria, que se encuentran interconectados entre sí. En los sistemas electrónicos, las interconexiones se realizan utilizando cables conductores, coaxiales o canales de conducción en circuitos integrados de semiconductores.

De forma análoga, las interconexiones ópticas se pueden realizar mediante guías de onda ópticas, con acopladores ópticos integrados o acopladores de fibra óptica con microlentes. Las interconexiones ópticas se utilizan también en microelectrónica mediante los transductores adecuados (fuentes de luz y fotodetectores).

También se pueden realizar interconexiones ópticas en el espacio, a diferencia de las interconexiones electrónicas que requieren materiales conductores o el vacío, en cuyo caso los haces electrónicos no se pueden cruzar sin interactuar (fuerza eléctrica repulsiva).

Las interconexiones producidas en un buen sistema óptico pueden llevar la información de 1000×1000 puntos independientes por mm^2 en el plano objeto a otros 1000×1000 puntos por mm^2 en el plano imagen. Para realizar esta in-

terconexión eléctrica se necesitarían un millón de cables, con sus aislamientos, por mm^2 . Sistemas ópticos sencillos como lentes o prismas pueden formar interconexiones básicas de distintos tipos, pero si se requiere un diagrama de interconexión arbitrario en general, se puede conseguir mediante hologramas generados por ordenador, formados por segmentos de redes de difracción con diferentes periodicidades y orientaciones (ver Figura 12-56).

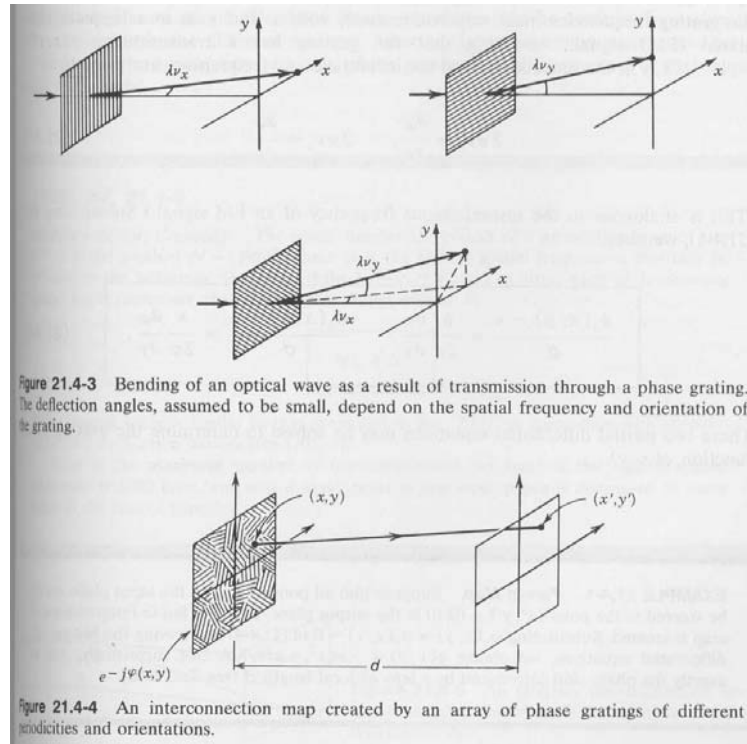


Figura 12-56: a) Desvío de la onda luminosa como resultado de su transmisión a través de una red de difracción. Los ángulos de deflexión (pequeños) dependen de la periodicidad espacial y la orientación de la red; b) Mapa de interconexión formado por una matriz de redes con diferentes periodicidades y orientaciones

Interconexiones de este tipo reconfigurables en el tiempo se construyen mediante dispositivos magnetoópticos y acusticoópticos, pero la densidad de interconexiones es menor. Los hologramas dinámicos son en la actualidad objeto de investigación.

El gran éxito de la fibra óptica para las comunicaciones entre ordenador y ordenador hace que se esté estudiando también para comunicaciones entre placas y entre chip y chip. Asimismo, dichas interconexiones y las conexiones internas en chips pueden realizarse en el espacio (ver Figura 12-57), evitando los retrasos y el gran volumen de las interconexiones eléctricas.

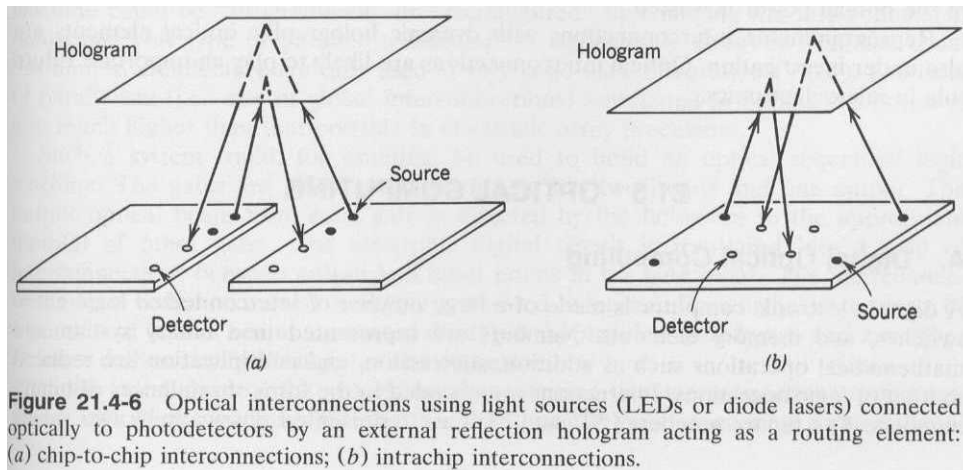


Figure 21.4-6 Optical interconnections using light sources (LEDs or diode lasers) connected optically to photodetectors by an external reflection hologram acting as a routing element: (a) chip-to-chip interconnections; (b) intrachip interconnections.

Figura 12-57: Interconexiones ópticas mediante fuentes de luz (LEDs o diodos láser) conectadas ópticamente a fotodetectores mediante un holograma de reflexión externo: a) conexiones de chip a chip; b) conexiones de chip internas

La interconexión óptica ofrece varias ventajas sobre la electrónica, como una mayor densidad de interconexiones libres de interferencia, un tiempo de propagación menor, mayor anchura de banda e independencia de las impedancias de entrada-salida.

Aplicaciones

Computación óptica digital

La computación óptica digital puede realizarse imitando el ordenador digital electrónico, con elementos de memoria, conmutadores y puertas, interconexiones y guías de onda ópticas. Aunque funcionan a gran velocidad, existen problemas de integración y disipación de potencia que, por ahora, no los hacen prácticos. Pero los ordenadores ópticos ofrecen posibilidades diferentes a las de los electrónicos: por ejemplo, es posible utilizar interconexiones ópticas tridimensionales y utilizar también niveles de paralelismo mucho mayores. Como ejemplo, podría construirse una máquina de lógica secuencial óptica mediante una matriz de puertas NOR y un mapa de interconexiones holográfico (ver Figura 12-58). Sus aplicaciones principales serían en tareas con un grado de paralelismo grande, como el procesamiento de imágenes y la inteligencia artificial.

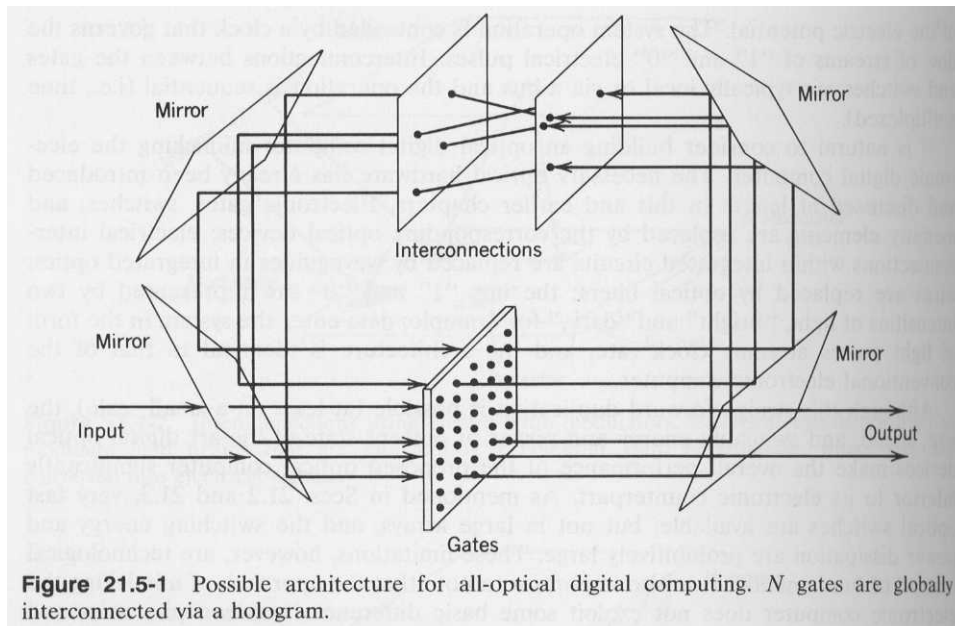


Figura 12-58: Arquitectura de un sistema óptico de computación digital. Las N puertas están interconectadas mediante un holograma

Computación óptica analógica

La computación óptica analógica se utiliza actualmente en procesamiento de imágenes, de señales de radar, visión e inteligencia artificial y redes neuronales. Estos sistemas funcionan combinando las operaciones elementales de adición y multiplicación, utilizando como variables la intensidad luminosa, la transmitancia y reflectancia, o bien la transmitancia, reflectancia y la amplitud en óptica coherente, que además permite usar hologramas como moduladores y elementos de conexión.

Los procesadores ópticos analógicos son por naturaleza bidimensionales y permiten por tanto manipular matrices de datos o imágenes, tanto de forma discreta como continua. Además de las operaciones de adición y multiplicación se pueden realizar otras más complejas como transformadas de Fourier, convoluciones, transformaciones geométricas como ampliar, reducir, rotar, invertir, desplazar...

El avance de la computación óptica depende del desarrollo de dispositivos moduladores y detectores de alta resolución y velocidad, robustos y que permitan su integración y miniaturización.

12.7 Computación cuántica

Por último, se trabaja con fotones aunque también con otras partículas como electrones o núcleos en la denominada computación o informática cuántica. La aplicación de la teoría cuántica a la informática y las comunicaciones está produciendo ya algunos resultados importantes.

La ciencia de la informática cuántica es un campo emergente desde los años ochenta, con un gran potencial al combinar la mecánica cuántica con el ordenador. En los noventa se demostró que un ordenador cuántico podría factorizar números grandes de manera muy rápida y, por otro lado, la necesidad

de seguridad en las comunicaciones llevó a investigar métodos de comunicación cuánticos seguros. Además, el límite cuántico del continuo aumento de transistores por pulgada en los ordenadores clásicos según la ley de Moore, junto con el desarrollo de nuevos dispositivos en física como las trampas de iones, cavidades ópticas, etc. hicieron crecer este campo de investigación de la computación cuántica.

Los ordenadores actuales procesan la información clásica codificada en bits y cada bit contiene un 1 o un 0. La computación se produce manipulando dichos bits, es decir, transportando dichos bits desde la memoria hasta un conjunto de puertas lógicas y devolviendo los resultados a la memoria. Los ordenadores cuánticos procesan un vector de bits cuánticos o qbits. Un qbit es un sistema cuántico que puede existir en una superposición coherente de dos estados distinguibles (el 1 y el 0) y que puede ser entrelazado con otros sistemas similares. El ordenador cuántico funciona manipulando dichos qbits, es decir, llevando los qbits desde la memoria a un conjunto de puertas lógicas cuánticas y devolviendo el resultado a la memoria.

Los dos estados distinguibles de un qbit podrían ser, por ejemplo, estados de polarización de un fotón, estados electrónicos de un átomo o de partículas con dos estados de spin (arriba y abajo, normalmente expresados como $|0\rangle$ y $|1\rangle$).

El entrelazamiento entre qbits es una especie de correlación entre estados que no tiene paralelismo en física clásica. Dos subsistemas están entrelazados cuando el estado del sistema conjunto está más definido o es menos aleatorio que el estado de cada uno de los subsistemas componentes por separado.

Consideremos en primer lugar un ordenador clásico que opera con un registro de 3 bits. En un instante determinado, los bits del registro pueden estar en un estado definido, como el 100. En un ordenador cuántico, los qbits pueden estar en una superposición de todos los estados clásicos permitidos. El estado del registro vendría descrito por la función de onda

$$|\Psi\rangle = a|000\rangle + b|001\rangle + c|010\rangle + d|011\rangle + e|100\rangle + f|101\rangle + g|110\rangle + h|111\rangle$$

donde los coeficientes $a, b, c, \dots$ son números complejos, cuyos módulos al cuadrado son las probabilidades de encontrar los qbits en dicho estado. Por ejemplo, $|b|^2$ es la probabilidad de que la medida del registro resulte 001. Es importante remarcar que dichos coeficientes son números complejos y sus fases pueden producir interferencias constructivas o destructivas.

En un registro cuántico de n qbits, el estado queda especificado por 2^n números complejos (en un registro de 3 qbits, $2^3 = 8$ números), de forma que el número de estados clásicos codificados en un registro cuántico crece exponencialmente con el número de qbits. Para $n = 300$ resultan 10^{90} números, cantidad mayor que la de átomos en el universo observable.

El funcionamiento del ordenador cuántico de 3 qbits sería como sigue: el contenido del registro se puede considerar como un vector complejo de dimensión 8. El algoritmo de inicialización debe definir el estado inicial de dicho vector. En cada paso de la ejecución del programa dicho vector es modificado al multiplicarlo por una matriz unitaria. La matriz viene determinada por el dispositivo físico que actúa sobre el sistema de qbits. Una vez finalizado el algoritmo, el vector de dimensión 8 resultante debe ser leído mediante la realización de una medida cuántica del registro de 3 qbits. Según las leyes de la mecánica

cuántica, el resultado de la medida es una secuencia aleatoria de 3 bits y, además, el estado del registro se destruye en la operación de medida. Pero dicha secuencia aleatoria lleva información sobre el resultado ya que, mediante sucesivas repeticiones de todo el proceso, los valores de las medidas se distribuyen en torno al resultado buscado, que puede así ser determinado con una alta probabilidad.

Dos obvias propiedades de la información clásica son que puede ser leída y copiada sin perturbarla y que el estado de un sistema compuesto queda definido especificando el estado de cada una de sus partes. Pero la información que lleva un sistema cuántico no cumple con tales principios. De hecho, la información cuántica puede utilizarse para realizar tareas que serían imposibles o muy complicadas clásicamente. Algunos ejemplos son:

- Los supercomputadores de hoy en día tardarían miles de millones de años en encontrar los factores primos de un número con unos cientos de dígitos, mientras que un ordenador cuántico, si fuera construido, podría hacerlo en segundos.
- Un ordenador clásico requiere un tiempo proporcional a N para encontrar un elemento determinado en un conjunto de N elementos, mientras que un ordenador cuántico puede hacerlo en un tiempo proporcional a la raíz cuadrada de N .
- Si dos procesadores intercambiaban información cuántica en lugar de clásica se reduciría la comunicación requerida para realizar ciertas tareas de computación distribuida.
- Un ordenador cuántico podría simular la evolución de un sistema cuántico de muchos cuerpos y las teorías cuánticas de campos eficientemente y con precisión, sin realizar aproximaciones injustificadas.
- En el intercambio de información cuántica, la privacidad de los protocolos criptográficos queda asegurada por principios de física cuántica. Por el contrario, la seguridad de los sistemas criptográficos de clave pública, ampliamente utilizados en la actualidad, depende de que descryptar un mensaje sea un proceso muy largo (como factorizar un primo), suposición que no estaría garantizada con la llegada de los ordenadores cuánticos.

Aunque algunas aplicaciones sencillas de la informática cuántica podrían desarrollarse en breve, el ordenador cuántico todavía está lejos. Sin embargo, la tecnología de la criptografía cuántica está más avanzada y próxima a la comercialización.

Bibliografía

1. [Plasma,2007] Plasma.com. Learn About LCD TV and TFT LCD Displays
2. http://www.plasma.com/classroom/what_is_tft_lcd.htm
3. [Montoto,2005] Luis Montoto. Fundamentos físicos de la Informática y las comunicaciones. Ed. Thomson. 2005
4. [Kodak,2001] Charge-coupled device (CCD) Image Sensors. Eastman Kodak Company. Image Sensor Solutions. 2001. Rochester, New York. <http://www.kodak.com/ezipres/business/ccd/global/plugins/acrobat/en/supportdocs/chargeCoupledDevice.pdf>

5. [CMOS,2007] Sensor CMOS. Wikipedia, the free encyclopedia. http://es.wikipedia.org/wiki/Sensor_CMOS
6. [Wie,1997] MOS Capacitor with Bias (multimedia material). <http://jas.eng.buffalo.edu/education/mos/mosCap/biasBand10.html>
7. [Saleh,2001] B.E.A. Saleh, M.C. Teich, *Fundamentals of photonics*, Wiley, 1991
8. [IC,2001] *Investigación y Ciencia*, marzo 2001
9. [Meléndez,1996] A. Beléndez, *Fundamentos de óptica para ingeniería informática*, Universidad de Alicante, 1996
10. [Chaimowicz,1990] J. Chaimowicz, *Ondas luminosas*, Paraninfo, 1990
11. [Capmany,1994] J. Capmany, J. Cascón, *Efecto electroóptico: introducción a la óptica integrada y los dispositivos fotónicos integrados*, SPUPV, 1994
12. [Quantum,2007] *Quantum computer*, de Wikipedia, la enciclopedia libre.
[NSF,1999] *Quantum information science, Report of the NSF Workshop*, 1999
13. *Overview of OLED Display Technology*, Homer Antoniadis, Osram Opto Semiconductors.
14. *All-organic active matrix flexible display*, Lisong Zhou, Alfred Wanga, Sheng-Chu Wu, Jie Sun, Sungkyu Park, and Thomas N. Jackson. APPLIED PHYSICS LETTERS 88, 083502, 2006.
15. *2.4-in. monochrome small molecular OLED display for mobile application*. Sun Woong Kim, Byong Hoon Hwang, Joo Hyeon Lee, Jae Ik Kang, Kyoung Wook Min, Woo Young Kim. Current Applied Physics 2 (2002) 335–338.
16. *OLED*, de Wikipedia, la enciclopedia libre.